DATTA'S EDUCATIONAL SERIES.

PRACTICAL GEOMETRY, MENSURATION, LAND SURVEYING AND LEVELLING,

IN

BENGALI.

COMPILED FOR THE USE OF SCHOOLS AND PROFESSIONAL MEN,

BY

NABINA CHANDRA DATTA.

Compiler of "Khagola Bibaran."

FOURTH EDITION.

Revised and Enlarged.

ব্যবহারিক জ্যামিতি, ক্ষেত্রব্যবহার, জরীপ এবং সমস্থল প্রক্রিয়া।

—:o:—

শ্রীনবীনচন্দ্র দত্ত প্রণীত।

চতুর্থ সংস্করণ।

CALCUTTA;

69. BARANASHI GHOSE'S STREET, HITAISHI PRESS.

Printed by Denonath Dass.

1886.

মুখবন্ধ।

অনেকে মনে করেন যে অস্মদ্দেশে শুভঙ্করী অঙ্ক ভিন্ন অন্য প্রকার গণিতের চর্চ্চা ছিল না, কিন্তু সেটী তাঁহাদিগের ভ্রম; ভারতবর্ষই গণিতবিদ্যার আকরস্থান। এক অবধি নয় পর্য্যন্ত অঙ্কের সংজ্ঞা এবং দশগুণোত্তর বৃদ্ধির নিয়ম, এই দেশেই প্রথম সৃষ্ট হয়, এবং এখান হইতে পৃথিবীর সর্ব্বস্থানে নীত হয়। বীজগণিতেরও সৃষ্টি ভারতবর্ষে হয়; আরবীয়েরা ইহার অনুবাদ করে, আরব হইতে ইউরোপ খণ্ডে নীত হয়। পূর্ব্বকালে, যখন পৃথিবীর সমুদায় দেশই অজ্ঞানান্ধকারে আচ্ছন্ন ছিল, তখন ভারতবর্ষ জ্ঞানের আলোকে সমুজ্জ্বলিত ছিল। গণিত-বিদ্যা যে এ দেশে কোন্ সময়ে সৃষ্ট হয়, তাহার কোন নিদর্শন পাওয়া যায় না, এই মাত্র অনুমান করা যায় যে, যে সময়ে আর্য্যভট্ট, ব্রহ্মগুপ্ত, বরাহমিহির প্রভৃতি খগোলবেত্তারা বিদ্যমান ছিলেন, সেই সময়ে উহার বিশেষ চর্চ্চা ছিল, এবং ভাস্করাচার্য্যের সময়ে উহার সমধিক উন্নতিসাধন হইয়াছিল। ভাস্করাচার্য্য ১০৩৬ শকাব্দে সহ্যকুলাচলের নিকটবর্ত্তী নগরে মহেশ্বরাচার্য্য ব্রাহ্মণের ঔরসে জন্ম গ্রহণ করেন। তিনি ৩৬ বৎসর বয়ঃক্রম কালে লীলাবতী, বীজগণিত, গণিতাধ্যায় ও গোলাধ্যায় প্রণয়ন করেন। এই সকল পুস্তকগুলি সুললিত পদ্যে রচিত। এই কয়েক খানি গ্রন্থ ও সূর্য্যসিদ্ধান্ত ও ব্রহ্মগুপ্ত প্রণীত ব্রহ্মসিদ্ধান্ত, লল্লাচার্য্য প্রণীত ধীবৃদ্ধিদ ও আর্য্যভট্ট প্রণীত আর্য্যসিদ্ধান্ত পাঠ করিলে অস্মদ্দেশে গণিত, জ্যোতিষ ও বিজ্ঞানশাস্ত্রের কি প্রকার চর্চ্চা ছিল তাহা বিশেষ রূপে প্রতীত হয়। কিন্তু ইদানীং উক্ত গ্রন্থ সকলের বিরল চর্চ্চা প্রযুক্ত তৎসমুদায় এককালে লুপ্তপ্রায় হইয়াছে।

হিন্দুদিগের ক্ষেত্রব্যবহার সম্বন্ধীয় অনেক সঙ্কেত আছে, তন্মধ্যে ত্রিভুজ সম্বন্ধীয় সঙ্কেতগুলিই অধিক; বিশেষতঃ, যদ্দ্বারা ত্র্যস্রের ভুজত্রয়ের মান ও তাহার ক্ষেত্রফল জানা যায়, সেই সূত্রগুলি বিস্তারিতরূপে লেখা আছে। এই সূত্রগুলি খ্রীষ্টাব্দের ষোড়শ শতাব্দী পর্য্যন্ত ইউরোপ খণ্ডে বিদিত ছিল না; অনন্তর ক্লেবিয়স্ তাহা প্রথম প্রচার করেন। অপর, বৃত্তের ব্যাসমান দ্বারা পরিধি নিরূপণ করিবার সূত্র অস্মদ্দেশীয়েরা বহুকালাবধি জ্ঞাত ছিলেন, অল্প কাল হইল উহা ইউরোপে প্রকাশ হইয়াছে। ত্রিভুজের যে যে ধর্ম্মগুলি সূর্য্যসিদ্ধান্ত বহুকাল হইল মীমাংসা করিয়া গিয়াছেন, তাহাও ষোড়শ শতাব্দীতে ইউরোপে অপরিজ্ঞাত ছিল। পণ্ডিতবর প্লেফেয়ার সাহেব হিন্দুমতে ত্রিভুজতত্ত্ব বিষয়ে যে গ্রন্থ প্রকাশ করিয়াছেন, তাহাতে উহার অনেক প্রশংসা লিখিয়াছেন।

ভারতবর্ষীয় পূর্ব্বতন পণ্ডিতেরা বীজগণিতে যেরূপ পারদর্শী ছিলেন, ক্ষেত্রতত্ত্বে তাদৃশ ব্যুৎপত্তিলাভ করিতে সমর্থ হন নাই। ইউক্লিড্ নামে গ্রীক্ গণিতবেত্তা, যে যে প্রতিজ্ঞার উদ্দেশ করিতেন, সকলি দৃঢ়তর যুক্তিদ্বারা উপপন্ন করিতেন; কিন্তু ভারতবর্ষীয় পণ্ডিতেরা যে সকল গণনার সঙ্কেত ও বচন দিয়াছেন, তাহার উপপত্তি ও অভিপ্রায় কহেন নাই। গণনাদি কার্য্য সমাধানজন্য যে সকল নিয়ম ও সূত্র আবশ্যক তন্মাত্রই লিখিয়াছেন। কেবল কার্য্যসাধনোপযোগী জ্ঞানদান যে পুস্তকের উদ্দেশ্য, তাহাতে মূলের আবশ্যক নাই, ইহা ভাবিয়াই হয়ত সূত্রাদির যুক্তি প্রদর্শন করেন নাই।

সপ্তভুজ অথবা নবভুজকে বৃত্তান্তর্গত করিতে হইবে, এতদর্থে লীলাবতীতে যে এক প্রশ্ন আছে, তাহা ক্ষেত্রতত্ত্ব দ্বারা সিদ্ধ করা অসাধ্য। বীজগণিতের ধারাতে সিদ্ধান্ত করিলে ঐ প্রশ্নে এক ঘনসমীকরণ উপস্থিত হয়, তাহার

সম্ভাব্য মূল ত্রিবিধ ; কিন্তু অঙ্কদ্বারা সেই মূল যথার্থরূপে সিদ্ধ হয় না, কেবল সূক্ষ্মরূপে সন্নিহিত মূল মাত্র স্থির হইতে পারে। লীলাবতীতে উক্ত ক্ষেত্রের ভুজপরিমাণার্থে যে যে সংখ্যার নির্দ্দেশ আছে, তাহা কিরূপে লব্ধ হয় তাহার কোন বিবরণ নাই ; গ্রন্থকার যদৃচ্ছাক্রমে এক সূত্র রচনা করিয়া কহেন যে, সপ্তভুজ ক্ষেত্রের বাহুপরিমাণ ব্যাসের $\frac{৫২০৫৫}{১২০০০০}$ গুণ, এবং নবভুজের বাহুপরিমাণ ব্যাসের $\frac{৪১০৩১}{১২০০০০}$ গুণ। এই সূত্র নিতান্ত অসত্য নহে, কেননা সপ্তভুজের যথার্থ ভুজপরিমাণ $\frac{৮২}{১৮৯}$ ও $\frac{১০৫}{২৪২}$ মধ্যে, ও নব ভুজের বাহু-পরিমাণ $\frac{১৩}{৩৮}$ ও $\frac{১০৫}{৩০৭}$ মধ্যে নির্ণীত হইয়াছে।

লীলাবতীর টীকাকারের মধ্যে রামকৃষ্ণ, গঙ্গাধর ও রঙ্গনাথ উক্ত প্রশ্নের উপপত্তি করিতে চেষ্টাও করেন নাই, তাঁহারা কেবল গ্রন্থকারের কল্পিত অঙ্কটী উদ্ধৃত করিয়া-ছেন। গণেশ স্পষ্টই স্বীকার করিয়াছেন যে, সমবাহুক ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ ও অষ্টভুজের ন্যায়, পঞ্চভুজ, সপ্তভুজ, নব-ভুজ পরিমাণ স্পষ্টরূপে উপপন্ন হয় না। পঞ্চভুজের বিষয়ে এ প্রকার স্বীকার করা কর্ত্তব্য নহে, কারণ পঞ্চ-ভুজের বাহু ক্ষেত্রতত্ত্বদ্বারা নির্ণয় করা যায়। সূর্য্যদাস যে নিয়ম নির্দ্দেশ করিয়াছেন, তাহা পাঠ করিলে তাঁহার অনভিজ্ঞতা স্পষ্টরূপে লক্ষিত হয়।

০ ব্রহ্মগুপ্তের পর লীলাবতীর সময় পর্য্যন্ত বৃত্তফল নির্ণয় প্রসঙ্গে ভারতবর্ষে গণিতশাস্ত্রে বিজাতীয় উন্নতি হইয়া-ছিল। ব্রহ্মগুপ্ত বলেন, যে স্থূল গণনায় পরিধি ব্যাসের ত্রিগুণ, এবং সূক্ষ্ম পরিমাণে ব্যাসের বর্গের দশ গুণের বর্গ মূলতুল্য, অর্থাৎ ৩.১৬২৩ : ১। কিন্তু লীলাবতীর রচয়িতা পরিধির স্থূলপরিমাণ তদপেক্ষা অধিক কহেন, অর্থাৎ ২২ : ৭ ; এবং সূক্ষ্ম গণনার সত্য নির্ণয়ের আরো নিকটস্থ হইয়াছেন, অর্থাৎ পরিধিপরিমাণ তাঁহার গণনায় ব্যাসের $\frac{৩৯২৭}{১২৫০}$ গুণ।

লীলাবতীতে ক্ষেত্রব্যবহার সম্বন্ধীয় যে যে উদাহরণ আছে, সে সকলি সামান্যতঃ ব্রহ্মগুপ্ত প্রণীত ক্ষেত্রব্যবহারের প্রশ্নতুল্য; এই সমস্ত পর্য্যালোচনা দ্বারা প্রতীতি হইতেছে যে, ভারতবর্ষীয় লোকেরা, ক্ষেত্রব্যবহার ও গণিতঘটিত আর আর বিষয়ে, ভিন্ন দেশীয় সাহায্য নিরপেক্ষ, অনেক উন্নতিসাধন করিয়াছিলেন।

যাহা হউক, এইক্ষণে শিক্ষক ও ব্যবসায়ী লোকের ব্যবহারোপযোগী এমন কোন গ্রন্থ নাই, যাহাতে জ্যামিতি, ক্ষেত্রব্যবহার, জরীপ ও সম্যস্থল করণের সূত্র ও প্রক্রিয়াগুলি একত্রে পাওয়া যায়। এই অভাব পরিহারের জন্য এই গ্রন্থ খানি সঙ্কলিত হইল।

জ্যামিতি বালক শিক্ষা পদ্ধতি মধ্যে থাকা নিতান্ত আবশ্যক। বীজগণিত না থাকিলে যেমন উক্ত পদ্ধতি অসম্পূর্ণ হয়, জ্যামিতির অভাবেও উহা তেমন অঙ্গহীন হয়। ফলতঃ, এই উভয় বিদ্যার অনুশীলনেই সমান উপকার হয়। জ্যামিতি প্রথমে কিরূপে উদ্ভাবিত হয়, তাহা নির্দ্দেশ করা উচিত, তাহা হইলে তৎসম্বন্ধীয় প্রাথমিক সূত্রগুলি বিদ্যার্থীগণ কি উপায়ে সহজে হৃদয়ঙ্গম করিতে পারে তাহা উপলব্ধি হইবে। এই বিদ্যার চর্চ্চা যে অতি প্রাচীন কাল হইতে আরম্ভ হইয়াছে তাহার সন্দেহ নাই। জলে, স্থলে, কি আকাশে, চারিদিকে যে সমস্ত পদার্থ নয়নগোচর হয়, সকলেরই একটী অঙ্গসামঞ্জস্য আছে; এই অঙ্গসামঞ্জস্য জ্যামিতির নিদানভূত, এবং মানুষ বুদ্ধিবৃত্তির স্ফূর্ত্তির উন্মুখেই এই সামঞ্জস্য লক্ষ্য করিয়া "রেখা," "বর্গ," "ঘন" প্রভৃতির পরস্পর সম্বন্ধ ও তাহাদিগের কাহার কি সাধকতা, তাহা অনুসন্ধান করিতে অবশ্যই উদ্যোগবান্ হইয়াছিল। এই অনুসন্ধানে যুক্তি ও অনুমান দ্বারা জ্যামিতিঘটিত যে সমস্ত প্রকরণ উপলব্ধ হইয়াছিল, তাহা তদানীন্তন সামান্যবুদ্ধি মনুষ্যেরা কখন বহু বাক্‌বিতণ্ডা, পরিভাষা প্রভৃতি

আড়ম্বর করিয়া প্রমাণ করে নাই, তাহাদিগের বুদ্ধিতে যখন যাহা উদয় হইয়াছিল, তখনই তাহা পরিমাণ করিয়া প্রমাণ করিয়াছিল। পরিভাষার স্থানে তাহারা প্রতিকৃতি নিষ্কাশন করিত, সুতরাং তাহাদিগের উপপত্তি সকলও ভ্রমাত্মক হইত না, কেননা আকারগত জ্ঞানবিবরণ পাঠে অনতিপরিস্ফুট হয়, কিন্তু প্রতিকৃতি দর্শনে তদ্বিষয়ে অণুমাত্র সন্দেহ থাকে না। প্রক্রিয়ার প্রতি তাহাদের লক্ষ্য ছিল না, ফলস্থির করাই তাহাদের উদ্দেশ্য ছিল, এবং এই উদ্দেশ্য যাহাতে সহজে সম্পাদিত হইত তাহারা তাহাই করিত। সংস্কার কিরূপে জন্মে তাহা নির্দ্দেশ করিয়া, অথবা নৈয়ায়িকের বিচার প্রণালী অনুযায়ী যথাক্রমে পূর্ব্বপক্ষ, উত্তর পক্ষ ও সিদ্ধান্তদ্বারা তাহারা উপপত্তি সাধন করিত না, তাহাদের উপপত্তি প্রকৃতিসিদ্ধ বুদ্ধির আয়ত্ত হইলেই হইত। ফলতঃ, অনুষ্ঠান ও অনুমান উভয়েরই পরস্পরের সহিত কার্য্য কারণ সম্বন্ধ আছে। কখন বা প্রথমে নূতন যুক্তি উদ্ভাবিত হইয়া তাহার অনুষ্ঠান হয়, এবং কখন বা কার্য্যের অনুষ্ঠান হইতে নূতন যুক্তি ও অনুমানের উদয় হয়। যাহা হউক, যে আনুমানিক প্রক্রিয়া দ্বারা কোন বিজ্ঞান প্রথম সংস্থাপিত হয়, সেই প্রক্রিয়ানুযায়ী অধ্যাপনা প্রণালী অবলম্বন করিলেই, বিদ্যার্থীগণ সহজে উক্ত বিজ্ঞান সম্বন্ধীয় সূত্রগুলি অভ্যাস করিতে পারে। এই নিমিত্ত, এই গ্রন্থে যে সমস্ত উপপত্তি সন্নিবেশিত হইয়াছে, তাহা সাধন করিতে প্রকৃত নৈয়ায়িকের প্রণালী অনুসরণ করা হয় নাই; যে প্রণালীদ্বারা পরিস্ফুট জ্ঞান জন্মে ও যাহা সামান্য বুদ্ধির আয়ত্ত হইতে পারে, তাহাই অনুসৃত হইয়াছে। যে সমস্ত উপপাদ্যে কেবল বিচক্ষণতা ও পাণ্ডিত্য প্রকাশ অথবা যাহাতে ব্যবসায়ী লোকের বিশেষ প্রয়োজন নাই, তাহা পরিত্যক্ত হইয়াছে। আর যে সমস্ত উপপাদ্য গৃহীত হইয়াছে, তাহার প্রমাণ ও প্রয়োগ উভয়ই প্রদর্শিত হই-

য়াছে; কেননা তাহা হইলে পাঠকবর্গ বুঝিতে পারিবেন, যে সেই উপপাদ্য দ্বারা পরিণামে কি কার্য্য সাধন হইতে পারিবে। অপর, কোন কোন উপপত্তি সাধনের দুই এক প্রক্রিয়া উক্ত হয় নাই, তাহার তাৎপর্য্য এই যে, পাঠকেরা তত্তৎ প্রক্রিয়া নিজে উদ্ভাবন করিয়া স্ব স্ব বুদ্ধিবৃত্তি মার্জ্জিত করিবেন।

কোন বিদ্যার প্রথম পাঠোপযোগী গ্রন্থ চিরকাল এক থাকে না, যেমন সমাজের উন্নতি হইতে থাকে, ও লোকের রুচি ও ব্যবসায়ের পরিবর্ত্তন হয়, তেমনি উক্ত গ্রন্থ সকলেরও পরিবর্ত্তন হয়, কিন্তু ইউক্লিডের জ্যামিতিবিষয়ক প্রথম গ্রন্থের এ পর্য্যন্ত কোন পরিবর্ত্তন হয় নাই। দুই সহস্র বৎসর অতীত হইল ইহা রচিত হইয়াছে, এই কালের মধ্যে কত রাষ্ট্রবিপ্লব, কত মতভেদ, লোকের রুচি ও আচার ব্যবহার-গত কত বৈলক্ষণ্য হইয়া গিয়াছে, কিন্তু ইউক্লিডের গ্রন্থ অপরিবর্ত্তিত ও সংসারের সকল লোকের নিকট আদরণীয় রহিয়াছে। প্রাচীন কালের ভ্রমসংকুল দর্শন শাস্ত্র ও উপ-ধর্ম্মের প্রভাবে, ইহা যেমন অপ্রতিহত ছিল, এখনও সেইরূপ আছে; এবং যদিও কোন কোন অংশে ইহার দোষ আছে, তথাপি ভাবি পণ্ডিতেরা যে ইহার আদর করিবেন তাহার সন্দেহ নাই। আধুনিক রচনারাশি যখন বিস্মৃতি সাগরে মগ্ন হইবে, তখনও ইউক্লিডের জ্যামিতি জাজ্বল্যমান থাকিবে। যাহা হউক, যাহারা গণিতশাস্ত্রে কথঞ্চিৎ ব্যুৎপন্ন হইয়াছে ও যাহাদিগের সুপণ্ডিত শিক্ষকের উপ-দেশ পাইবার সম্ভাবনা আছে, এ গ্রন্থ তাহাদিগেরই পাঠোপযোগী, এবং তাহাদিগের সম্বন্ধেই ইহার উৎকর্ষ আছে; প্রথম পাঠের গ্রন্থে যে উৎকর্ষ থাকা আবশ্যক, তাহা ইহাতে নাই অবশ্যই মানিতে হইবে। বড় গ্রন্থের বড় দোষ; সূক্ষ্ম ও সবিস্তর বিবরণে পাঠকের এমন দুরূহ শাস্ত্রাভ্যাসে প্রবৃত্তি ও সাহস বর্দ্ধন হওয়া দূরে থাকুক,

তদ্দর্শনে সে ভীত ও হতবুদ্ধি হইয়া যায়। ইউক্লিডের জ্যামিতি ন্যায়শাস্ত্রের ন্যায় আদ্যোপান্ত বিচার সমুদ্ভূত, সুতরাং, গণিতশাস্ত্রে বিশেষ ব্যুৎপত্তি ভিন্ন ইহার সুন্দর অথচ দুর্ব্বোধ উপপত্তিগুলির তাৎপর্য্যগ্রহ সম্যকরূপে হইবার নহে।

যে নৈসর্গিক নিয়ম প্রভাবে গমন ক্রিয়া নিষ্পন্ন হয়, জ্যামিতি ঘটিত অনেকগুলি বিষয় সেই নিয়মাধীন, এবং সেই নিয়ম সম্বন্ধে উক্ত বিষয়গুলি ব্যাখ্যাত ও বিবৃত হইলে তৎসমুদায় অতি সহজে হৃদয়ঙ্গম হয়; কিন্তু কি উপপত্তিতে কি উদাহরণে ইউক্লিড্ এরূপ ব্যাখ্যা কুত্রাপি অবলম্বন করেন নাই। উন্নিহিতকরণ প্রক্রিয়া, যাহা জ্যামিতিঘটিত বিষয় উপপন্ন করিতে নিতান্ত প্রয়োজনীয়, এবং স্থান বিশেষে যাহাতে উপপত্তি পরিস্ফুট ও সুন্দর হয়, ইউক্লিড্ সেই প্রক্রিয়া প্রথম অধ্যায়ের ৪র্থ উপপাদ্যে একবার মাত্র অবলম্বন করিয়া আর তাহা ব্যবহার করেন নাই। অনেকগুলি সম্পাদ্য ইউক্লিড্ এরূপে সাধন করিয়াছেন, যে কার্য্যকালে আমরা সেরূপ কখন করি না; যথা, কোন সরল রেখার কোন নির্দ্দিষ্ট অংশ ছেদ করিতে হইলে, তিনি বারম্বার বৃত্ত নিষ্কাশন করিয়া তাহা নির্ব্বাহ করিয়াছেন, কিন্তু কার্য্যকালে আমরা কখন সেরূপ করি না। সদৃশ ত্রিভুজ জ্যামিতির এক অতি প্রধান প্রকরণ, কিন্তু ইউক্লিড্ ইহা তাঁহার পঞ্চম অধ্যায়ে সন্নিবেশিত করিয়াছেন, যে অধ্যায় পাঠকবর্গের মধ্যে অনেকেই পাঠ করিয়া উঠিতে পারেন না। ঘন জ্যামিতির প্রধান প্রধান সম্পাদ্যগুলি ব্যবসায়ী লোকের অভ্যাস করা নিতান্ত আবশ্যক, কিন্তু ইউক্লিড্ যে প্রণালীতে তৎসমুদায় বিবৃত করিয়াছেন, তাহা অতি কৃচ্ছ্রসাধ্য ও সূক্ষ্ম, এবং যাহাদিগের গণিতবিষয়ক জ্ঞান অতি সামান্য, ও যাহাদিগের অবকাশ অতি অল্প তাহাদিগের তৎসমুদায় আয়ত্ত হইবার বিষয় নহে।

ক্ষেত্রব্যবহারিক অতি প্রধান প্রধান সূত্রগুলি এই গ্রন্থে জ্যামিতির প্রণালী অনুযায়ী উপপন্ন করা গিয়াছে; আর ক্ষেত্রব্যবহারিক এরূপ সম্পাদ্যগুলি ইহাতে সন্নিবেশিত হইয়াছে যাহা কার্য্যে আসিবে।

জরীপ ও সমস্থল করণের যে সমস্ত সূত্র ও প্রকরণ এই গ্রন্থের অন্তর্গত আছে, তাহাতে স্থপতিদিগের পর্য্যাপ্ত হইতে পারিবে।

আর জ্যামিতি *, ক্ষেত্রব্যবহার, জরীপ ও সমস্থলকরণ ঘটিত অনেক নূতন উপপত্তি এই গ্রন্থে সমাবেশিত হইয়াছে; এখন যাহাদিগের শিক্ষার্থে এই পুস্তক সঙ্কলিত হইল, তাহাদিগের উপকার হইলে প্রণেতার অভীষ্ট সিদ্ধ হয়।

---

* জ্যা অর্থে পৃথিবী, মিতি অর্থে পরিমাণ, যদ্দ্বারা পৃথিবীর ক্ষেত্রসম্বন্ধীয় পরিমাণাদি জানা যায়, তাহাকে জ্যামিতি বলে। জ্যামিতি দুই প্রকার, বিশুদ্ধ জ্যামিতি বা ক্ষেত্রতত্ত্ব ও ব্যবহারিক জ্যামিতি বা ক্ষেত্র ব্যবহার। যুক্তি অনুসারে বিচার করিয়া যদ্দ্বারা ক্ষেত্র সম্বন্ধীয় রাশি সকলের তত্ত্ব নির্ণীত হয়, তাহাকে ক্ষেত্রতত্ত্ব কহে; এবং যুক্তি অবলম্বন না করিয়া কেবল পরিমাপক, মানদণ্ড প্রভৃতি যন্ত্র অবলম্বন পূর্ব্বক যাহাদ্বারা ক্ষেত্রসম্বন্ধীয় রাশি অঙ্কিত ও তাহার পরিমাণ স্থিরীকৃত হয়, তাহাকে ক্ষেত্রব্যবহার বলে।

সূচীপত্র।

দ্বিতীয় ভাগ।

তৃতীয় ভাগ।

চতুর্থ ভাগ।

পঞ্চম ভাগ।

ক্ষেত্রব্যবহার।

বা

পরিমিতি।

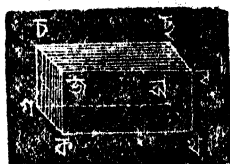
প্রথম ভাগ।

———)০(———

ব্যবহারিক জ্যামিতি ও জ্যামিতিতত্ত্ব।

———

পরিভাষা ও জ্যামিতির অবলম্বভূত মৌলিকতত্ত্ব।

যে বিদ্যা দ্বারা রেখা, ধারাতলিক ক্ষেত্র ও নিটন বা ঘন-বস্তুর দৈর্ঘ্য, বিস্তার ও বেধের পরিমাণ জানা যায়, তাহাকে জ্যামিতি শাস্ত্র কহে। যত প্রকার পদার্থ আমাদিগের দৃষ্টি-গোচর হয়, সকলেরই দৈর্ঘ্য, বিস্তার ও বেধ এই তিনটী পরিমাণ আছে। এই পার্শ্বস্থিত ক্ষেত্রটী একখানি গুঁড়িকাষ্ঠের প্রতিরূপ, ইহার কখ দৈর্ঘ্য, খঘ বিস্তার ও খঝ বেধ। এই তিনটী পরিমাণের একটী পরিত্যাগ করিয়া কেবল দুইটী (যথা দৈর্ঘ্য ও বিস্তার) গ্রহণ করিলে, কখঘজ পৃষ্ঠকে ধরাতল

কহে (ধরাতল ক্ষেত্রের কেবল দৈর্ঘ্য ও বিস্তার আছে)। অপর, এই ধারাতলিক ক্ষেত্রের দুইটী পরিমাণের একটীকে পরিত্যাগ করিয়া অন্যটীকে গ্রহণ করিলে, পার্শ্ব কথ বা খর-কে রেখা কহে। অপর, যদি রেখা এমত হ্রস্ব হইয়া যায়, যে তাহার দৈর্ঘ্য আর পরিমাণযোগ্য হয় না, তাহা হইলে সেই রেখার সর্ব্বোত্তর প্রান্ত অথবা তাহার অন্ত্য চিহ্নকে বিন্দু কহা যায়। অতএব, স্পষ্ট প্রতীয়মান হইতেছে যে, বিন্দুর বৃদ্ধির দ্বারা রেখা উৎপন্ন হইতে পারে, রেখার বৃদ্ধির দ্বারা যদি কোন অবকাশ পরিবদ্ধ হয়, তাহা হইলে ধরাতল উৎপন্ন হয়; এবং ধরাতল উপর্য্যধোভাবে সচল অথবা ঘূর্ণিত হইলে ঘন ক্ষেত্র উৎপন্ন হয়। এতদ্দ্বারা নিম্নলিখিত তিনটী পরিভাষা প্রাপ্ত হওয়া যায়।

১। যাহার দৈর্ঘ্য, বিস্তার বা বেধ কিছুই অনুভব হয় না, তাহাকে বিন্দু বলে।

২। যাহার কেবল দৈর্ঘ্য আছে, তাহাকে রেখা কহা যায়। যথা ক।   ক

অনুমান। রেখাদিগের দুই প্রান্ত দুইটী বিন্দু, রেখাদিগের সম্পাত স্থলও বিন্দু।

৩। যাহার কেবল দৈর্ঘ্য ও বিস্তার আছে, তাহাকে ধরাতল কহে। যথা চছজঝ (১৯শ পৃষ্ঠা দেখ)।

অনুমান। ধরাতলের সীমা রেখা, এবং একটী ধরাতল অপর একটীকে ছিন্ন করিলে, সে অবচ্ছেদনেতেও রেখার উৎপত্তি হয়।

৪। সর্ব্বতোভাবে একাভিমুখী রেখাকে সরল বা ঋজু রেখা কহে। যথা কখ। ক ———— খ

বিন্দুদ্বয়ের লঘুতম দূরত্বকে রেখা কহে।

অনুমান। দুইটী ঋজুরেখা দ্বারা কোন অবকাশ পরিবদ্ধ হইতে পারে না।

৫। যে সকল ঋজু রেখা এরূপ ভাবে সংস্থিত থাকে যে, তাহাদিগের দুই মুখ অবিশ্রান্ত বৃদ্ধি করিলে কোন দিকেই তাহাদিগের পরস্পর সংস্পর্শ হয় না, তাহারা সমান্তরাল রেখা।

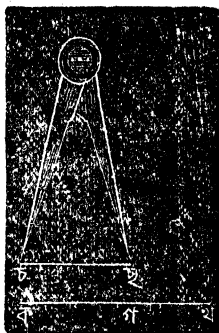
ক ———— খ

ক ———— খ

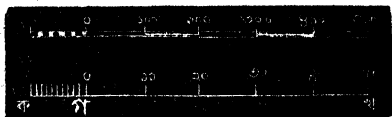
কাঁটাকম্পাস বা পরিমাপক। এই যন্ত্রটী দুইটী শলাকা বা কাঁটাবিশিষ্ট। ইহারা পরস্পর খিল দিয়া আঁটা, সুতরাং, প্রয়োজনানুসারে প্রসারিত ও সঙ্কুচিত করিতে পারা যায়। কাঁটা দুইটীর অগ্রভাগ সূচল। সীমাবন্দির সময় দুই নিদর্শন স্থানের মধ্যগত ব্যবধানপরিমাণ যত বিঘা বলিয়া চিঠাতে লিখিত থাকে, মানদণ্ডের উপর এক হইতে তত বিঘা পর্য্যন্ত কাঁটাকম্পাসের দুই পদ বিস্তার করিতে হয়। এই পদদ্বয়ের মধ্যগত ব্যবধান দ্বারা নিদর্শন স্থানদ্বয়ের মধ্যগত অন্তরপরিমাণ স্থির হইয়া থাকে।

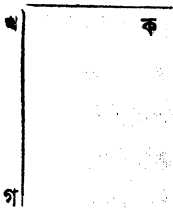
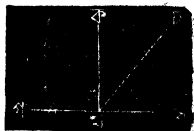
কম্পাস নানাবিধ, কাঁটাকম্পাস, হেয়ার কম্পাস, বিমৃকম্পাস, পেন্‌টাগ্রাফ্ ইত্যাদি। কম্পাসদ্বারা বৃত্তক্ষেত্র সহজে অঙ্কিত হয়, ও কোন রেখাকে বিভাজিত বা অপর রেখার সমান্ করিতে হইলে তাহাও ইহাদ্বারা সুসাধিত হইয়া থকে। যথা, কখ রেখা হইতে যদি চছ-র তুল্য

এক অংশ ছেদ করিতে হয়, তাহা হইলে কম্পাসের মুখ, চছ রেখার সমান বিস্তার করিয়া, কখ হইতে কগ এক অংশ ছেদ করিলে কগ চছ-র ঠিক সমান হইবে।

কোন রেখার পরিমাণ করিতে হইলে, কোন এক নির্দ্দিষ্ট রেখাকে (যথা হাত বা গজ) একক স্বরূপ স্থির করিয়া, ঐ একক সেই রেখার মধ্যে কত বার আছে তাহাই নির্ণয় করিতে হয়।

গজ, স্কেল বা মানদণ্ড নির্ম্মাণ।

কখ এক খানি কাগজ অথবা এক কাষ্ঠিকা। একটী কম্পাস লইয়া তাহার মুখ অল্প বিস্তার করিয়া, এই কাগজ বা কাষ্ঠিকার উপর কগ পর্য্যন্ত ক্রমশঃ দশবার ঘুরাইয়া আন। পরে কম্পাসের বিস্তার কগ-র সমান করিয়া উক্ত কাগজ বা কাষ্ঠিকার উপর গ চিহ্ন হইতে ১০, ২০, ৩০ ইত্যাদি কতিপয় অংশ চিহ্নিত কর। যদি কগ-র এক একটী অংশ একক বলিয়া ধরা যায়, তাহা হইলে মানদণ্ডের গ হইতে ১০ চিহ্ন পর্য্যন্ত দশ একক হইবে, ২০ পর্য্যন্ত বিশ একক হইবে, ইত্যাদি। আর যদি কগ-র প্রত্যেক অংশকে দশ একক বলিয়া ধরা যায়, তাহা হইলে মানদণ্ডের প্রত্যেক অংশের পরিমাণ শতক হইবে।

পুনশ্চ, যদি কগ-র পরিমাণ এক একক হয়, তাহা হইলে কগ-র প্রত্যেক অংশ এককের দশ ভাগের এক

ভাগ হইবে। যথা, কগ এক ফুট হইলে খগ পাঁচ ফুট হইবে, এবং কগ-র প্রত্যেক অংশ এক ফুটের দশাংশের এক ভাগ হইবে।

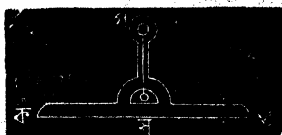
৬। অসমান্তর রেখাদ্বয়ের সংস্পর্শে কোণের উৎপত্তি হয়। যথা, কখগ। কখ ও খগ দ্বারা উৎপন্ন কোণকে কখগ বা গখক কহিতে হয়, অর্থাৎ কোণাগ্রে (যেখানে সরল রেখাদ্বয় সংস্পর্শ হয়) অঙ্কিত অক্ষরকে মাধ্যাক্ষর করিয়া পড়িতে হয়।

৭। একটী ঋজুরেখা অন্য একটী ঋজু রেখার উপর লম্বভাবে অঙ্কিত হইলে, উভয় পার্শ্বের কোণকে সমকোণ কহা যায়। যথা, কখগ ও কখঘ।

৮। সমকোণ অপেক্ষা ক্ষুদ্র কোণকে লঘু বা সূক্ষ্ম কোণ কহে। যথা, চখঘ।

৯। সমকোণ অপেক্ষা বৃহৎ কোণকে স্থূল কোণ কহে। যথা, চখগ। গখ ঋজুরেখার এক প্রান্ত খ স্থির রাখিয়া, অপর প্রান্ত গ ধরিয়া যদি তাহাকে এমত ঘুরাইয়া দেওয়া

যায় যে, সে খক স্থানে উপস্থিত হয়, তাহা হইলে, তাহার প্রাথমিক অবস্থিতি খগ ও বর্ত্তমান অবস্থিতি খক-র সহিত যে অবনতি উৎপন্ন হয়, তাহাকে গখক কোণ কহে। আবার ঋজু রেখা গখ, ঘ পর্য্যন্ত প্রসারিত করিলে ডাইনদিকে যে কোণটী উৎপন্ন হয়, তাহা কখঘ দ্বারা ব্যক্ত হয়। মনে কর, দুইটী কোণ গখচ ও চখঘ-র মধ্যে ডাইনদিকের চখঘ কোণ লঘু ও বামদিকের চখগ কোণ গুরু। এবং খচ ঋজুরেখার এক প্রান্ত খ স্থির রাখিয়া, অপর প্রান্ত চ ধরিয়া যদি তাহাকে ক্রমাগত বামদিকে ঘুরান যায়, তাহা হইলে, ডানি-দিকের কোণটী বৃদ্ধি ও বামদিকের কোণটী হ্রাস হইতে থাকিবে, এবং ইহাও স্পষ্ট বোধ হইতেছে যে, ডানিদিকের কোণটী যতটুকু বৃদ্ধি হইবে, বামদিকের কোণটী ততটুকু হ্রাস হইবে। অতএব, ক্রমাগত উভয়ের ঐরূপ পরিবর্ত্ত হইতে থাকিলে, অবশ্যই কোন না কোন সময়ে ডানি ও বামদিকের দুইটী কোণই পরস্পর সমান হইবে। মনে কর, চ বিন্দু ক-তে উপস্থিত হইলে, ডানি ও বামভাগের দুইটী কোণ ঘখক ও গখক পরস্পর সমান হয়। তাহা হইলে ঐ দুইটী কোণের প্রত্যেককেই এক একটী সমকোণ কহা যায়।

অনুমান। সকল সমকোণই পরস্পর সমান।

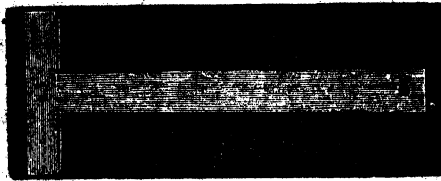
ওলনমাটাম। এক খানি কাষ্ঠখণ্ডে একটী সরল রেখা টানিয়া, ঠিক ঐ রেখার উপর দিয়া এক গাছি ওলনদড়ি ঝুলাইয়া তাহাকে অপর এক কাষ্ঠখণ্ডের উপর লম্বভাবে সংযুক্ত করিলে, ওলনমাটাম প্রস্তুত হয়। এই মাটাম

কোন সমতল ভূমি বা জলের উপরিভাগে রাখিলে, উক্ত অঙ্কিত রেখা ও ওলনদড়ি উভয়ে মিলিত হইয়া যাইবে। ভূমি সমতল না হইলে ওলন দড়ি নিম্নদিকে ঝুলিয়া পড়িবে। যথা পার্শ্বস্থিত প্রতিকৃতি। এই যন্ত্রের সাহায্যে ভূপৃষ্ঠে যষ্টি লম্বভাবে স্থাপিত করা যায়। ক্রমনিম্ন ভূমি পরিমাণ কালে এই যন্ত্রটী বিশেষ প্রয়োজনীয়।

সুরাসাম্য যন্ত্র। কোন নির্দ্দিষ্ট স্থান সমতল কি বন্ধুর, ইহা জানিবার নিমিত্ত পণ্ডিতেরা সুরাসাম্য নামে একটী যন্ত্র প্রস্তুত করিয়াছেন। এই স্থলে ঐ যন্ত্রের চিত্রময় প্রতিরূপ প্রকাশিত হইল। কগ একটী কাচের নল, উহার উভয়দিক বদ্ধ, উহা সুরাদ্বারা

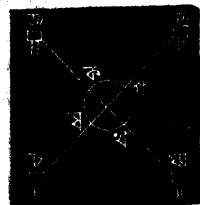
প্রায় পরিপূর্ণ থাকে, কিঞ্চিৎ বায়ু প্রবেশ নিবন্ধন তন্মধ্যে একটী বিম্ব জন্মে। ঐ যন্ত্র কোন অসমতল স্থানে স্থাপন করিলে, সুরা ঐ নলের নীচদেশে পতিত হয় এবং খ চিহ্নিত বুদ্বুদটী উপরে উঠিয়া থাকে। কিন্তু যখন ঐ নল কোন সমতল স্থলে স্থাপিত হয়, তখন ঐ বুদ্বুদটী নলের মধ্যস্থলে অবস্থিত হইয়া থাকে। কোন্ স্থান সমতল কি অসমতল, ঐ যন্ত্রদ্বারা অনায়াসে নিরূপণ করিতে পারা যায়। উল্লিখিত বিজ্ঞানসিদ্ধ যন্ত্র স্থপতিদিগের পক্ষে অত্যন্ত উপকারী।

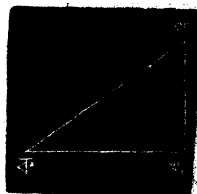
য়াটায়। এক খানি কাষ্ঠখণ্ডের পার্শ্বে আর এক খানি

কাষ্ঠখণ্ড লম্বভাবে সংযুক্ত করিলে মাটাম কহে। মাটাম দ্বারা সমকোণ উৎপন্ন করা গিয়া থাকে।

মাটাম ইংরাজী (T). টি অক্ষরের ন্যায় হইলে, টি মাটাম কহে।

ত্রিকোণী। কখগ একখানি ত্রিকোণাকার তক্তার এক পার্শ্ব খগ, অপর পার্শ্ব কখ-র উপর লম্বভাবে থাকিলে, অর্থাৎ কখগ সমকোণ হইলে, ইহাকে ত্রিকোণী কহে। ইহাদ্বারা কাগজের উপর অনায়াসে লম্বরেখা অঙ্কিত করা যায়।

ফাঁর যষ্টি। অল্প দূর পরিমাণ করিতে হইলে ভূমিতে ফাঁর যষ্টি দিতে হয়। এই যষ্টি লম্বে প্রায় দশ লিঙ্ক হইয়া থাকে, এবং ভূমিতে প্রোথিত করিবার জন্য ইহার এক দিক্ সূচ্যাকার থাকে।

ক্রুশদণ্ড। ভূমিতে সমকোণ উৎপন্ন হয়, এরূপ রেখা পাত করিবার জন্য জরীপ আমিনেরা ক্রুশদণ্ডের ব্যবহার করিয়া থাকে। ক্রুশদণ্ড ৬ ইঞ্চ ব্যাস পরিমিত

একটী গোলাকার বাক্স, এই বাক্সের দুইটী ছিদ্র পরস্পর সমকোণভাবে দুই দিকে থাকে, যথা কখ ও গঘ। এই যন্ত্র ভূমিতে সংস্থাপন করিবার জন্য ইহার নিম্নে একটী ফাঁড়যষ্টি থাকে। যদি চ, ছ দুইটী ধ্বজার যোজক রেখার লম্ব টানিতে হয়, তাহা হইলে বাক্সের গঘ ছিদ্র দিয়া চ, ছ দুইটী ধ্বজাকে সমসূত্রে দেখিতে হইবে। পরে ছিদ্রের সমসূত্রে দুই দিকে দুইটী ধ্বজা প্রোথিত করিয়া এক রেখা পাত করিলে ঐ রেখা চছ রেখার লম্ব হইবে।

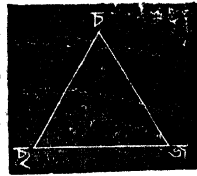
১০। তিনটী সরল রেখা দ্বারা পরিবদ্ধ ক্ষেত্রের নাম ত্র্যস্র অথবা ত্রিভুজ। যথা, কখগ।

১১। যে ত্রিভুজের মধ্যে একটী সমকোণ থাকে, তাহাকে সমকোণিক অথবা জাত্য ত্রিভুজ কহে। যথা, কখগ।

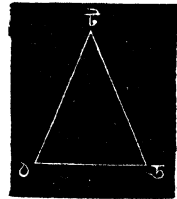
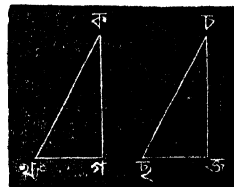
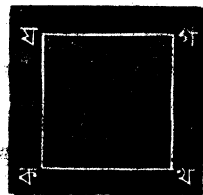
সমকোণিক ত্রিভুজের সমকোণের অভিমুখীন বাহুকে কর্ণ কহে, অবশিষ্ট বাহুদ্বয়ের মধ্যে একের নাম ভূমি ও অপরের নাম কোটি। কখগ ত্রিভুজের কগ কর্ণ, কখ ভূমি এবং খগ কোটি।

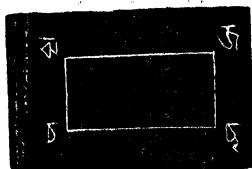
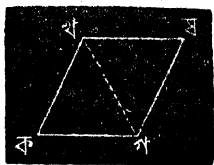
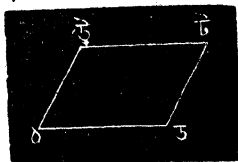
১২। যে ত্রিভুজের মধ্যে একটী স্থূল কোণ থাকে, তাহাকে স্থূলকোণিক ত্রিভুজ কহে। যথা, কখগ।

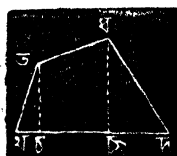
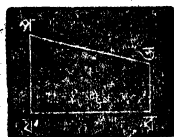
১৩। যে ত্রিভুজের তিনটী কোণই সূক্ষ্ম, তাহাকে

সূক্ষ্মকোণিক ত্রিভুজ কহে। যথা চছজ।

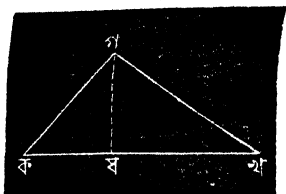
১৪। যে ত্রিভুজের তিনটীই বাহুই সমান, তাহাকে সমবাহু ত্রিভুজ কহে। যথা চছজ।

অনুমান। সমবাহু ত্রিভুজের তিনটী কোণ পরস্পর সমান।

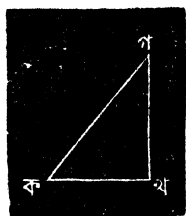
১৫। যে ত্রিভুজের দুই বাহু সমান, তাহাকে সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ কহে। যথা টঠড।

১৬। যদি দুইটী ত্রিভুজের কোণ গুলি যথাক্রম সমান হয়, তাহা হইলে
তাহাদিগকে তুল্যকোণিক বা সদৃশ ত্রিভুজ কহে, এবং তুল্যকোণের অভিমুখীন ভুজগুলিকে সমশীল অথবা সবর্গীয় বাহু বলে। যেমন, কখগ ও চছজ দুই ত্রিভুজের যদি ক কোণ = চ কোণ, গ কোণ = জ কোণ ও খ কোণ = ছ কোণ হয়, তাহা হইলে খগ-র সমশীল ছজ, কখ-র সমশীল চছ, আর কগ-র সমশীল চজ হইবে।

১৭। চারি সরল রেখাবৃত ক্ষেত্রের নাম চতুরস্র বা চতুর্ভুজ। যে চতুর্ভুজের পরস্পর সম্মুখীন বাহুগুলি সমান্তরাল, তাহাকে সমান্তরিক কহে। যথা চছজঝ।

১৮। যে চতুর্ভুজের চারি বাহু সমান ও চারি কোণই সমকোণ, তাহাকে সমচতুর্ভুজ অথবা সমচতুরস্র বা বর্গ ক্ষেত্র কহে। যথা ক খ গ ঘ।

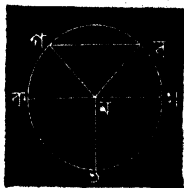
১৯। যে সমান্তরিক ক্ষেত্রের নিকটবর্ত্তী ভুজদ্বয় বিষম, কিন্তু চারি কোণই সমকোণ, তাহাকে আয়ত কহে। যথা চ ছ জ ঝ।

২০। যে সমান্তরিক ক্ষেত্রের নিকটবর্ত্তী ভুজদ্বয় ও পরস্পর অভিমুখীন কোণগুলি সমান, তাহাকে রম্বস্ কহে। যথা কখঘগ।

২১। যে সমান্তরিক ক্ষেত্রের নিকটবর্ত্তী ভুজদ্বয় বিষম ও পরস্পর অভিমুখীন কোণগুলি সমান, তাহাকে রম্বেড্ কহে। যথা টডঠউ।

রম্বস্ ও রম্বেড্ ক্ষেত্রের একটী কোণও সমকোণ নয়।

২২। যে চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের পরস্পর সম্মুখীন বাহুগুলি সমান্তরাল নহে, তাহাকে ট্রাপিজিয়ম বা বিষম চতুর্ভুজ কহে। যথা তথদধ।

২৩। যে চতুর্ভুজের কেবল দুইটী সম্মুখীন বাহু পরস্পর সমান্তরাল, তাহাকে ট্রাপিজেড্ কহে। যথা পফবভ

২৪। যে রেখা চতুর্ভুজের দুইটী অভিমুখীন কোণকে সংযুক্ত

করে, তাহাকে কর্ণ কহে। যথা খগ। (পূর্ব্বপৃষ্ঠা দেখ)

২৫। কোন ক্ষেত্রের শৃঙ্গ হইতে ভূমিতে লম্বপাত করিলে, সেই লম্বকে ক্ষেত্রের উন্নতি বলে। যথা গঘ।

সম্পাদ্য। একটী প্রাচীর ২০ ফুট উচ্চ, তাহার নীচে ১৫ ফুট অন্তরে কত ফুট দীর্ঘ একখানা মোই রাখিলে ঐ প্রাচীরের ঠিক উপরে লাগিবেক ?

পূর্ব্বে আমিনদিগের ব্যবহার্য্য যে মানদণ্ড বা গজের বিষয় উল্লেখ করা গিয়াছে, সেই গজের ১৫র অংশ পর্য্যন্ত কম্পাস বিস্তার করিয়া কখ একটী রেখা পাত কর। পরে ত্রিকোণী মাটামদ্বারা কখ-র উপর খগ একটী লম্ব রেখা টান, এবং খগ-কে গজের ২০ অংশের সমান কর। এইক্ষণে কগ উক্ত গজ দিয়া পরিমাণ করিতে গেলেই, ঐ কর্ণ রেখা গজের ২৫ অংশ পরিমিত হইয়াছে দেখিতে পাওয়া যাইবে। এই স্থলে ২৫ অংশ ২৫ ফুটের স্থানীয় হইল, কারণ পূর্ব্বে গজের এক এক অংশকে এক এক ফুট করিয়া লওয়া গিয়াছে। অতএব মোইএর পরিমাণ ২৫ ফুট হইবে।

২৬। চারির অধিক সরল রেখাদ্বারা পরিবদ্ধ ক্ষেত্রকে বহুভুজ ক্ষেত্র কহে।

২৭। যে ক্ষেত্র এক কুটিল রেখাতে পরিবদ্ধ, এবং যাহার অন্তরে এমত কোন বিন্দু আছে, যাহা ঐ রেখার সর্ব্বত্র হইতে সমদূর, তাহাকে বৃত্ত ও ঐ কুটিল রেখাকে পরিধি কহে,। পরিধির অন্তরস্থ পূর্ব্বোক্ত ঐ বিন্দুকে কেন্দ্র কহে। কগঘখভ বৃত্তপরিধি, ম কেন্দ্র।

একটী ঋজুরেখা কম-র এক প্রান্ত ম স্থির রাখিয়া, অপর প্রান্ত ক ঘুরাইয়া পুনর্ব্বার প্রাথমিক স্থানে উপনীত করিলে বৃত্ত নিষ্কাশিত হয়। কম্পাসের মুখ যে পরিমাণে হউক বিস্তার করিয়া, একমুখ স্থির রাখিয়া অপর মুখ ঘুরাইয়া আনিলে একটী বৃত্ত অঙ্কিত হয়। বৃত্ত নিষ্কাশন করিবার রীতি হইতে স্পষ্ট বুঝা যাইতেছে যে, বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধগুলি পরস্পর সমান।

২৮। পরিধির কোন অংশের নাম চাপ বা ধনু। যথা গঘ।

২৯। বৃত্তের কেন্দ্র ভেদ করিয়া যে ঋজু রেখা পরিধির উভয় পার্শ্বে সমাপ্ত হয়, তাহাকে ঐ বৃত্তের ব্যাস কহে; এবং কেন্দ্র হইতে পরিধি পর্য্যন্ত যে সরল রেখা টানা যায় (অর্থাৎ ব্যাসের অর্দ্ধাংশ) তাহার নাম কর্কট বা ব্যাসার্দ্ধ কহে। কোন ব্যাস এবং তদবচ্ছিন্ন চাপের মধ্যে যে ক্ষেত্র থাকে, তাহাকে বৃত্তার্দ্ধ কহে। যে সরল রেখা চাপের উভয় পার্শ্ব সংযুক্ত করে, তাহাকে জ্যা কহে। জ্যা দ্বারা বৃত্ত দুই বিষম অংশে বিভক্ত হয়.

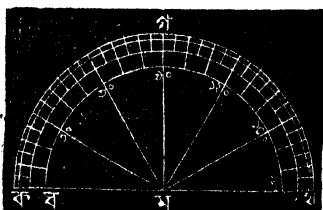
এবং ইহার প্রত্যেককে (অর্থাৎ কোন সরল রেখা ও তদবচ্ছিন্ন চাপের মধ্যে যে ক্ষেত্র থাকে তাহাকে) বৃত্তখণ্ড কহে। কেন্দ্র হইতে দুই সরল রেখা অঙ্কিত হইলে, তন্মধ্যস্থ চাপের অন্তর্গত ক্ষেত্রকে বৃত্তচ্ছেদক বলে। এই ক্ষেত্রে কখোম, মক ব্যাসার্দ্ধ, কগঘথ সামিবৃত্ত, গঘ রেখা জ্যা, গক ও গকঙখঘ প্রত্যেকে বৃত্তখণ্ড, আর গমঘ বৃত্তচ্ছেদক।

৩০। যদি একটী ঋজুরেখা বৃত্তে সংলগ্ন হইয়া প্রসারিত হইলেও বৃত্তকে ভেদ না করে, তবে ঐ রেখা বৃত্তকে স্পর্শ করিতেছে এমত কহা যায়, এবং তাদৃশ সরল রেখাকে স্পর্শনী বলে। কগঘথ বৃত্তার্দ্ধের বাহ্য পৃষ্ঠকে ন্যুব্জপৃষ্ঠ ও অন্তরীণ পৃষ্ঠকে কুব্জপৃষ্ঠ কহে।

৩১। এক কেন্দ্র হইতে ভিন্নভিন্ন ব্যাসার্দ্ধ লইয়া যে সকল বৃত্ত অঙ্কিত হয়, তাহাদিগকে ঐককেন্দ্র বৃত্ত কহে।

প্রট্রাক্টিং স্কেল বা কোণমান গজ।

যদি বৃত্তকে ৩৬০ সমান ভাগে বিভাজিত করা যায়, তাহা হইলে প্রত্যেক ভাগকে অংশ কহে, এই অংশ সমূহের মধ্যে পাশাপাশি দুইটী অংশ হইতে ম কেন্দ্র পর্য্যন্ত রেখা অঙ্কিত করিলে যে কোণের উৎপত্তি হয়, তাহার পরিমাণ এক অংশ। ৩০টী অংশ লইয়া দুইটী রেখা

ম কেন্দ্র পর্য্যন্ত টানিলে যে কোণ হইবে, তাহার পরিমাণ

৩০ অংশ, অর্থাৎ এই কোণ পূর্ব্বোক্ত কোণ অপেক্ষা ৩০ গুণ বেশী হইবে। গম রেখা কম রেখার উপর লম্বভাবে আছে বলিয়া, গমক কোণকে সমকোণ বলা যায়। কগ চাপ বৃত্তের চতুরংশের এক অংশ, এই জন্য উহার পরিমাণ = ৩৬০°-র $\frac{১}{৪}$ = ৯০°। অর্দ্ধবৃত্তের পরিমাণ ১৮০°, অতএব উহা দুই সমকোণ তুল্য। যদি প্রত্যেক অংশ ৬০ সমান অংশে বিভাজিত এরূপ কল্পনা করা যায়, তাহা হইলে প্রত্যেক ভাগকে কলা কহে, ও প্রত্যেক কলা ৬০ সমান অংশে বিভাজিত এরূপ কল্পনা করিলে, প্রত্যেক ভাগকে বিকলা কহে। যে যে চিহ্নদ্বারা অংশ, কলা ও বিকলা ব্যক্ত হয়, তাহা ক্রমান্বয়ে বন্ধনীর মধ্যে লিখিত হইল (°), (′), (″)।

প্রস্তাবিত কোণমান গজ হইতে স্পষ্ট দেখা যাইতেছে যে, ঘখ রেখার এক পৃষ্ঠে এক বিন্দু ম-তে যতগুলি কোণ থাকে তাহাদিগের সমষ্টি দুইটী সমকোণের সমষ্টির সহিত সমান। এই রূপে ঘখ ঋজুরেখার নিম্ন পৃষ্ঠের সমকোণগুলিও দুইটী সমকোণের সমান। অতএব, একটী বিন্দুর চতুর্দ্দিকে যতগুলি কোণ থাকে, তাহাদিগের সমষ্টি চারিটী সমকোণের সহিত সমান। এতদ্দ্বারা প্রতীত হইতেছে যে, কোন ঋজুরেখার এক প্রান্ত স্থির রাখিয়া অপর প্রান্ত ঘুরাইয়া প্রাথমিক স্থানে উপনীত করিলে, তাহার চারি সমকোণ মাত্র ঘূর্ণন হয়।

যে গজের কথা উপরে উল্লিখিত হইল, ইহাকে প্রট্রাক্টার অর্থাৎ পরিবর্দ্ধক বা কোণমান গজ কহে।

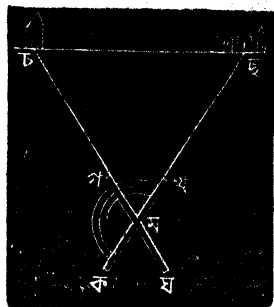
এক খানা পিত্তলের পাতে উপরি লিখিত প্রতিরূপবৎ একটী বৃত্তার্দ্ধ অঙ্কিত কর, এবং তাহাকে চিত্রানুরূপে

বিভক্ত কর। তাহার পর, ঐ বৃত্তার্দ্ধের ভিতরে একটী চতুষ্কোণ ক্ষেত্র করিয়া এবং উহার অংশ সমস্ত হইতে কেন্দ্র পর্য্যন্ত যথাক্রমে রেখা অঙ্কিত করিয়া ঐ আয়ত ক্ষেত্রটী কাটিয়া লও। তাহা হইলে যে স্কেল অথবা গজ উৎপন্ন হইবে, তাহা দ্বারা কোণ মাপিবার উপায় হইবে। কোন স্থানে কোণ নিষ্কাশন করিতে হইলে, তথায় ঐ গজ বা মানদণ্ডের ম নামক কেন্দ্রস্থান সংস্থাপিত কর। পরে কোণ যে পরিমাণে করা আবশ্যক, তাহা মানদণ্ডের অংশের সহিত ঐক্য করিয়া পেন্সিলদ্বারা রেখা টানিয়া দিলেই প্রয়োজন মত কোণ হইবে। বিদ্যালয়ের উপদেশের নিমিত্ত কোণমান গজ একখানা কাগজে বা তাসেও প্রস্তুত হইতে পারে।

কোন ক্ষেত্র মাপ করিবার সময় সর্কম্‌ফরেণ্ট দ্বারা যে সকল কোণের পরিমাণ লওয়া যায়, সেই সকল কোণ কোণ-মান গজদ্বারা নক্‌সার কাগজে লিখিতে হয়। কোণমান গজ সামান্য মানরূপে ব্যবহৃত হয়। সমানাংশে বিভক্ত গজ প্রভৃতি যে সকল বস্তুকে সামান্য মান কহে, তাহার প্রত্যেক অংশ এই মানদণ্ডে কল্পনা করিলে কার্য্য নির্ব্বাহ হইতে পারিবে।

থিওডোলাইট্ বা কোণবীক্ষণ যন্ত্র।

কোন চিহ্ন হইতে দূরস্থ দুইটী বস্তু পর্য্যন্ত দুই রেখা কল্পনা করিলে, এই রেখাদ্বয় দ্বারা যে কোণের উৎপত্তি হয়, তাহার পরিমাণ এই যন্ত্রদ্বারা নিরূপিত হইয়া

থাকে। এই যন্ত্র কিরূপ তাহা নিম্নে লেখা যাইতেছে। কগখ চিহ্ন দ্বারা যে বৃত্তার্দ্ধ প্রদর্শিত হইয়াছে, তাহা ১৮০ সমান অংশে বিভাজিত। এই বৃত্তার্দ্ধের কেন্দ্রে একটী নল এরূপ কৌশলে সংস্থাপিত আছে যে, তাহা চতুর্দ্দিকে ঘুরিতে পারে। ম চিহ্নিত স্থান হইতে

চ, ছ দুইটী বস্তু পর্য্যন্ত রেখা কল্পনা করিলে, এই রেখাদ্বয় দ্বারা যে কোণ উৎপন্ন হয়, তাহা পরিমাণ করিতে হইলে কোণবীক্ষণ যন্ত্রের মধ্যস্থান চমছ কোণাগ্রের উপর সংস্থাপন করিয়া, ক চিহ্নিত স্থান হইতে যন্ত্রস্থ নল দ্বারা ছ চিহ্নিত বস্তুকে লক্ষ্য করিতে হইবে। পরে নলটীর দ্বারা আবার চ চিহ্নিত বস্তুকে সমসূত্রে দেখা যায়, এরূপে ঘুরাইয়া আনিতে হইবেক, অর্থাৎ যতক্ষণ কখ, গঘ-র সহিত মিলিত না হয়। এইক্ষণে মছ ও মচ দুই রেখা দ্বারা যে কোণ হইয়াছে, তাহার পরিমাণ খগ চাপের পরিমাণের সমান হইবে, অর্থাৎ গ হইতে খ পর্য্যন্ত যত অংশ হইবে, ঐ কোণেরও পরিমাণ তত হইবে।

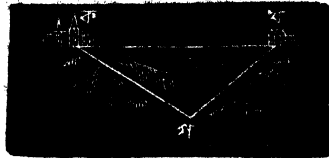
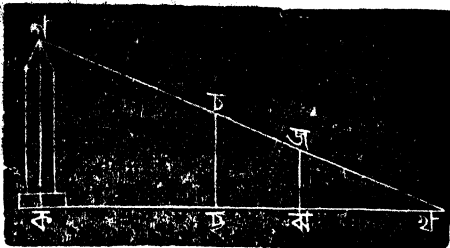
৩২। কোন কোণ পরিমাণ করিতে হইলে, কোণাগ্র অর্থাৎ মধ্যাক্ষরকে কেন্দ্র করিয়া, কোণ উৎপাদক রেখাদ্বয়ের কোন একটীকে ব্যাসার্দ্ধ লইয়া, একটী বৃত্ত নিষ্কাশিত করিতে হইবে। পরে ঐ কোণের দুই পার্শ্বস্থ সরল

রেখার মধ্যে যে চাপ থাকে, ঐ চাপ সমস্ত বৃত্তের যে অংশ হইবে, উক্ত কোণের পরিমাণ তত অংশ হইবে। যথা, কগ একটী চাপ, ম ইহার কেন্দ্র, কগ চাপের যে পরিমাণ কমগ কোণেরও সেই পরিমাণ। যদি কগ চাপের পরিমাণ ৪২°২৯´৪৮´´ হয়, তাহা হইলে কমগ কোণের পরিমাণও ঐ হইবে। অতএব বৃত্তের চাপই কোণের মান।

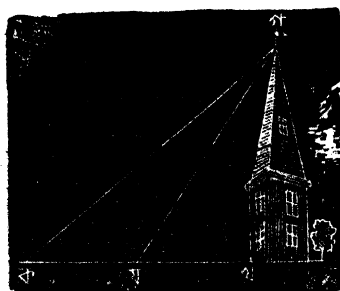
সম্পাদ্য ১ম। জরীপ আমীন যে স্থানে দণ্ডায়মান আছে (২৫ শ পৃষ্ঠাস্থিত প্রতিকৃতি) অর্থাৎ ম, তথা হইতে ছ পর্য্যন্ত যে অন্তর তাহা না মাপিয়াও স্থির করা যাইতে পারে। মনেকর, ছমচ কোণের পরিমাণ ৪০ অংশ, ম হইতে চ-র অন্তর ৩০০ গজ, চ স্থানে কোণবীক্ষণ যন্ত্র রাখিয়া দেখিলে জানা যাইবে, যে ছচম কোণ ৭০ অংশ। এইক্ষণে মছ-র দূরত্ব নিরূপণ করিতে হইবে।

চম একটী রেখা পাত করিয়া উহাকে সমান অংশের মানদণ্ডের ৩০০ অংশের সমান কর। পরে কোণমানগজু দ্বারা মছ রেখা এরূপে পাত কর যে ছমচ কোণ ৪০° হয়; ও চছ এরূপে পাত কর যে ছচম কোণ ৭০° হয়। চছ ও মছই রেখা ছ স্থানে অবচ্ছেদ করিবেক। এইক্ষণে কম্পাস দ্বারা মছ পরিমাণ করিয়া মানদণ্ডে প্রয়োগ করিলে প্রতীত হইবে যে, উহার পরিমাণ ৩০০ গজ, অর্থাৎ মানদণ্ডে যতগুলি একক হইবে প্রত্যেক একক এক গজের স্থানীয় হইবে।

২য়। ক ও খ দুইটী বৃক্ষের মধ্যগত ব্যবধান পরিমাণ করিতে হইবে।

কোণবীক্ষণ যন্ত্র দ্বারা জানা যাইবে যে, যে স্থানে দণ্ডায়মান আছ, সেই স্থানে

কগখ কোণের পরিমাণ ১১০ অংশ। পরে গজ দ্বারা পরিমাণ করিলে গক রেখা ৩২ গজ ধার্য্য হইবে, এবং ক চিহ্নিত স্থানে গকখ কোণের পরিমাণ ৩০ অংশ নির্ণয় হইবে। অনন্তর কখগ ত্রিভুজ নির্ম্মাণ করিয়া কখ পরিমাণ করিলে তাহা ৪৬ গজ নিরূপণ হইবে।

৩য়। গক কীর্ত্তিস্তম্ভের উচ্চতা নির্ণয় করিতে হইবে। কীর্ত্তিস্তম্ভের নিম্নভাগে ক চিহ্ন হইতে যে স্থানে জরীপ আমীন দণ্ডায়মান আছে, সেই পর্য্যন্ত দূরপরিমাণ অর্থাৎ কখ রেখার পরিমাণ ৪০০ ফুট। খ স্থানে কোণবীক্ষণ যন্ত্র দ্বারা দেখিলে জানা যাইবে যে, গখক কোণের পরিমাণ ৪০°। এইক্ষণে গক অর্থাৎ কীর্ত্তিস্তম্ভের উচ্চতা কত স্থির করিতে হইবে।

কোন সমান অংশের মানদণ্ড লইয়া খ ক রেখাকে তাহার ৪০০ অংশের সমান কর। কোণমানগজ দ্বারা খ গ রেখা এরূপে পাত কর যে, কখগ কোণ ৪০ অংশ হয়। পরে ক চিহ্ন হইতে কগ রেখা খক-র উপর লম্ব ভাবে অঙ্কিত কর। ক গ ও খ গ রেখা গ স্থানে ছেদ করিবে। এইক্ষণে কম্পাস দ্বারা গ ক পরিমাণ করিয়া মানদণ্ডে প্রয়োগ করিলে প্রতীত হইবে যে, মানদণ্ডে যত একক ঐ মন্দির তত ফুট উচ্চ অর্থাৎ প্রায় ৩৩৫ ফুট।

৪র্থ। খ গ একটী পর্ব্বতোপরি এক মন্দির, উহার তলায় যাইবার যো নাই। ঐ মন্দিরের উচ্চতা স্থির করিতে হইবে। জরীপ আমীন মনে কর, ক হইতে ঘ পর্য্যন্ত ৭৬ ফুট পরিমাণ করিয়াছে। ক ও ঘ স্থানে কোণবীক্ষণযন্ত্র দ্বারা পরিমাণ করিলে জানা যাইবে যে, গ ক খ ও গ ঘ খ কোণদ্বয় পরস্পর ২৭° ও ৫২°। এইক্ষণে খ গ মন্দিরের উচ্চতা নির্ণয় করিতে হইবে।

কোন সমান অংশের মানদণ্ড লইয়া ক ঘ রেখাকে তাহার ৭৬ অংশের সমান কর। কোণমানগজ দ্বারা ঘগ ও কগ রেখা এরূপে অঙ্কিত কর যে, খ ঘ গ ও খ ক গ কোণদ্বয় পরস্পর ৫২ ও ২৭ অংশ হয়। ঘগ ও কগ রেখাদ্বয়ের সম্পাত বিন্দু গ হইতে কখ রেখার উপর লম্বপাত করিয়া,

কম্পাস দ্বারা উহা পরিমাণ করিলে প্রতীত হইবে, যে উহা মানদণ্ডের ৬৪ একক। মানদণ্ডের প্রত্যেক একক এক ফুটের স্থানীয় হইলে ঐ মন্দিরের উচ্চতা ৬৪ ফুট হইবে।

৩৩। জ্যামিতি সম্বন্ধীয় রেখা বা ক্ষেত্রের লক্ষণকে পরিভাষা কহে। "যে ত্রিভুজের দুই ভুজ সমান তাহাকে সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ কহে," এইস্থলে সমদ্বিভুজ ত্রিভুজের পরিভাষা হইল। ক্ষেত্রবিশেষের লক্ষণ করাটী পূর্ব্ব পক্ষ—অর্থাৎ ক্ষেত্রের ধর্ম্মগুলি প্রথম নির্দ্দেশ করিয়া পশ্চাৎ উপসংহার বা উপপত্তি করিতে হইবে। পূর্ব্বোক্ত সমদ্বিভুজ ত্রিভুজের লক্ষণ হইতে এই ধর্ম্মটী উপপাদিত হইতে পারে যে, উহার সমান বাহুর সম্মুখীন কোণগুলি পরস্পর সমান।

প্রতিজ্ঞা শব্দের অর্থ সাধ্য নির্দ্দেশ। সাধ্য দুই প্রকার, সম্পাদ্য ও উপপাদ্য।

যে প্রতিজ্ঞায় কোন ক্রিয়া সম্পন্ন করিতে হইবে এমন প্রস্তাব করে, অর্থাৎ কোন ক্ষেত্র নির্ম্মাণ করিতে হইবে, অথবা কোন প্রশ্নের সিদ্ধান্ত করিতে হইবে, তাহাকে সম্পাদ্য কহে।

যে প্রতিজ্ঞায় কোন সত্য সংস্থাপন করিতে হইবে এমন প্রস্তাব করে, তাহাকে উপপাদ্য কহে।

এক বা বহু প্রতিজ্ঞা হইতে যে ফল উপলব্ধি হয়, তাহাকে অনুমান কহে।

প্রতিজ্ঞা সকল অধিকাংশই এই পঞ্চাঙ্গ সংযুক্ত হয়; যথা, সামান্য কথন, বিশেষ কথন, অঙ্কপাত, প্রমাণ, উপসংহার। হেতু প্রদর্শনের নাম প্রমাণ।

হেতু দুই প্রকার, অন্বয়ী হেতু এবং ব্যতিরেকী হেতু। যে প্রতিজ্ঞা সাধনে সাধ্যের যাথার্থ্য একবারে সপ্রমাণ হয়, সেই স্থলে অন্বয়ী হেতুর দ্বারা প্রতিজ্ঞা সিদ্ধ হইল, এমত বলা যায়। আর যেখানে সাধ্যের অযাথার্থ্য সপ্রমাণ করিবার নিমিত্ত তদ্বিপরীতের অযাথার্থ্য প্রতিপন্ন করিতে হয়, সে স্থলেই ব্যতিরেকী হেতুর প্রয়োগ হয়।

প্রতিজ্ঞার পূর্ব্বোক্ত তৃতীয় অঙ্গ, অর্থাৎ অঙ্কপাত করিবার জন্য যে কতিপয় প্রত্যক্ষ এবং স্বতঃপ্রমাত্মক সম্পাদ্যের প্রয়োজন হয়, তাহাদের নাম স্বীকার্য্য। আর প্রতিজ্ঞার চতুর্থ অঙ্গ, অর্থাৎ প্রমাণের নিতান্ত উপযোগী, যে সমস্ত স্বতঃপ্রমাত্মক উপপাদ্য, তাহার নাম স্বতঃসিদ্ধ। ইউক্লিড্ ঐ স্বীকার্য্য এবং স্বতঃসিদ্ধের সহায়তা ভিন্ন কুত্রাপি আর কোন প্রমাণ অবলম্বন করেন নাই।

স্বীকার্য্য যথা। ১। এক বিন্দু হইতে অন্য কোন বিন্দু পর্য্যন্ত ঋজু রেখা টানা যায়।

২। কোন নির্দ্দিষ্ট ঋজু রেখাকে সরল ভাবে যথেচ্ছ বৃদ্ধি করা যাইতে পারে।

৩। কোন বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া তাহা হইতে যথেচ্ছ দূরে ব্যাসার্দ্ধ লইয়া বৃত্ত আঁকা যাইতে পারে।

স্বতঃসিদ্ধ। ১। যে যে বস্তু প্রত্যেকে অপর কোন এক বস্তুর সমান, তাহারা পরস্পর সমান।

২। সমান বস্তুতে সমান বস্তুর যোগ করিলে, সমষ্টিদ্বয় পরস্পর সমান হয়।

৩। সমান বস্তু হইতে সমান বস্তুর বিয়োগ করিলে, অবশিষ্টদ্বয় সমান হয়।

৪। সমান সমান বস্তু পরস্পর বিষম বস্তুতে সংযুক্ত হইলে, সমষ্টিদ্বয়ও বিষম হয়।

৫। বিষম বস্তু হইতে সমান বস্তুর বিয়োগ করিলে, অবশিষ্টদ্বয়ও বিষম হয়।

৬। যে যে বস্তু প্রত্যেকে কোন এক বস্তুর দ্বিগুণ, তাহারা পরস্পর সমান।

৭। যে যে বস্তু প্রত্যেকে কোন এক বস্তুর অর্দ্ধ, তাহারা পরস্পর সমান।

৮। যে সমস্ত ক্ষেত্র পরস্পর মিলে, অর্থাৎ যাহারা ঠিক এক স্থান আবরণ করে, তাহারা পরস্পর সমান।

৯। কোন বস্তু বা রাশি তাহার অংশ বিশেষের অপেক্ষা বৃহৎ।

১০। কোন বস্তু বা রাশি বিভাজিত হইলে, তাহার অংশ সমুদয়ের সমষ্টি সেই বস্তু বা রাশির সমান।

১১। সমকোণ মাত্রেই পরস্পর সমান।

১২। দুই ঋজু রেখা যদি পরস্পরকে অবচ্ছেদিত করে, তাহা হইলে উভয়েই কোন ঋজু রেখার সমান্তরাল হইতে পারে না।

গণিতের চিহ্ন নিরূপণ।

এই চিহ্নের নাম সমিত। এক রাশির সহিত অন্য রাশির সাম্য থাকিলে, তাহা এই চিহ্নের দ্বারা প্রকাশ

করা হয়; যথা, ১২ ইঞ্চ এবং এক ফুট ইহারা পরস্পর সমান, ১২ ইঞ্চ = ১ ফুট।

+ এই পতঙ্গ চিহ্নের নাম ধন বা সংহিত। দুই রাশির মধ্যে এই চিহ্ন ব্যবহৃত হইলে, পরস্পরের সঙ্কলন করিতে হয়; যথা, ২+৩=৫।

— ইহার নাম ঋণ বা হীনিত। রাশি পরস্পরার ব্যবকলন সময়ে পরস্পরের মধ্যে এই চিহ্ন ব্যবহৃত হয়; যথা, ৫—২=৩।

× এই বজ্রাকৃতি চিহ্নের নাম গুণ বা গুণক। দুই অথবা ততোধিক রাশির গুণন সময়ে এই চিহ্নের ব্যবহার হয়; যথা ৫×৩=১৫। এই গুণ চিহ্নের পরিবর্ত্তে কখন এক বিন্দু মাত্র লেখা যায়; যথা, ৫.৩=১৫।

যে রাশিকে গুণ করা যায়, তাহার নাম গুণ্য।

যদ্দ্বারা গুণন ক্রিয়া সম্পন্ন হয়, তাহার নাম গুণক

গুণ করিয়া যাহা হয়, তাহার নাম গুণফল।

কোন রাশি সেই রাশিদ্বারা গুণিত হইলে যে ফল লব্ধ হয়, উহাকে রাশির বর্গ কহে, যেমন ৫এর বর্গ ২৫।

কোন একটী রাশিকে সেই রাশি দিয়া গুণ করিয়া, ঐ গুণফলকে পুনর্ব্বার ঐ রাশি দিয়া গুণ করিলে যে ফল লব্ধ হয়, তাহাকে ঐ রাশির ঘন কহে; যথা, ৫×৫×৫=১২৫।

কোন রাশিকে সেই রাশি দ্বারা পুনঃপুনঃ গুণ করিলে যত বার গুণ করা যায়, তত সংখ্যক অঙ্ককে ঐ রাশির মস্তকের ডানিদিকে, ক্ষুদ্রাকারে লিখিলে সেই

গুণফল ব্যক্ত হয়। যথা $৫^২=৫\times৫=২৫$; $৫^৩=৫\times৫\times৫=১২৫$; $\overline{৩+৪}|^২=৭^২=৪৯$; $৪(৫+৩)^২=৪\times৮^২=২৫৬$। এই ২, ৩ সংখ্যাকে ঘাত কহে; $৫^২$, ৫ রাশির দ্বিঘাত বা বর্গ। $৫^৩$, ৫ রাশির ত্রিঘাত বা ঘন, ইত্যাদি।

$\div$ এই চিহ্নের নাম ভাজক। যে যে রাশির মধ্যে এই চিহ্ন থাকে, তাহার প্রথমকে দ্বিতীয় দ্বারা হরণ করিতে হয়; যথা $১৫\div৩=৫$। হার্য্য রাশি হারক রাশির উপরে থাকিলেও ঐ হরণের অর্থ বুঝায়; যথা $\frac{৩}{৫}$। $\frac{৩}{৫}$ পড়িতে হইলে ৩ লব ৫ হর পড়িবে।

যে রাশি ভাগ করা যায় তাহার নাম ভাজ্য।

যদ্দ্বারা ভাগ করা যায়, তাহার নাম ভাজক।

ভাগ করিয়া যে ফল লব্ধ হয়, তাহার নাম ভাগ-ফল।

ভাগের পর যাহা অবশিষ্ট থাকে, তাহার নাম ভাগ-শেষ।

অনেক পৃথক্‌২ রাশি একত্র করিবার নিমিত্ত ( ), { } বা $\overline{}|$ চিহ্ন ব্যবহৃত হয়, ইহাদিগকে বন্ধনী বা বেড় কহে; যথা, $(৫+৪)\times২=১৮$; কিম্বা $\overline{৫+৪}|$° ২=১৮।

$\surd$ এই চিহ্নের নাম মূলক বা মৌলিক। কোন রাশির বামদিকে এই চিহ্ন থাকিলে বুঝিতে হইবে যে, ঐ রাশির বর্গমূল নিষ্কাশিত করিতে হইবে, অর্থাৎ সেই রাশিকে এমন ভাগ করিতে হইবে যে, সেই ভাগফলকে দ্বিঘাত করিলে পূর্ব্ব রাশি উৎপন্ন হইবে; যথা, $\sqrt{৩৬}$—ইহা দ্বারা

৩৬ এর বর্গমূল কত তাহা ব্যক্ত হইতেছে, সুতরাং $\sqrt{৩৬}$ =৬। এই চিহ্নের উপর ৩ থাকিলে ঘনমূল বুঝিতে হইবে, ইত্যাদি। এই মৌলিক চিহ্নের পরিবর্ত্তে কখন কখন রাশির মস্তকের ডানিদিকে $\frac{১}{২}$, $\frac{১}{৩}$ এই রূপ ভগ্নাংশগুলি ব্যবহৃত হয়; যথা, $৬৪^{\frac{১}{২}}$, $৬৪^{\frac{১}{৩}}$, ইহার দ্বারাও ৬৪র বর্গ ও ঘনমূল প্রকাশিত হইয়া থাকে।

যদি রাশি পরম্পরার উপর রেখা অঙ্কিত থাকে, তবে ঐ রাশির সমুচ্চয় লইয়া বিহিত কার্য্য করিতে হইবে, আর সেই রেখার নাম শৃঙ্খল; যথা, $\overline{৩-২+৫}\times\overline{৬-৩}$. ইহার অর্থ এই যে ৩—২+৫ এই রাশি সমূহের ফলকে ৬—৩ এই রাশির ফল দ্বারা গুণ করিতে হইবে। (কখ—গঘ) × (কখ—গঘ), অথবা $\overline{কখ-গঘ}^{২}$, ইহার অর্থ এই যে, কখ—গঘ এই রাশি আপনার দ্বারা গুণ হইবে।

যদি কোন রাশির বর্গ বা ঘনমূল নিষ্কাশন করিতে হয়, আর সেই মূল সম্পূর্ণ নির্ণয় না হয়, অর্থাৎ যত দূর প্রক্রিয়া করা যাউক না কেন, কিছু না কিছু ভাগশেষ থাকে, এবং আসন্ন মূলমাত্র স্থির হয়, তবে সেই মূলের প্রতিরূপকে করণী ও অমেয় রাশি কহা যায়।

এক রাশির সহিত অন্য রাশির যে সম্বন্ধ তাহার নাম অনুপাত। অনুপাত চিহ্ন প্রকাশার্থে কয়েক বিন্দু ব্যবহার হয়; যথা, : :: :। এই চিহ্নগুলি রাশিসকলের মধ্যে থাকিলে তাহাদের পরস্পর যে রূপ সম্বন্ধ তাহা ব্যক্ত হয়;

যথা, ২ : ৫ : : ৮ : ২০ ; ইহা এ রূপে পাঠ করিতে হয়, ২এর সহিত ৫এর যে সম্বন্ধ বা অনুপাত, ৮এর সহিত ২০ এরও সেই সম্বন্ধ বা অনুপাত।

এক রাশি অন্য রাশির দ্বারা শুদ্ধ ভাজ্য হইলে সেই ভাজ্য রাশিকে ঐ অন্য রাশির অপবর্ত্ত্য কহে, যথা, ১৬, ৪ এর অপবর্ত্ত্য, কারণ ১৬, ৪এর ঠিক চতুর্গুণ, সুতরাং উহার শুদ্ধ ভাজ্য।

এক রাশি অন্য রাশির শুদ্ধ ভাজক হইলে, তাহাকে ঐ রাশির অপবর্ত্তক কহে ; যথা, ৪, ১৬র অপবর্ত্তক।

যে চিহ্ন দ্বারা "তজ্জন্য" "এই নিমিত্ত" "অতএব" এই প্রকার অর্থ বোধ হয়, তাহার আকৃতি এই ∴

যে চিহ্ন দ্বারা "যেহেতু" এই অর্থ বোধ হয়, তাহার আকৃতি এই ∵

দুই রাশির মধ্যে পূর্ব্বেরটী পরের রাশি অপেক্ষা গুরু বুঝাইলে এই চিহ্ন ব্যবহৃত হয় > ; ইহার নাম বৃহত্তর। আর লঘু বুঝাইলে < এই চিহ্ন ব্যবহৃত হয় ; ইহার নাম লঘুতর।

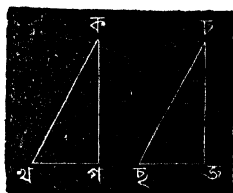
উপরি উক্ত চিহ্ন ব্যতীত আর কতকগুলি চিহ্ন ক্ষেত্রব্যবহারে প্রয়োগ হইয়া থাকে। যথা,—

≁ অর্থাৎ অসমান। △ অর্থাৎ ত্রিভুজ। ∟ অর্থাৎ সমকোণ।
∥ সমান্তরাল। ▱ সমান্তরিক ক্ষেত্র। ∠ কোণ।
∦ সমান্তরাল নহে। ⊥ লম্ব। □ বর্গক্ষেত্র। ⊙ বৃত্ত।

কোণ, ত্রিভুজ এবং সমান্তরাল রেখা সম্বন্ধীয় কতিপয় উপপাদ্য ও সম্পাদ্য।

১ম। প্রতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

দুইটী ত্রিভুজের মধ্যে যদি একটীর দুই বাহু অন্যের দুই বাহুর সহিত যথাস্ব সমান হয়, এবং ঐ দুই ত্রিভুজের সমান ভুজের অন্তর্গত দুইটী কোণ পরস্পর সমান হয়, তাহা হইলে ঐ দুই ত্রিভুজ পরস্পর সর্ব্বতোভাবে সমান হইবে।

মনে কর, ক খ গ ও চ ছ জ দুই ত্রিভুজের খ গ ভুজ, ছ জ ভুজের এবং ক খ ভুজ, চ ছ ভুজের সমান, এবং ক খ গ কোণ, চ ছ জ কোণের সমান। তাহা হইলে কগ বাহু চজ বাহুর, খকগ কোণ ছচজ কোণের ও কগখ কোণ চজছ কোণের সমান হইবে।

যদি কখগ ত্রিভুজকে চছজ ত্রিভুজের উপর এই রূপে উপনিহিত করা যায় যে, খ কোণ, ছ কোণের উপরেই পড়ে এবং খগ ঋজু রেখাটী ছজ ঋজু রেখার উপরেই পড়ে, তাহা হইলে খ কোণ ছ কোণের সমান বলিয়া মিলিয়া যাইবে, এবং খগ ঋজু রেখা ছজ ঋজু রেখার সমান বলিয়া মিলিয়া যাইবে, ও একের প্রান্ত গ, অপরের প্রান্ত জ-র সহিত মিলিবে। আবার খ কোণ

ছ কোণের সহিত মিলিলে কখ ঋজু রেখা চছ ঋজু রেখার ঠিক উপরে পড়িবে, এবং উভয়ে সমান থাকিয়া মিলিয়া যাইবে। তাহা হইলেই গক ঋজু রেখার দুই বিন্দু গ ও ক, জচ ঋজু রেখার দুই বিন্দু জ ও চ-র সহিত মিলিল, সুতরাং রেখাদ্বয়ও পরস্পর মিলিল, এবং কখগ সমুদায় ত্রিভুজ চছজ সমুদায় ত্রিভুজের সহিত সম্যক্ মিলিয়া পরস্পর সর্ব্বতো-ভাবে সমান হইল।

২য় প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

দুইটী ত্রিভুজের মধ্যে যদি একটীর দুই কোণ অন্যের দুই কোণের সহিত যথাস্ব সমান হয়, এবং একের সমান কোণদ্বয়ের মধ্যস্থিত ভুজ, অপরের তাদৃশ ভুজের সহিত সমান হয়, তবে ঐ দুইটী ত্রিভুজ পরস্পর সর্ব্বতোভাবে সমান হইবে।

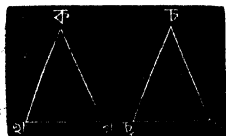
মনে কর, দুইটী ত্রিভুজ কখগ ও চছজ-র (পূর্ব্ব প্রতিকৃতি দেখ) কখগ কোণ চছজ কোণের সমান এবং কগখ কোণ চজছ কোণের সমান, আর ভুজ খগ, ছজ ভুজের সমান, তাহা হইলে কখগ ও চছজ ত্রিভুজদ্বয় পরস্পর সর্ব্বতোভাবে সমান হইবে।

কখগ ত্রিভুজ চছজ ত্রিভুজের উপর এই প্রকারে উপ-নিহিত কর যে খগ রেখা ছজ রেখার উপর পড়ে। এইরূপে কখগ কোণ চছজ কোণের সমান কল্পনা করা গিয়াছে, সুতরাং কখ রেখা চছ রেখার উপর পড়িয়া মিলিয়া যাইবে, এবং কগখ কোণ চজছ কোণের সমান,

সুতরাং কগ রেখাও চছ রেখার উপর পড়িয়া মিলিয়া যাইবে। তাহা হইলেই কখগ ত্রিভুজ চছজ ত্রিভুজের সহিত সম্যক্ মিলিয়া পরস্পর সমান হইল।

৩য় প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

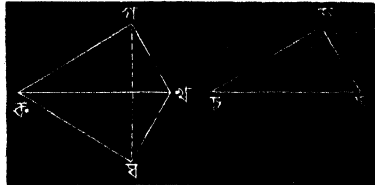
সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমবাহুর সম্মুখীন কোণ দুইটী পরস্পর সমান হইবে।

কখগ একটী ত্রিভুজ, তাহার কখ ও কগ বাহুদ্বয় পরস্পর সমান, কগ ও কখ বাহুদ্বয়ের সম্মুখীন কোণদ্বয়ও পরস্পর সমান।

কল্পনা কর, চছজ আর একটী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ; ইহার চছ বাহু কখ বাহুর ও চজ বাহু কগ বাহুর সমান; এবং উভয় ত্রিভুজের সমান ভুজের অন্তর্গত দুইটী কোণ ছচজ ও খকগ পরস্পর সমান, অতএব ১ম প্রতিজ্ঞানুসারে এই দুইটী ত্রিভুজ পরস্পর সর্ব্বতোভাবে সমান; এবং কখগ কোণ চছজ কোণের সমান। পুনশ্চ, চছ বাহু কগ বাহুর এবং চজ বাহু কখ বাহুর সমান, এবং খকগ কোণ ছচজ কোণের সমান, অতএব এস্থলেও দুইটী ত্রিভুজ পরস্পর সর্ব্বতো-ভাবে সমান এবং কগখ কোণ চছজ কোণের সমান। কিন্তু পূর্ব্বে দর্শিত হইয়াছে যে, কখগ কোণ চছজ কোণের সমান, অতএব কখগ ও কগখ প্রত্যেকে চছজ কোণের সমান বলিয়া পরস্পর সমান, তাহা হইলে সমান বাহুদ্বয়ের সম্মু-খীন কোণগুলি পরস্পর সমান হইল, অর্থাৎ কখ বাহুর

সম্মুখীন কোণ কগখ, কগ বাহুর সম্মুখীন কোণ কখগ-র সমান।

৪র্থ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

দুইটী ত্রিভুজের বাহুগুলি যথাস্থ সমান হইলে কোণ-গুলিও তুল্য হইবে, অর্থাৎ ত্রিভুজদ্বয় পরস্পর সর্ব্বতোভাবে সমান হইবে।

মনে কর, কখগ ও চছজ দুইটী ত্রিভুজের মধ্যে একটীর তিন বাহু কখ, খগ ও গক যথাক্রমে চছ, ছজ ও জচ-র সহিত সমান, তাহা হইলে ঐ দুইটী ত্রিভুজ পরস্পর সর্ব্বতোভাবে সমান হইবে।

কখগ ত্রিভুজের নিম্নে চছজ ত্রিভুজটী এরূপে রাখ যে, চছ রেখা কখ রেখার উপর পড়ে এবং চছজ ত্রিভুজের শীর্ষ বিন্দু জ, ঘ স্থানে আইসে। গ ও ঘ বিন্দুদ্বয় সংযুক্ত কর, তাহা হইলে কগঘ ও খগঘ এই দুই ত্রিভুজ সমদ্বিবাহু হইবে। অতএব (৩য় প্রতিজ্ঞানুসারে) কগঘ ও কঘগ কোণদ্বয় পরস্পর সমান এবং খগঘ কোণ=খঘগ কোণ; ইহাদের সমষ্টি করিলে কগঘ কোণ + খগঘ কোণ = কঘগ কোণ + খঘগ কোণ, অথবা কগখ কোণ = কঘখ কোণ। কিন্তু কখগ এবং কখঘ অথবা চছজ ত্রিভুজে কগ বাহু কঘ বাহুর সমান, খগ বাহু খঘ বাহুর সমান এবং কগখ কোণ কঘখ

কোণের সমান, সুতরাং (১ম প্রতিজ্ঞানুসারে) ঐ ত্রিভুজদ্বয় পরস্পর সমান।

অনুমান। দুই ত্রিভুজের ভুজসকল পরস্পর তুল্য হইলে কোণগুলি তুল্য হয় বটে, কিন্তু কোণগুলি তুল্য হইলে কখন ভুজগুলি তুল্য হয় না।

৫ম প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

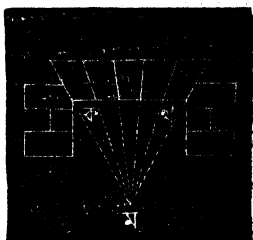
কখ এক নির্দ্দিষ্ট সরল রেখা, ইহার উপর কখগ একটী সমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কিত করিতে হইবে।

ক বিন্দুকে কেন্দ্র ও কখ রেখাকে ব্যাসার্দ্ধ করিয়া খগচ একটী বৃত্ত অঙ্কিত কর; এবং খ বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া খক ব্যাসার্দ্ধ পরিমাণানুসারে আর একটী বৃত্ত কগছ অঙ্কিত কর। এই দুই বৃত্তের পরস্পর সম্পাত বিন্দু গ হইতে ক ও খ পর্য্যন্ত দুই সরল রেখা টান; তাহাতে কখগ যে একটী ত্রিভুজ হইবে তাহা সমবাহু।

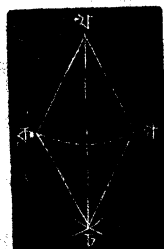
কখ ও কগ উভয়ে খগচ বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ বলিয়া পরস্পর সমান, এবং খগ ও খক উভয়ে কগছ বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ বলিয়া পরস্পর সমান, সুতরাং কগ ও খগ প্রত্যেকে কখ রেখার সমান হওয়াতে ইহারা (১ম স্বতঃ সিদ্ধানুসারে) পরস্পর সমান।

প্রয়োগ। চাম্‌চিকা খিলান প্রস্তুত করিবার নিয়ম।

কখ খিলানের পরিসর; ইহাকে কয়েকটী সমান অংশে

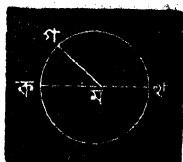
বিভাজিত কর। পরে কখ রেখার নিম্নে সমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কিত কর, এবং ঐ ত্রিভুজের শীর্ষ কোণের ম বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া, ম বিন্দু হইতে কখ রেখার বিভাগকৃত চিহ্ন গুলিতে সরল রেখা টানিলে খিলানের প্রস্থগুলি নিরূপিত হইবে।

৬ষ্ঠ প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

এক নির্দ্দিষ্ট কোণকে সমদ্বিখণ্ড, অর্থাৎ দুই সমান ভাগে বিভক্ত করিতে হইবে।

কখগ এক নির্দ্দিষ্ট কোণ, খ বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া যে পরিমাণে হউক ব্যাসার্দ্ধ লইয়া কগ বৃত্তাংশ অঙ্কিত কর, এবং ক ও গ-কে কেন্দ্র করিয়া উক্ত ব্যাসার্দ্ধ অবলম্বন করিয়া দুইটী চাপ অঙ্কিত কর। এই দুই চাপের সম্পাত বিন্দু চ হইতে খ পর্য্যন্ত এক সরল রেখা টান। খচ রেখা দ্বারা কখগ কোণ দুই সমান ভাগে বিভক্ত হইল। কচ ও গচ সংযুক্ত কর। খক=খগ, এবং চক=চগ এবং খচ রেখা খকচ ও খগচ দুই ত্রিভুজের সামান্য বাহু। অতএব চতুর্থ প্রতিজ্ঞানুসারে এই দুইটী ত্রিভুজ সর্ব্বতোভাবে সমান এবং কখচ কোণ গখচ কোণের সমান। যদি খচক ত্রিভুজ খচ রেখার উপর মুড়িয়া ফেলা

যায়, তাহা হইলে উহা গখচ ত্রিভুজকে সম্পূর্ণ রূপে আবৃত করিবে।

৭ম প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

যে কোণের কত অংশ পরিমাণ নির্দ্দিষ্ট আছে তাহা কিরূপে অঙ্কিত করিতে হইবে।

যে কোণ অঙ্কিত করিতে হইবে তাহার পরিমাণ যদি ৪১ অংশ হয়, তবে অংশমানদণ্ডের ৬০ অংশ পর্য্যন্ত কম্পাস বিস্তার করিয়া, উহার এক পদ, ক ম একটী সরল রেখার ম বিন্দুতে রাখিয়া বৃত্ত অঙ্কিত কর, যথা কখগ ; ইহা কম সকল রেখাকে ক বিন্দুতে ছেদ করিতেছে। পরে উক্ত অংশমানদণ্ডের ৪১° কম্পাস বিস্তার করিয়া ক বিন্দু হইতে বৃত্তের কগ অংশ ছেদ কর এবং গ ও ম সংযুক্ত কর। কমগ কোণ অঙ্কিত হইল, ইহার পরিমাণ ৪১°।

৮ম প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

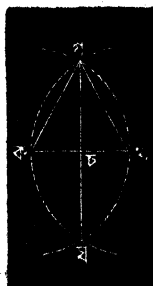
রেখাদ্বয়ের সংস্পর্শে যে কোণের উৎপত্তি হয় তাহার পরিমাণ করিতে হইবে।

কম ও গম (পূর্ব্ব প্রতিকৃতি দেখ) দুই রেখার সংস্পর্শে যে কোণ হইয়াছে, ইহার পরিমাণ করিতে হইবে। ম কেন্দ্র করিয়া অংশমানদণ্ডের ৬০° ব্যাসার্দ্ধ লইয়া কখগ এক বৃত্ত

অঙ্কিত কর, ইহা কম ও গম (আবশ্যক হইলে বর্দ্ধিত করিতে হইবে) রেখাদ্বয়কে ক ও গ বিন্দুতে ছেদ করিবে। পরে কম্পাসকে ক হইতে গ পর্য্যন্ত বিস্তার করিয়া, উক্ত অংশমানদণ্ডে প্রয়োগ করিয়া দেখিলে প্রতীয়মান হইবে যে, কমগ নির্দ্দিষ্ট কোণের পরিমাণ ৪১°।

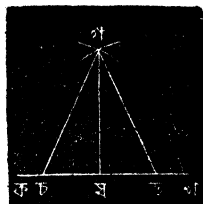
৯ম প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

কখ এক নির্দ্দিষ্ট সরল রেখাকে দুই সমান ভাগে বিভক্ত করিতে হইবে।

ক বিন্দুকে কেন্দ্র এবং কখ রেখাকে ব্যাসার্দ্ধ করিয়া একটী বৃত্ত অঙ্কিত কর, এবং খ কেন্দ্র হইতে খক ব্যাসার্দ্ধ লইয়া আর একটী বৃত্ত অঙ্কিত কর। এই দুই বৃত্তের পরস্পর সম্পাত বিন্দু গ ও ঘ এক সরল রেখা দ্বারা সংযুক্ত করিলে, ইহা কখ সরল রেখার মধ্য বিন্দু চ দিয়া যাইবে।

কগ ও খগ সংযুক্ত কর। ৬ষ্ঠ প্রতিজ্ঞার ন্যায় ইহাতেও প্রদর্শিত হইতে পারে যে কগঘ কোণ খগঘ কোণের সমান। এইরূপে কগচ ও খগচ ত্রিভুজদ্বয়ে কগ রেখা খগ রেখার সমান, চগ সাধারণ বাহু, এবং কগচ কোণ খগচ কোণের সমান। অতএব কগচ ও খগচ দুইটী ত্রিভুজ (১ম প্রতিজ্ঞানুসারে) সর্ব্বতোভাবে সমান এবং কচ রেখা চখ রেখার সমান, সুতরাং চ বিন্দুতে কখ রেখা সমদ্বিখণ্ডিত হইয়াছে।

১০ম প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

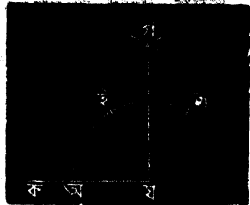
কখ সরল রেখার অন্তর্গত ঘ নির্দ্দিষ্ট বিন্দু হইতে তাহার উপর লম্ব টানিতে হইবে।

কঘ মধ্যে কোন এক বিন্দু লও, যথা, চ এবং ঘখ হইতে ঘচ-র সমান এক অংশ কম্পাসদ্বারা ছেদ কর, যথা ঘছ। চ এবং ছ বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া চঘ অপেক্ষা বেশী ব্যাসার্দ্ধ লইয়া দুইটী চাপ অঙ্কিত কর। এই দুই চাপের পরস্পর সম্পাত বিন্দু গ হইতে ঘ পর্য্যন্ত এক সরল রেখা টান। ঘগ, ঘ বিন্দু হইতে উঠিয়া কখ রেখার উপর লম্ব ভাবে অঙ্কিত হইল।

গচ ও গছ সংযুক্ত কর।

চগঘ ও ছগঘ ত্রিভুজে, চগ = ছগ, চঘ = ছঘ, এবং গঘ দুইটী ত্রিভুজের সামান্য বাহু, অতএব (৪র্থ প্রতিজ্ঞানুসারে) চগঘ ও ছগঘ দুইটী ত্রিভুজ সর্ব্বতোভাবে সমান এবং গঘচ কোণ গঘছ কোণের সমান; ইহারাই গঘ রেখার পার্শ্বস্থ কোণ, অতএব প্রত্যেকে সমকোণ, সুতরাং ঘগ রেখা কখ রেখার উপর লম্বভাবে অঙ্কিত হইয়াছে।

দ্বিতীয়তঃ। কোন সরল রেখার এক প্রান্ত হইতে লম্ব টানিতে হইবে।

কখ এক সরল রেখা, ইহার প্রান্তস্থ বিন্দু খ হইতে ইহার উপর লম্ব টানিতে হইবে। খ বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া খক পর্য্যন্ত কিম্বা খক অপেক্ষা ক্ষুদ্র কোন রেখা ব্যাসার্দ্ধ লইয়া

একটী বৃত্ত অঙ্কিত কর, যথা অইঈ। পরে একটী কম্পাস ঘঅ ব্যাসার্দ্ধের সমান বিস্তার করিয়া তদ্দ্বারা অইঈ বৃত্তাংশকে দুই বার ছেদ কর, যথা ই, ঈ; পুনশ্চ ই ও ঈ বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া ঈ হইতে ই পরিমাণে ব্যাসার্দ্ধ লইয়া দুইটী বৃত্ত অঙ্কিত কর। এই দুই

বৃত্তের পরস্পর সম্পাতবিন্দু গ হইতে ঘ পর্য্যন্ত এক রেখা টান। ঘগ, কঘ রেখার অন্ত্য বিন্দু ঘ হইতে উহার উপর লম্বভাবে অঙ্কিত হইল।

১১শ প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

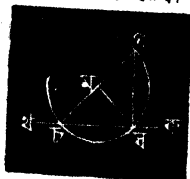
এক নির্দ্দিষ্ট সরল রেখার উপর অবস্থিত কোন নির্দ্দিষ্ট বিন্দু হইতে লম্ব টানিতে হইবে।

কখ এক নির্দ্দিষ্ট সরল রেখা, এবং গ উহার বহিস্থ এক বিন্দু, গ হইতে কখ রেখার উপর লম্ব টানিতে হইবে।

প্রথমতঃ। যখন বিন্দুটী রেখার মাঝামাঝি থাকে তখন গ বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া কখ রেখাকে ছেদ করিতে পারে এরূপ একটী বৃত্তাংশ অঙ্কিত কর, যথা, অ আ; ইহা কখ রেখাকে অ এবং

আ বিন্দুতে ছেদ করিতেছে। পরে অ, গ, ও আ, গ সংযুক্ত কর। অপর (৬ষ্ঠ প্রতিজ্ঞানুসারে) অগআ কোণকে গঘ দ্বারা সমদ্বিখণ্ডিত কর। গঘ সরল রেখা গ বিন্দু হইতে অঙ্কিত

হইয়া কখ রেখার উপর লম্বভাবে সংস্থিত হইল। অঘগ ও আঘগ ত্রিভুজে অগ = আগ, ঘগ সামান্য বাহু এবং অগঘ কোণ আগঘ কোণের সমান, অতএব (১ম প্রতিজ্ঞানুসারে) এই দুইটী ত্রিভুজ সর্ব্বতোভাবে সমান এবং গঘঅ কোণ গঘআ কোণের সমান, ইহারাই গঘ রেখার দুই পার্শ্বের কোণ অতএব প্রত্যেকে সমকোণ; সুতরাং গঘ রেখা কখ রেখার উপর লম্বভাবে অঙ্কিত হইয়াছে।

দ্বিতীয়তঃ। নির্দ্দিষ্ট বিন্দুটী কখ রেখার এক পার্শ্ব ভাগে হইলে গ হইতে কখ রেখার উপর একটী রেখা পাত কর, যথা গচ; পরে গচ-কে ম বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ড কর, এবং ম বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া মগ ব্যাসার্দ্ধ লইয়া একটী বৃত্ত অঙ্কিত কর, যথা, চঘগ; ইহা কখ রেখাকে ঘ বিন্দুতে ছেদ করিতেছে। পরে গ ও ঘ এক সরল রেখাদ্বারা সংযুক্ত কর। গঘ, গ বিন্দু হইতে কখ রেখার উপর লম্বভাবে অঙ্কিত হইল।

ঘ ম সংযুক্ত কর। চম = মঘ, অতএব ঘচম কোণ মঘচ কোণের সমান, এবং মঘ ও মগ সমান হওয়াতে মঘগ কোণ মগঘ কোণের সমান, সুতরাং সমুদায় চঘগ কোণ ঘচম ও মগঘ দুই কোণের যোগতুল্য।

পরন্তু, চঘগ ত্রিভুজের বহিঃস্থ কঘগ কোণ ঘচগ, চগঘ দুই কোণের যোগতুল্য, অতএব চঘগ কোণ গঘক কোণের সমান, সুতরাং (লম্বসংজ্ঞানুসারে) ইহারা প্রত্যেকে সমকোণ।

এই উপপত্তি ১৭শ প্রতিজ্ঞার পর পাঠ করিতে হইবে।

অনুমান। একটী নির্দ্দিষ্ট সরল রেখা ও বিন্দুর মধ্যে যে লঘুতম দূরত্ব তাহাই ঐ রেখার লম্ব।

১২শ প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

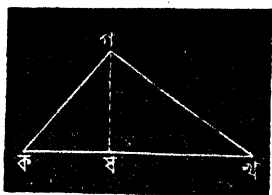
একটী ত্রিভুজ অঙ্কিত করিতে হইবে, যাহার তিন বাহু এরূপ তিনটী নির্দ্দিষ্ট সরল রেখার সমান হইবে, যে ঐ রেখা ত্রয়ের যে দুইটী লও, তাহারা পরস্পর যোগে তৃতীয়টীর অপেক্ষা বৃহত্তর হয়।

নির্দ্দিষ্ট সরল রেখা তিনটী ৫, ৪ এবং ৩ গজ পরিমিত হউক, ইহাদের মধ্যে যে দুই রেখা লও, একত্র করিলে তৃতীয় হইতে অধিক হইবে, অর্থাৎ ৫ ও ৪, ৩ হইতে বৃহত্তর, ৪ ও ৩, ৫ হইতে বৃহত্তর, এবং ৫ ও ৩, ৪ হইতে বৃহত্তর। এমত এক ত্রিভুজ করিতে হইবে, যাহার এক বাহু ৫, এক বাহু ৪ ও এক বাহু ৩ গজ পরিমিত রেখার সমান হইবে।

৫ গজ পরিমিত এক সরল রেখা ক খ ন্যাস কর, পরে ক কেন্দ্র করিয়া ৪ গজ পরিমিত রেখা ব্যাসার্দ্ধ লইয়া এক বৃত্ত আঁক, এবং খ কেন্দ্র করিয়া ৩ গজ পরিমিত রেখা ব্যাসার্দ্ধ লইয়া এক বৃত্ত আঁক। এই দুই বৃত্তের সম্পাত বিন্দু গ হইতে ক এবং খ পর্য্যন্ত দুই সরল রেখা টান, [illegible] হইবে, ইহার তিন বাহু ক্রমশঃ ৫, ৪, ৩ গজ পরিমিত রেখার সমান।

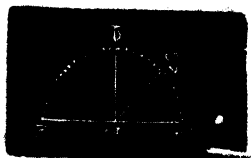
১৩শ প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

ভূমি, লম্ব ও ভূম্যোপরি লম্ব পাতনের স্থান নির্দ্দিষ্ট থাকিলে ত্রিভুজ কিরূপে অঙ্কিত করিতে হইবে।

ক খ ভূমি = ৭, গঘ লম্ব = ৩ এবং ক চিহ্ন হইতে লম্ব পাতনের দূরত্ব ক ঘ = ২ চেইন।

৭ চেইন পরিমিত এক সরল রেখা কখ ন্যাস কর, এবং ক খ হইতে দুই চেইন পরিমিত এক খণ্ড ছেদ কর, যথা ক ঘ। এবং ঘ বিন্দু হইতে তিন চেইন পরিমিত এক লম্ব অঙ্কিত কর, যথা ঘ গ। পরে গ খ ও গ ক সংযুক্ত কর। ক খ গ ত্রিভুজ অঙ্কিত হইল।

১৪শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

ক খ এক সরল রেখা, গ ঘ অন্য একটী সরল রেখা তাহাতে সংলগ্ন হইয়া এক দিকে যে খ গ ঘ ও ঘ গ ক দুইটী কোণ বিস্তার করিয়াছে, তাহাদিগের সমষ্টি দুইটী সমকোণের সমষ্টির সহিত সমান।

গ বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া যে পরিমাণে হউক ব্যাসার্দ্ধ লইয়া খ ঘ চ ক একটী বৃত্ত অঙ্কিত কর, ক চ ঘ খ সামিবৃত্ত বলিয়া খ গ ঘ + ঘ গ ক = ১৮০°, কিম্বা ২ × ৯০°; অর্থাৎ দুইসমকোণতুল্য।

অন্য উপপত্তি। গ বিন্দু হইতে ক খ সরল রেখার উপর গ চ একটী লম্ব টান; অতএব < চ গ ক + < চ গ খ = ২ সমকোণ।

< ঘ গ ক = < চ গ ক + < ঘ গ চ; এই দুই সমান রাশিতে < ঘ গ খ যোগ করিলে, < ঘ গ ক + < ঘ গ খ = < চ গ ক + < চ গ ঘ + < ঘ গ খ = < চ গ ক + < চ গ খ = ২ সমকোণ।

উদাঃ ১ম। যদি ঘ গ খ কোণের পরিমাণ ৪০° হয়, তবে তাহার ক্রোড়স্থ কোণ ঘ গ ক-র পরিমাণ কত হইবে?

উঃ। ১৪০°; কারণ < ঘ গ ক = ১৮০° — ৪০° = ১৪০°।

ঘ গ ক কোণকে ঘ গ খ কোণের ক্রোড়স্থ কোণ কহে, ও ঘ গ চ কোণকে ঘ গ খ কোণের অনুপূরক কোণ কহে।

২য়। যদি খ গ ঘ কোণের পরিমাণ ৩৫° হয়, তবে তাহার অনুপূরক কোণ ঘ গ চ এর পরিমাণ কত হইবে?

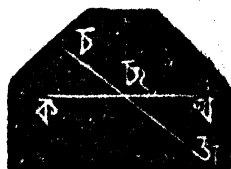
উঃ। ৫৫°; কারণ < ঘ গ চ = ৯০° — ৩৫° = ৫৫°।

৩য়। ৩০° পরিমিত কোণ সমকোণের কত ভাগ?

উঃ। $\frac{১}{৩}$ ভাগ।

১৫ শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

দুই সরল রেখার সম্পাতে প্রতীপ অর্থাৎ বিপরীত কোণদ্বয় পরস্পর সমান হয়।

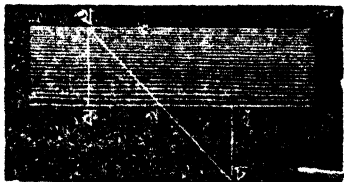
মনে কর, ক খ ও চ জ এই দুই সরল রেখার সম্পাত ছ চিহ্নে হইয়াছে; এইরূপে ক ছ চ কোণ

জ ছ গ কোণের সমান, এবং চ ছ খ ও ক ছ জ ইহারা পরস্পর সমান হইবে।

ক ছ চ কোণ + চ ছ খ কোণ = ২ সমকোণ, এবং খ ছ জ কোণ + চ ছ খ কোণ = ২ সমকোণ, কিন্তু যে যে বস্তু প্রত্যেকে কোন এক বস্তুর সমান তাহারা পরস্পর সমান, অতএব ক ছ চ কোণ + চ ছ খ কোণ = খ ছ জ কোণ + চ ছ খ কোণ। এখন উভয় পক্ষ হইতে চ ছ খ এই সাধারণ কোণটী বিয়োগ করিলে অবশিষ্ট ক ছ চ কোণ জ ছ খ কোণের সমান হইবে। চ ছ খ ও ক ছ জ কোণ যে পরস্পর সমান ইহাও ঐ রূপে উপপন্ন হইতে পারে।

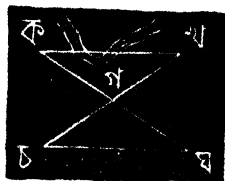
১ অনুমান। ইহা হইতে স্পষ্ট প্রতীয়মান হইতেছে যে, দুই সরল রেখা পরস্পর অবচ্ছিন্ন হইলে, অবচ্ছেদ চিহ্নতে যে যে কোণের উৎপত্তি হয়, তাহারা একত্র যোগে চারিটী সমকোণের সমষ্টির সহিত সমান।

২ অনুমান। অতএব যত সরল রেখা পরস্পর এক চিহ্নে অবচ্ছিন্ন হয়, তাহাতে যে যে কোণ উৎপন্ন হয়, সকল একত্র কারণে চারি সমকোণ তুল্য হইবে।

প্রয়োগ ১ম। কোন নদী পার না হইয়া তাহার প্রস্থ পরিমাণ করিতে হইবে।

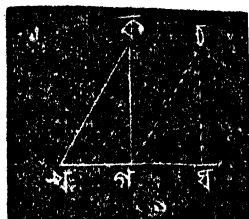
স্বরূপ আমান, মনে কর, ক চিহ্নিত স্থানে অর্থাৎ পর পারের তীরস্থ কোন বৃক্ষ বা অন্য কোন কল্পিত বস্তু যথা খ-র ঠিক সম্মুখে দণ্ডায়মান আছেন,

অনন্তর তিনি ক্রুশদণ্ড বা কোণবীক্ষণ যন্ত্র দ্বারা ক খ রেখার উপর লম্ব ভাবে ক ঘ রেখা অঙ্কিত করুন। পরে ক ঘ রেখাকে গ স্থানে সমান ভাগে দ্বিখণ্ড করিয়া একটী দণ্ড প্রোথিত করুন, এবং ক ঘ রেখার উপর ঘ চ একটী রেখা লম্বভাবে অঙ্কিত করুন। অপর খ চিহ্নিত বস্তু ও গ স্থানে প্রোথিত দণ্ডের সমসূত্রে চ স্থানে আর একটী দণ্ড প্রোথিত করিয়া, ঘ চ-র দূরত্ব পরিমাণ করিলে যাহা হইবে তাহাই নদীর পরিসর নির্দ্ধারিত হইবে।

২য়। ক চিহ্নিত স্থান হইতে খ চিহ্নিত স্থান অগমনীয় হইলেও উহার দূরত্ব স্থির করিতে পারা যায়।

গ চিহ্নিত স্থানে অবস্থিত হইয়া গ ক ও গ খ পরিমাণ কর। গ খ রেখা বৃদ্ধি করিয়া গ চ-কে গ খ-র সমান কর, এবং গ ক-কে বৃদ্ধি করিয়া গ ঘ-কে গ ক-র সমান কর। পরে ঘ চ পরিমাণ করিলে যাহা হইবে; তাহাই ক হইতে খ-র দূরত্ব পরিমাণ।

১৬ শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

ত্রিভুজের কোন বাহু বৃদ্ধি করিলে তাহার বাহিরে যে কোণটী হয়, তাহা ত্রিভুজের অন্তরীণ প্রতীপ কোণদ্বয়ের প্রত্যেকের অপেক্ষা বৃহত্তর হয়।

ক খ গ একটী ত্রিভুজ, ইহার যে কোন বাহুকে, যথা খ গ, ঘ পর্য্যন্ত বৃদ্ধি কর; এইরূপে ক গ ঘ বাহ্য কোণ

গ খ ক এবং খ ক গ অন্তরীণ প্রতীপ কোণদ্বয়ের প্রত্যেক হইতে বৃহৎ হইবে। যদি ক খ গ ত্রিভুজকে খ গ ঘ সরল রেখার উপর এমত প্রকারে সরিয়া দেওয়া যায়, যে খ কোণ গ বিন্দুতে আইসে,

তাহা হইলে প্রতীয়মান হইবে যে শীর্ষ কোণ ক, ক গ রেখার ডাইন দিকে কোন বিন্দুতে আসিবে, যথা চ; এবং কাযে কাযেই গ চ রেখা ক গ ঘ কোণের মধ্যে থাকিবে, অর্থাৎ ক গ ঘ কোণ চ গ ঘ কোণ হইতে বৃহৎ হইবে। কিন্তু চ গ ঘ কোণ = ক খ গ কোণ; সুতরাং বহিঃস্থ কোণ ক গ ঘ অন্তরস্থ ক খ গ কোণ হইতে বৃহৎ।

এই রূপে ক গ বাহু বৃদ্ধি করিলে ক গ ঘ কোণ খ ক গ কোণ হইতে বৃহৎ ইহা উপপন্ন হইবে।

উপরি উক্ত প্রতিজ্ঞার সাধন হইতে এই স্বতঃসিদ্ধটী উপলব্ধি হইতেছে যে, যদি ক গ ঘ কোণ ক খ গ কোণ অপেক্ষা বৃহৎ হয়, তাহা হইলে গ ক ও খ ক রেখা খ ঘ রেখার উপর পৃষ্ঠে কোন না কোন স্থানে অবশ্য সংলগ্ন হইবে।

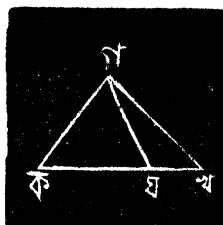
১৭ শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

ত্রিভুজের বৃহত্তর বাহুর সম্মুখে যে কোণটী থাকে তাহা অপর কোন কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর।

ক খ গ এক ত্রিভুজ, তাহার ক খ বাহু ক গ বাহু হইতে

বৃহত্তর, ক গ খ কোণ ও কখগ বা খ ক গ কোণ হইতে বৃহত্তর।

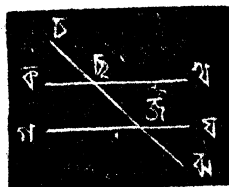
ক খ হইতে ক গ রেখার সমান এক খণ্ড ছেদ কর যথা, ক ঘ, এবং গ ঘ সংযুক্ত কর। ∠ ক ঘ গ, খ ঘ গ ত্রিভুজের বাহ্য কোণ, সুতরাং ইহা অন্তরীণ প্রতীপ কোণ ঘ খ গ হইতে বৃহত্তর; কিন্তু ক ঘ গ ও ক গ ঘ কোণ-

দ্বয় পরস্পর সমান, কারণ ক ঘ ও ক গ রেখাদ্বয় পরস্পর সমান; তন্নিমিত্তে ক গ ঘ কোণও ক খ গ কোণ হইতে বৃহত্তর। পরন্তু ক গ খ, ক গ ঘ হইতে বৃহৎ, সুতরাং ইহা ক খ গ হইতে আরো বৃহত্তর হইবে। এই রূপে ক খ হইতে খ গ রেখার সমান এক খণ্ড ছেদ করিলে উপপাদিত হইতে পারে যে, গ কোণ ক কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর।

অনুমান। ত্রিভুজের বৃহত্তর কোণের সম্মুখে যে বাহু থাকে তাহা অপর কোন বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।

১৮ শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

দুই সমান্তরাল সরল রেখার উপর আর একটী সরল রেখার সম্পাত হইলে একান্তরিত দুইটী কোণ সমান হইবে, ও এক পার্শ্বের বাহ্য কোণ অন্তরীণ প্রতীপ কোণের সমান হইবে। আর এক পার্শ্বের দুইটী অন্তরীণ কোণের সমষ্টি দুইটী সমকোণের সমষ্টির সমান হইবে।

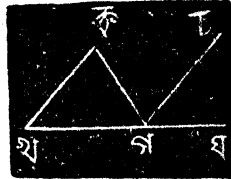
ক খ ও গ ঘ দুই সমান্তরাল রেখা, চ ছ ব তাহাদের উপর পড়িয়াছে। ক ছ জ, ছ জ ঘ একান্তরিত কোণদ্বয়

পরস্পর সমান, এবং বহিঃস্থ কোণ চ ছ খ অন্তরস্থ প্রতীপ কোণ ছ জ ঘ-র সমান। এবং এক পার্শ্বের দুই অন্তরস্থ কোণ খ ছ জ ও ছ জ ঘ একত্র যোগে দুই সমকোণের সমষ্টির সমান।

যদি ক ছ জ কোণ ছ জ ঘ কোণাপেক্ষা বৃহৎ হয়, তবে ক খ ও গ ঘ, খ, ঘ, দিকে বৃদ্ধি পাইলে (১৬শ প্রতিজ্ঞার স্বতঃসিদ্ধানুসারে) উভয়ে সংযুক্ত হইয়া একটী ত্রিভুজ ক্ষেত্র উৎপন্ন হইবে। আর বিপরীত অর্থাৎ লঘু হইলে ক, গ অভিমুখে একটী ত্রিভুজ হইবে। অতএব যদি ক খ ও গ ঘ রেখাদ্বয় কোন দিকেই পরস্পর সংস্পর্শ না করে, তবে ক ছ জ ও ছ জ ঘ কোণদ্বয় পরস্পর সমান হইবে। অপর, ক ছ জ কোণ চ ছ খ কোণের সমান; কিন্তু ক ছ জ কোণ ছ জ ঘ কোণের সমান, সুতরাং চ ছ খ কোণ = ছ জ ঘ কোণ। এবং ইহাতে খ ছ জ কোণ যোগ করিলে চ ছ খ কোণ + খ ছ জ কোণ = খ ছ জ কোণ + ছ জ ঘ কোণ। পরন্তু চ ছ খ ও খ ছ জ কোণ দুই সমকোণ তুল্য, সুতরাং খ ছ জ + ছ জ ঘ দুই সমকোণ তুল্য।

১৯ শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

ক খ গ ত্রিভুজের, বাহ্য কোণ ক গ ঘ, ইহা ত্রিভুজের অন্তরীণ প্রতীপ দুই কোণের সমষ্টির সমান; অর্থাৎ ক গ ঘ কোণ = ক খ গ কোণ + খ ক গ কোণ। অপর, ত্রিভুজের

তিনটী অন্তরীণ কোণ অর্থাৎ ক খ গ, খ গ ক এবং গ ক খ সমবেত হইয়া দুই সমকোণের সমষ্টির সহিত সমান।

গ বিন্দু দিয়া খ ক রেখার সমান্তরাল গ চ রেখা টান। তাহা হইলে পূর্ব্ব প্রতিজ্ঞানুসারে < চ গ ঘ = < ক খ গ; এবং < চ গ ক = < গ ক খ। ইহাদের সমষ্টি করিলে < চ গ ঘ + < চ গ ক = < ক খ গ + < গ ক খ, অর্থাৎ < ক গ ঘ = < ক খ গ + < গ ক খ। পরে এই দুইটী সমান রাশির প্রত্যেক দিকে < ক গ খ যোগ কর, তাহা হইলে < ক গ খ + < ক গ ঘ = < ক খ গ + < গ ক খ + < ক গ খ। কিন্তু < ক গ খ + < ক গ ঘ = < দুই সমকোণ। ∴ < খ + < ক + < ক গ খ = দুই সমকোণ, অর্থাৎ ১৮০°।

উদাহরণ ১। যদি < ক = ২৫°, ও < খ = ৪২°, তবে ক গ ঘ কোণের পরিমাণ কত হইবে?

উঃ। < ক গ ঘ = ২৫° + ৪২° = ৬৭°।

২। যদি বহিঃস্থ কোণ ক গ ঘ ৯৫° ও গ ক খ কোণ ৩৬° হয়, তাহা হইলে ক খ গ কোণের মান কত হইবে?

এই প্রশ্নে, < খ + < ক = < ক গ ঘ, অর্থাৎ < খ + ৩৬° = ৯৫°; এই সমান বস্তুর প্রত্যেক দিক হইতে ৩৬° বিয়োগ করিলে ক খ গ কোণের পরিমাণ ৫৯° হইবে।

৩। যদি < খ = ৪৬°, এবং < ক = ৮৪°, তাহা হইলে অবশিষ্ট ক গ খ কোণের পরিমাণ কত? এই প্রশ্নে,

৩৬° + ৮৪° + < ক গ খ = ১৮০°, ∴ < ক গ খ = ৫০°।

৪। যে ত্রিভুজের ভূমিসংলগ্ন কোণদ্বয়ের পরিমাণ পরস্পর ৫৫° ও ৭৩° হয়, তাহার শীর্ষ কোণের পরিমাণ কত হইবে? উঃ। ৫২°

৫। সমকোণিক ত্রিভুজের ভূমির কোণের পরিমাণ ২৭° হইলে, শীর্ষকোণের পরিমাণ কত হইবে? উঃ। ৬৩°

৬। সমকোণিক ত্রিভুজের ভূমি এবং লম্বের অভিমুখীন কোণদ্বয়ের সমষ্টি যে ৯০° তাহা প্রমাণ কর।

৭। সমকোণিক সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের লঘু কোণদ্বয় যে প্রত্যেকে ৪৫° তাহা প্রমাণ কর।

৮। সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের শীর্ষ কোণ ৫০° হইলে, ভূমিসংলগ্ন কোণদ্বয়ের প্রত্যেকের পরিমাণ কত হইবে? উঃ। ৬৫°।

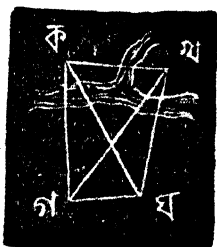
এই প্রতিজ্ঞা হইতে সিদ্ধ হইতেছে যে, সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক কোণ দুই সমকোণের তৃতীয়াংশের একাংশ, এবং সমকোণিক সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমিসংলগ্ন কোণদ্বয় প্রত্যেকে সমকোণের অর্দ্ধেক হয়।

প্রয়োগ ১ম। ক, খ, গ তিনটী নির্দ্দিষ্ট স্থান পরস্পর কত দূর তাহা জানা আছে, যথা, ক খ = ১২ মাইল, খ গ = ৭ মাইল, এবং ক গ = ৮ মাইল। ক, খ দুইটী স্থানের সংযোজক রেখা ক খ-র অন্তর্গত ঘ স্থানে জরীপ আমীন দেখিলেন যে, ঘ স্থান

কোণের পরিমাণ ৬০°। এইক্ষণে ঘ হইতে গ-র দূরত্ব নির্ণয় করিতে হইবে।

ক, খ, গ তিনটী বিন্দু দিয়া একটী ত্রিভুজ নির্ম্মাণ কর, ক বিন্দু দিয়া ক চ রেখা এরূপে অঙ্কিত কর যে খ ক চ কোণ ৬০° এর সমান হয়; গ বিন্দু দিয়া চ ক রেখার সমান্তরাল গ ঘ রেখা অঙ্কিত কর। গ ঘ খ, ও চ ক খ কোণ পরস্পর সমান অর্থাৎ উভয়েই ৬০°। এইক্ষণে মানদণ্ড দ্বারা গ ঘ রেখা পরিমাণ করিলে নির্ণীত হইবে যে উহা ৫.৩ মাইল।

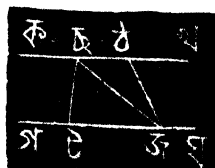
২য়। ক চিহ্নিত স্থান হইতে খ চিহ্নিত স্থানে গমন করিবার উপায় না থাকিলে ইহাদের দূরত্ব কি রূপে নিরূপণ করিতে হইবে।

গ ঘ একটী তল রেখা অঙ্কিত করিয়া দেখিলাম যে উহার পরিমাণ ১৫০ গজ। ঘ চিহ্নিত স্থানে কোণবীক্ষণ যন্ত্র দ্বারা দেখিলাম যে ক ঘ গ ও ক ঘ খ কোণ পরস্পর ৪৫° ও ২২½° এবং গ চিহ্নিত স্থানে দেখিলাম যে খ গ ঘ ও খ গ ক কোণ পরস্পর ৬০° ও ৪৫°। এইক্ষণে ক খ-র দূরত্ব নির্ণয় করিতে হইবে।

কোন সমান অংশের মানদণ্ড দ্বারা গ ঘ রেখা ১৫০ গজের সমান কর। ঘ চিহ্নিত স্থান হইতে ঘ ক ও ঘ খ রেখা এরূপে অঙ্কিত কর যে, গ ঘ ক ও ক ঘ খ কোণ পরস্পর ৪৫° ও ২২½° হয়। এবং গ চিহ্নিত স্থান হইতে গ খ ও গ ক এরূপে অঙ্কিত কর যে ঘ গ খ ও খ গ ক কোণ

পরস্পর ৬০° ও ৪৫° হয়। গ খ ও ঘ খ রেখা খ স্থানে ছেদ করিবে ও গ ক ও ঘ ক রেখা পরস্পর ক স্থানে ছেদ করিবে; এইক্ষণে ক, খ সংযুক্ত করিয়া উক্ত মানদণ্ড দ্বারা পরিমাণ করিলে নির্ণীত হইবে যে উহা প্রায় ১৫৮ গজ।

২০ শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

যদি দুইটী ঋজু রেখার উপর অপর একটী পতিত হইলে, একান্তরিত কোণগুলি সমান হয়, তাহা হইলে প্রথমোক্ত দুইটী ঋজুরেখার উপর আর যত ঋজুরেখা পতিত হইবে, সকলেই সমান একান্তরিত কোণ উৎপন্ন করিবে।

মনে কর ক খ, গ ঘ এই দুই ঋজুরেখার উপর ছ ট ঋজুরেখা পতিত হইয়া একান্তরিত দুইটী কোণ ক ছ ট ও ছ ট ঘ পরস্পর সমান হইয়াছে। ঐ উভয়ের উপর যদি আর একটী ঋজুরেখা ঠ জ পতিত হয়, তাহা হইলে একান্তরিত দুইটী কোণ জ ট ছ ও ট জ ঘ পরস্পর সমান হইবে।

ক ছ ট কোণ = ছ ট ঘ কোণ, অতএব উভয় পক্ষে ট ছ ঠ কোণ যোগ করিলে, ক ছ ট কোণ + ট ছ ঠ = ছ ট ঘ কোণ + ট ছ ঠ কোণ; কিন্তু < ক ছ ট + < ট ছ ঠ = দুই সমকোণ, অতএব < ছ ঠ ঘ + < ট ছ ঠ = দুই সমকোণ; কিন্তু ছ জ যুক্ত করিয়া দুইটী ত্রিভুজ উৎপন্ন করিলে, ছ ট জ ত্রিভুজের ছ জ ট, ছ ট জ ও ট ছ জ এই তিনটী কোণ সমবেত হইয়া দুই সমকোণ তুল্য হইবে, অতএব ছ জ ট, ছ ট জ ও ট ছ জ

এই তিনটী কোণ = ছ ট ঘ অথবা ছ ট জ কোণ + ট ছ ঠ কোণ ; এখন সমান রাশি হইতে সমান বিয়োগ করিয়া ছ জ ট কোণ = জ ছ ঠ কোণ। এই উভয় রাশিতে ছ জ ঘ যোগ কর ; তাহা হইলে ছ জ ট + ছজঘ কোণ = জ ছ ঠ + ছ জ ঘ কোণ ; কিন্তু ছ জ ট + ছ জ ঘ কোণ = দুই সমকোণ তুল্য, অতএব জ ছ ঠ + ছ জ ঘ কোণ = দুই সমকোণ। এইক্ষণে ছ জ ঠ ত্রিভুজের জ ঠ ছ + জ ছ ঠ + ছ জ ঠ কোণ = ২ সমকোণ, অতএব এই তিনটী কোণ = জ ছ ঠ + ছ জ ঘ কোণ = জ ছ ঠ + ছ জ ঠ + ঠ জ ঘ কোণ ; এখন সমান রাশি হইতে সমান বিয়োগ করিয়া জ ঠ ছ = ঠ জ ঘ কোণ। তাহা হইলে আর দুইটী একান্তরিত কোণ থ ঠ জ ও ঠ জ গ ও পরস্পর সমান, কারণ জ ঠ ছ + থ ঠ জ কোণ = দুই সমকোণ = ঠ জ ঘ + ঠ জ গ, কিন্তু উপদর্শিত প্রক্রিয়ানুসারে জ ঠ ছ কোণ = ঠ জ ঘ কোণ, অতএব সমান বিয়োগ করিয়া, থ ঠ জ = ঠ জ গ কোণ, অন্যান্য ঋজুরেখাস্থলেও এইরূপ উপপত্তির অতিদেশ করা যাইতে পারে।

২১ শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

যদি একটী ঋজু রেখা অপর দুইটী ঋজু রেখার উপর পতিত হইয়া একান্তরিত দুইটী কোণ সমান উৎপন্ন করে, তাহা হইলে শেষোক্ত দুইটী ঋজুরেখা সমান্তরাল হইবে।

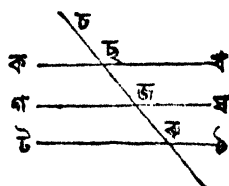
মনে কর, চ ছ জ ঝ একটী ঋজুরেখা (১৮শ প্রতিজ্ঞার প্রতিকৃতি দেখ) ক খ ও গ ঘ দুইটী অপর ঋজুরেখার উপর পড়িয়া ক ছ জ অথবা চ ছ খ ও ছ জ ঘ দুইটী একান্তরিত কোণ

সমান উৎপন্ন করিয়াছে, তবে ক খ ও গ ঘ সমান্তরাল হইবে।

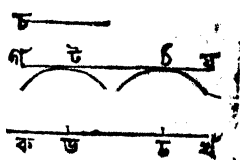
ক খ ও গ ঘ রেখা খ, ঘ দিকে প্রসারিত করিলে সংলগ্ন হইবে না, যদি হয়, তবে তাহাতে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন হইবে তাহার (১৬শ প্রতিঃ) বাহ্য কোণ ক ছ জ অন্তরীণ প্রতীপ কোণ ছ জ ঘ অপেক্ষা বৃহত্তর, কিন্তু ইহাদিগকে সমান কল্পনা করা গিয়াছে, সুতরাং ইহা অসাধ্য, এবং ক খ ও গ ঘ-কে, খ, ঘ দিকে প্রসারিত করিলে সংলগ্ন হইবে না। ক, গ দিকেও যে সংলগ্ন হইবে না ইহাও ঐরূপে উপপাদিত হইতে পারে, অতএব ঐ দুই রেখা প্রসারিত হইলেও কোন দিকে সংলগ্ন না হওয়াতে উহারা সমান্তরাল প্রতিপন্ন হইল।

২২ শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

ক খ ও ট ঠ দুইটী ঋজুরেখা উভয়ে গ ঘ রেখার সমান্তরাল বলিয়া ইহারাও পরস্পর সমান্তরাল হইবে।

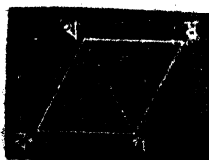
মনে কর, চ ছ জ ঝ একটী রেখা ক খ, গ ঘ ও টঠ রেখার উপর পড়িয়াছে। এইক্ষণে ক খ, গঘ-র সমান্তরাল বলিয়া চ ছ খ কোণ চ জ ঘ কোণের সমান; এবং গ ঘ, ট ঠ-র সমান্তরাল বলিয়া চ ঝ ঠ কোণ চ জ ঘ কোণের সমান; সুতরাং (১ম স্বতঃ সিদ্ধানুসারে) চ ছ খ কোণ চ ঝ ঠ কোণের সমান, অতএব (২১শ প্রতিজ্ঞানুসারে) ক খ ও ট ঠ সমান্তরাল।

২৩শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

কখ নির্দ্দিষ্ট সরল রেখা হইতে চ রেখা পরিমিত ব্যবধান দিয়া একটী সরল রেখা টানিতে হইবে, যাহা কখ রেখার সহিত সমান্তরাল হইবে।

কখ রেখার মধ্যে কোন দুইটী বিন্দু লও, যথা ড, ঢ; ড ও ঢ বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া চ পরিমিত ব্যাসার্দ্ধ লইয়া ট ও ঠ দুইটী চাপ অঙ্কিত কর। পরে ট, ঠ বৃত্তকে ছেদ না করিয়া কেবল স্পর্শ করে এরূপ গঘ একটী সরল রেখা অঙ্কিত কর। ইহাই কখ রেখার সমান্তরাল রেখা।

সমান্তরিক ও অন্য প্রকার চতুরস্র ক্ষেত্র সম্বন্ধীয় উপপাদ্য ও সম্পাদ্য।

২৪শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

সমান্তরিক ক্ষেত্রের অভিমুখীন বাহু ও কোণগুলি পরস্পর সমান, এবং তাহার কর্ণ টানিলে যে দুই ত্রিভুজ উৎপন্ন হয়, তাহারাও পরস্পর সমান।

কখঘগ একটী সমান্তরিক ক্ষেত্র, খঘ ও কগ সমান্তরাল, খগ তাহাদিগকে স্পর্শ করিতেছে, অতএব ঘখগ ও কগখ দুই একান্তরিত কোণ

সমান (১৮শ প্রতিঃ)। এই রূপে ঘ গ খ ও ক খ গ দুই একান্তরিত কোণ সমান। সুতরাং ঘ খ গ ও ক খ গ এই দুই ত্রিভুজের মধ্যে একটীর দুই কোণ ঘ খ গ ও ঘ গ খ ক্রমশঃ অন্যটীর দুই কোণ ক গ খ ও ক খ গ-র সমান, এবং ঐ সমান কোণদ্বয়ের নেদিষ্ঠ বাহু খ গ উভয় ত্রিভুজ সম্বন্ধে সাধারণ হওয়াতে (২য় প্রতিজ্ঞানুসারে) ঘ খ গ ও ক খ গ দুইটী ত্রিভুজ সর্ব্বতোভাবে সমান, সুতরাং খ ঘ = ক গ, ঘ গ = ক খ, এবং খ ঘ গ কোণ খ ক গ কোণের সমান, সুতরাং সমুদায় ত্রিভুজ ঘ খ গ, সমুদায় ত্রিভুজ ক খ গ-র সহিত সমান। তাহা হইলেই এক একটী ত্রিভুজ, সমুদায় সমান্তরিক ক্ষেত্রের অর্দ্ধের সহিত সমান হইল।

২৫শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

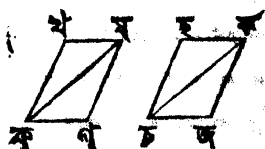
খ ঘ ও ক গ দুই তুল্য এবং সমান্তরাল সরল রেখা, যদি ক খ ও গ ঘ রেখা তাহাদের প্রান্তদ্বয়কে এক এক দিকে সংযুক্ত করে, তবে তাহারাও সমান ও সমান্তরাল হইবে।

ঘ খ গ ও ক গ খ (পূর্ব্ব প্রতিকৃতি দেখ) ত্রিভুজে, ঘ খ গ কোণ = ক গ খ কোণ, ঘ খ বাহু = গ ক বাহু, এবং গ খ উভয় ত্রিভুজের সাধারণ বাহু, সুতরাং ঐ দুই ত্রিভুজ সর্ব্বতোভাবে সমান, এবং ক খ = গ ঘ, ইত্যাদি।

২৬শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

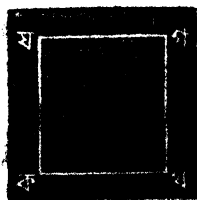
ক খ ঘ গ ও চ ছ ঝ জ দুইটী সমান্তরিক ক্ষেত্রের যদি একটীর নিকটস্থ দুই বাহু ক গ ও গ ঘ অন্যের নিকটস্থ দুই বাহু চ জ ও জ ঝ-র সহিত যথাস্ব সমান হয়, এবং ঐ বাহুদ্বয়ের

অন্তর্গত কোণদ্বয় ক গ ঘ ও চ জ ঝ যদি পরস্পর সমান হয়, তাহা হইলে ঐ সমান্তরিক ক্ষেত্রদ্বয় পরস্পর সর্ব্বতোভাবে সমান হইবে।

ক গ ঘ এবং চ জ ঝ দুইটী ত্রিভুজ পরস্পর (১ম প্রতিজ্ঞানুসারে) সমান; এবং ক খ ঘ ও চ ছ ঝ দুইটী ত্রিভুজ পরস্পর (২৪শ ও ৪র্থ প্রতিজ্ঞানুসারে) সমান।

যদি ক গ ঘ খ এই সমান্তরাল চতুর্ভুজ চ জ ঝ ছ সমান্তরাল চতুর্ভুজের উপর এমত প্রকারে রাখা যায় যে, ক গ রেখা ঠিক চ জ রেখার উপর পড়ে, তবে গ ঘ রেখা জ ঝ রেখার ও ঘ বিন্দু ঝ বিন্দুর উপর পড়িবে। এবং ঘ ক খ ত্রিভুজ ঝ চ ছ ত্রিভুজের উপর পড়িয়া মিলিয়া যাইবে, সুতরাং সমান্তরিক ক্ষেত্রদ্বয় পরস্পর সমান হইবে।

২৭শ প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

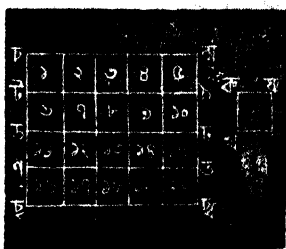
এমত এক বর্গক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে যে, তাহার বাহু এক নির্দ্দিষ্ট সরল রেখার সমান হইবে।

ক খ তিন ফুট পরিমিত এক সরল রেখা। এমত এক বর্গক্ষেত্র নির্ম্মাণ করিতে হইবে, যাহার বাহু চতুষ্টয় ক খ রেখার সমান হইবে।

কখ রেখার এক প্রান্তস্থ বিন্দু খ হইতে তিন ফুট পরিমিত এক লম্ব অঙ্কিত কর, যথা খগ (১০ম প্রতিজ্ঞা) এবং গ বিন্দু দিয়া গঘ, খক-র সমান্তরাল টান; এবং ক দিয়া কঘ, খগ-র সমান্তরাল টান; তাহাতে কখগঘ সমান্তরিক ক্ষেত্র হইবে। অতএব কখ = ঘগ ও খগ = কঘ। অপর, কখ ও খগ সমান হওয়াতে কখ, খগ, গঘ ও ঘক চারি রেখা প্রত্যেকে পরস্পর সমান; এবং তন্নিমিত্ত কখগঘ সমবাহুসমান্তরিক ক্ষেত্র। আর তাহা সমকোণীও বটে, কারণ খগ রেখা কখ ও ঘগ সমান্তরালের উপর পড়িয়াছে; সুতরাং কখগ ও খগঘ দুই কোণ = দুই সমকোণের সমষ্টি; কিন্তু কখগ সমকোণ হওয়াতে খগঘও সমকোণ। অপর, সমান্তরিক ক্ষেত্রের অভিমুখীন কোণ (২৪শ প্রতিজ্ঞানুসারে) পরস্পর সমান, সুতরাং গঘক ও ঘকখ উহাদের অভিমুখীন কোণদ্বয় প্রত্যেকে সমকোণ; তন্নিমিত্ত কখগঘ সমকোণিক ক্ষেত্র; আর ইহা যে সমবাহু তাহা পূর্ব্বে প্রদর্শিত হইয়াছে। অতএব ইহা সমচতুর্ভুজ বা বর্গক্ষেত্র ও ইহার বাহু নির্দ্দিষ্ট রেখার সমান।

অনুমান। সমান্তরিক ক্ষেত্রের মধ্যে একটী সমকোণ থাকিলে অপরগুলিও সমকোণ হইবে।

প্রয়োগ। এক স্থান হইতে অন্য স্থান কত দূর তাহা পরিমাণ করিতে হইলে, আমরা কেবল ব্যবধানের দৈর্ঘ্যই ধরিয়া থাকি প্রস্থ ধরি না। এরূপ পরিমাণকে রৈখিক পরিমাণ কহে। ভূমি প্রভৃতি দ্রব্যের ক্রয় বিক্রয় কালে দৈর্ঘ্য ধরিলে চলে না, দৈর্ঘ্য, বিস্তার উভয়ই ধরা আবশ্যক।

এরূপ পরিমাণকে ধরাতলিক পরিমাণ কহে। রেখার দ্বারাই রেখার এবং ধরাতল দ্বারাই ধরাতলের পরিমাণ করা সম্ভব। যেমন কোন রেখার পরিমাণ করিতে হইলে, এক নির্দ্দিষ্ট রেখাকে (যথা হাত কি গজ) একক স্বরূপ ধরিয়া ঐ একক সেই রেখার মধ্যে কত বার আছে তাহাই নির্ণয় করিতে হয়, সেই রূপ কোন ধরাতল ক্ষেত্রের পরিমাণ করিতে হইলে, এক নির্দ্দিষ্ট ধরাতলকে একক স্বরূপ করিয়া ঐ ধরাতলিক একক প্রথমোক্ত ধরাতলের মধ্যে কতবার আছে তাহা নির্ণয় করিতে হয়।

চ ছ জ ঝ একটী সমচতুকোণ ক্ষেত্র, উহার দৈর্ঘ্য ৫ হাত এবং প্রস্থ ৪ হাত। চ ছ প্রস্থকে ৪ সমান অংশে এবং ছ জ দৈর্ঘ্যকে ৫ সমান অংশে ভাগ কর, এবং এক একটী ভাগ চিহ্ন হইতে চ ছ ও ছ জ বাহুর সমান্তরাল করিয়া এক একটী সরল রেখা অঙ্কিত কর। ঐ রূপ করাতে চ ছ জ ঝ ক্ষেত্রটী যে ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র চতুর্ভুজগুলিতে বিভক্ত হইবে, তাহারা প্রত্যেকেই সমকোণবিশিষ্ট, আর তাহাদের প্রত্যেকেরই দৈর্ঘ্য এক হাত, এবং বিস্তারও এক হাত, এই নিমিত্ত তাহাদের এক একটীকে এক একটী বর্গ হাত কহে।

প্রস্তাবিত সমচতুকোণের দৈর্ঘ্য ছ জ পাঁচ রৈখিক হাত বলিয়া, উহার দৈর্ঘ্যের প্রত্যেক সারিতে (যথা ছ জ তপ

সারিতে) ৫টী বর্গ হাত হইতেছে, এবং বিস্তার চ ছ চারি দৈর্ঘিক হাত বলিয়া সমুদায় ক্ষেত্রটীর মধ্যে সেই রূপ ৪টী সারি (যথা চ ঠ, ট ঢ, ড ত এবং ণ জ এই চারিটী সারি) হইতেছে; সুতরাং নির্ণেয় ক্ষেত্রফল ৪ বার ৫টী বর্গ হাত বা ৫ বার ৪টী বর্গ হাত হইতেছে। তবেই প্রস্তাবিত সমচতুষ্কোণের ক্ষেত্রফল ৫ বার ৪টী বর্গ হাত বা ৪ বার ৫টী বর্গ হাত = ২০টী বর্গ হাত। অতএব যে প্রকারে হউক ৫ × ৪ = ২০ দ্বারা নির্ণেয় ক্ষেত্রফল প্রকাশিত হইতেছে।

এই যুক্তি হইতে স্পষ্ট প্রতীয়মান হইতেছে, যে ক্ষেত্র সমচতুর্ভুজ বা আয়ত হইলে দৈর্ঘ্যপরিমাণ দ্বারা প্রস্থপরিমাণ গুণ করিলে ক্ষেত্রফল স্থির হয়।

উদাহরণ ১ম। যে আয়ত ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৯ হাত ও বিস্তার ৭ হাত, তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ ৬৩ বর্গহাত।

২য়। যে বর্গক্ষেত্রের বাহুর পরিমাণ ৬ হাত, তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ৩৬ বর্গহাত।

৩য়। প্রতি বর্গ গজে যে ৯ বর্গ ফুট আছে তাহা প্রমাণ কর।

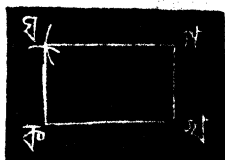
৪র্থ। কোন রেখার উপর বর্গক্ষেত্র অঙ্কিত করিলে ঐ বর্গক্ষেত্র উক্ত রেখার অর্দ্ধেকের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের যে চতুর্গুণ তাহা প্রমাণ কর।

৫ম। যে আয়ত ক্ষেত্র ১ ফুট লম্বা ও ১ ইঞ্চ প্রস্থ, তাহা যে এক বর্গ ফুটের দ্বাদশ ভাগের এক ভাগ তাহা প্রমাণ কর।

২৮শ প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

যে আয়তের দৈর্ঘ্য ও বিস্তার নির্দ্দিষ্ট আছে, তাহা কি রূপে নির্ম্মাণ করিতে হইবে।

নির্দ্দিষ্ট দৈর্ঘ্য ও বিস্তার পরস্পর ৫ ও ৩ ফুট। এমত এক আয়ত নির্ম্মাণ করিতে হইবে যাহার দৈর্ঘ্য ও বিস্তার ৫ ও ৩ ফুট।

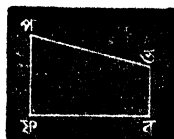
পাঁচ ফুট পরিমিত এক সরল রেখা পাত কর, যথা ক খ। ক খ রেখার এক প্রান্তস্থ বিন্দু খ হইতে তিন ফুট পরিমিত এক লম্ব টান, যথা খ গ; ক বিন্দু কেন্দ্র করিয়া খ গ ব্যাসার্দ্ধ লইয়া একটী বৃত্ত অঙ্কিত কর, এবং গ কেন্দ্র হইতে ক খ ব্যাসার্দ্ধ লইয়া আর একটী বৃত্ত অঙ্কিত কর, এই দুই বৃত্তের পরস্পর সম্পাত বিন্দু ঘ হইতে ক এবং গ পর্য্যন্ত দুই সরল রেখা টান, তাহাতে ক খ গ ঘ এক আয়ত অঙ্কিত হইবে, যাহার দৈর্ঘ্য পাঁচ ও বিস্তার তিন ফুট।

ঘ গ = ক খ, এবং ক ঘ = খ গ, সুতরাং (২৪শ প্রতিজ্ঞানুসারে) ঘ গ খ ক সমান্তরিক ক্ষেত্র এবং ইহার খ কোণ সমকোণ ও অপর কোণগুলিও সমকোণ, সুতরাং ঘ গ খ ক আয়ত ক্ষেত্র।

অনুমান। বর্গক্ষেত্র মাত্রেই সমান্তরাল চতুর্ভুজ, কিন্তু সমান্তরাল চতুর্ভুজ হইলেই বর্গক্ষেত্র হয় না।

২৯শ প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

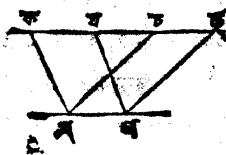
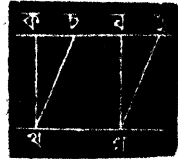
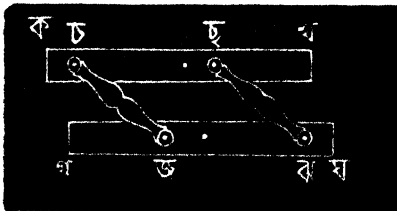
যে ট্রাপিজৈজের ভূমি ও দুইটী লম্ব নির্দ্দিষ্ট আছে তাহা কি রূপে নির্ম্মাণ করিতে হইবে।

নির্দ্দিষ্ট ভূমির পরিমাণ ৬ ফুট ও দুইটী লম্বের পরিমাণ পরস্পর ৩ ও ২ ফুট।

ছয় ফুট পরিমিত এক সরল রেখা ফ ব ন্যাস কর। ফ ব রেখার দুই প্রান্তে ৩ ও ২ ফুট পরিমিত দুইটী লম্ব ফ প ও ব ভ অঙ্কিত কর; পরে প, ভ সংযুক্ত কর, প ফ ব ভ ট্রাপিজৈজের ভূমি ও দুইটী লম্ব ক্রমশঃ নির্দ্দিষ্ট ভূমিও লম্বের সমান।

৩০শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

যে যে সমান্তরিক ক্ষেত্র এক ভূমির উপর এবং সেই ভূমির সমান্তরাল কোন রেখার মধ্যে থাকে, তাহারা পরস্পর সমান।

ক খ গ ঘ ও চ খ গ ছ দুই সমান্তরাল ক্ষেত্র, খ গ নামক ভূমির উপর এবং খ গ ও ক ছ সমান্তরালের মধ্যে অবস্থিত আছে, ক খ গ ঘ সমান্তরাল ক্ষেত্র চ খ গ ছ ক্ষেত্রের সমান।

২৪শ প্রতিজ্ঞানুসারে, ক ঘ = খ গ, এবং চছ = খ গ; যে যে বস্তু প্রত্যেকে কোন বস্তুর সমান, তাহারা পরস্পর সমান, অতএব ক ঘ = চ ছ। এইরূপে সমুদায়

ক ছ রেখা হইতে ক ঘ বিয়োগ করিলে ঘ ছ অবশিষ্ট থাকিবে; পুনশ্চ ক ছ রেখা হইতে চ ছ বিয়োগ করিলে ক চ অবশিষ্ট ঘ ছ অবশিষ্টের সমান হইবে, কারণ সমান বস্তু হইতে সমান বস্তুর বিয়োগ করিলে অবশিষ্ট সমান হয়। অপর, ক খ চ ও ঘ গ ছ ত্রিভুজে, ক খ = ঘ গ, খ চ = গ ছ এবং ক চ = ঘ ছ, অতএব (৪র্থ প্রতিজ্ঞানুসারে) উক্ত ত্রিভুজদ্বয় সর্ব্বতোভাবে সমান। ক খ গ ছ বিষম চতুর্ভুজ হইতে ক খ চ ও ঘ গ ছ ত্রিভুজ একে একে লইলে অবশিষ্ট সমান হইবে। সুতরাং ক খ গ ঘ সমান্তরিক ক্ষেত্র চ খ গ ছ সমান্তরিক ক্ষেত্রের সমান।

প্রয়োগ ১। খ গ ছ চ সমান্তরিক ক্ষেত্রকে (পূর্ব্ব প্রতিকৃতি দেখ) একটী তৎতুল্য ক খ গ ঘ আয়ত ক্ষেত্রে পরিবর্ত্তিত করিতে হইবে। খ গ ছ চ সমান্তরিক ক্ষেত্র হইতে গ ঘ ছ ত্রিভুজটী বাহির করিয়া খ ক চ-র উপর রাখিলে, খ গ ছ চ সমান্তরিক ক্ষেত্র খ গ ঘ ক আয়ত ক্ষেত্রে পরিবর্ত্তিত হইবে।

সমান্তরিক রুলার। এই যন্ত্রটী মাটামচৌরস সমচতুষ্কোণিক

দুই খণ্ড তক্তামাত্র, পরস্পর দুই পিত্তলের ফলক দ্বারা আবদ্ধ। তক্তা দুই খানি সমান্তরালভাবে স্থিত ও তাহাদের দুই প্রান্তের কিঞ্চিৎ নিম্নে পিত্তলের ফলক তির্য্যক্‌ভাবে স্ক্রু দ্বারা এরূপে সংলগ্ন থাকে যে, ইচ্ছানুসারে তক্তা দুই খানি বিস্তৃত ও সঙ্কুচিত হইতে পারে, এই যন্ত্রদ্বারা কাগজে রুল করিলে সমুদায় রেখা সমান ও সমান্তরাল হয়।

অনুমান। যে যে সমান্তরিক ক্ষেত্র ও আয়ত ক্ষেত্র একই বা সমান সমান ভূমির উপর এবং উক্ত ভূমির সমান্তরাল কোন রেখার মধ্যে থাকে, তাহাদের ক্ষেত্রফল পরস্পর সমান।

নিয়ম। সমান্তরিকের কালি নির্ণয় করিতে হইলে, তাহার কোন এক বাহুর পরিমাণ স্থির করিয়া, পরে সেই বাহুর উপর তাহার সম্মুখীন বাহু হইতে একটী লম্বপাত করিয়া, সেই লম্বের পরিমাণ স্থির কর, অনন্তর এই পরিমাণদ্বয়কে গুণ করিলে যে গুণফল হইবে তাহাই সমান্তরিকের ক্ষেত্রফল।

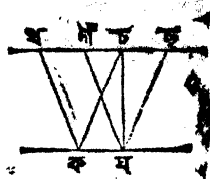
উদাঃ ১ম। খ গ ছ চ সমান্তরিকের যদি ভূমি খ গ ১২ হাত ও লম্ব গ ঘ ৯ হাত হয়, তাহা হইলে ঐ সমান্তরিকের কালি কত? উঃ। ১০৮ বর্গহাত।

২য়। যে সমান্তরিকের ভূমি ৫.৬ ফুট ও লম্ব ৩.২ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ১৭.৯২ বর্গফুট।

৩য়। যে আয়তক্ষেত্র ২৭ ফুট লম্বা, তাহা প্রস্থে কত ফুট হইলে ক্ষেত্রফল ১০৮ বর্গ ফুট হইবে? উঃ। ৪ ফুট।

৩১শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

ক খ গ ঘ এক সমান্তরিক ক্ষেত্র এবং ক ঘ চ এক ত্রিভুজ, এতদুভয়ে এক ভূমির উপর ও খ ছ ও ক ঘ এই দুই সমান্তরালের মধ্যে আছে। ক ঘ চ ত্রিভুজ ক খ গ ঘ সমান্তরিক ক্ষেত্রের অর্দ্ধেক হইবে।

ঘ বিন্দু দিয়া ঘ ছ রেখা ক চ রেখার সমান্তরাল টান, তাহাতে ক ঘ চ ত্রিভুজ (২৪শ প্রতিজ্ঞানুসারে) ক ঘ ছ চ সমান্তরিক ক্ষেত্রের অর্দ্ধেক, কিন্তু ক ঘ ছ চ সমান্তরিক ক্ষেত্র কঘগখ সমান্তরিক ক্ষেত্রের সমান, অতএব ক ঘ চ ত্রিভুজও ক ঘ গ খ সমান্তরিকের অর্দ্ধেক।

অনুমান। যে যে ত্রিভুজ, এক ভূমির উপর ও সেই ভূমির সমান্তরাল কোন রেখার মধ্যে থাকে, তাহারা পরস্পর সমান।

প্রয়োগ। প্রস্তাবিত উপপাদ্য হইতে এই প্রতিপন্ন হইয়াছে যে, একটী ত্রিভুজ ও একটী আয়ত ক্ষেত্র যদি এক ভূমির উপর ও ঐ ভূমির সমান্তরাল কোন রেখার মধ্যে থাকে, তাহা হইলে ত্রিভুজটীর ক্ষেত্রফল আয়ত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অর্দ্ধেক হইবে। পুনশ্চ, এই যুক্তি হইতে অপর এক নিয়ম উপলব্ধ হইতেছে যে, ত্রিভুজক্ষেত্রের কালি নির্ণয় করিতে হইলে প্রথমতঃ তাহার কোন এক বাহুর পরিমাণ স্থির করিতে হয়, পরে সেই বাহুর উপর

আবশ্যক হইলে তাহাকে বর্দ্ধিত করিয়া তাহার সম্মুখীন কোণ হইতে একটী লম্বপাত করিলে সেই লম্বের পরিমাণ স্থির করিতে হয়, অনন্তর ঐ পরিমাণদ্বয়কে গুণ করিলে যে গুণফল হইবে তাহার অর্দ্ধেক ঐ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল।

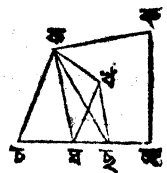
দৈর্ঘ্য-পরিমাণকে প্রস্থপরিমাণ দ্বারা গুণ করিলে ক্ষেত্রফল ; উপলব্ধি সকল প্রকার চতুর্ভুজে ঘটে না, যে সকল চতুর্ভুজের চারিটী কোণই সমকোণ (অর্থাৎ মাটামকোণ) তাহাদের বেলাই খাটে ; রম্বস্ বা রম্বয়েডের বেলা খাটে না। প্রস্তাবিত উপপাদ্যের প্রয়োগটী বিশেষ রূপে অনুধাবন করিয়া দেখিলে রম্বস্ ক্ষেত্রের কালি কি রূপে করিতে হয়, তাহার নিয়মের যুক্তি উপলব্ধ হইতে পারে, যথা, যদি রম্বস্ বা রম্বেড ও আয়ত ক্ষেত্র একই ভূমির উপর ও সেই ভূমির সমান্তরাল কোন রেখার মধ্যে থাকে, তবে তাহাদের ক্ষেত্রফল সমান হইবে, সুতরাং রম্বস্ বা রম্বেড ক্ষেত্রে দীর্ঘভুজপরিমাণকে তাহার সম্মুখীন ভুজ হইতে তদুপরি পতিত লম্বের পরিমাণ দ্বারা গুণ করিলে ক্ষেত্রফল স্থির হয়।

উদাহরণ ১ম। ক চ ঘ ত্রিভুজের ভূমি ৭ ফুট ও লম্ব ঘ চ ৮ ফুট হইলে ক্ষেত্রফল কত হইবে ?

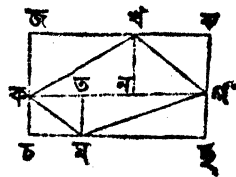
এই প্রশ্নে, ক ঘ ছ চ সমান্তরিক ক্ষেত্রের কালি = ৭×৮, কিন্তু ক ঘ চ ত্রিভুজ এই ক্ষেত্রফলের অর্দ্ধেক ; ∴ ক ঘ চ

$$\text{ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{৭ \times ৮}{২} = ২৮ \text{ বর্গফুট।}$$

২য়। ক চ জ ঝ একটী বিষমাকার ক্ষেত্র, ক খ ঘ একটী বেড়ার দ্বারা দুই খণ্ডে বিভক্ত হইয়াছে, যথা ক খ ঘ জ ঝ ও ক খ ঘ চ। এইক্ষণে ঐ বক্র বেড়াটী এরূপ সরল রেখানুসারে দিতে হইবে যে, ক খ ঘ জ ঝ ও ক খ ঘ চ ক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্র-ফলের কোন বৈলক্ষণ্য হইবে না।

ক ঘ সংযুক্ত করিয়া খ বিন্দু দিয়া খ ছ, ক ঘ রেখার সমান্তরাল অঙ্কিত কর, এবং ক ছ সংযুক্ত কর। ক ছ রেখাই নিকাঙ্ক্ষ্য সরল বেড়া হইবে।

৩১শ প্রতিজ্ঞার অনুমানানুসারে ক ঘ ছ ও ক ঘ খ দুইটী ত্রিভুজ পরস্পর সমান, সুতরাং ক ছ চ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ক খ ঘ চ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান।

৩২শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

ক খ গ ঘ ট্রাপিজিয়মটী চ ছ ঝ জ আয়ত ক্ষেত্রের অন্তর্বর্ত্তী, এবং চ ছ রেখা ট্রাপিজিয়মের কর্ণ রেখা ক গ-র সমান্তরাল। ট্রাপিজিয়মটী আয়ত ক্ষেত্রের অর্দ্ধেক।

ক খ গ ত্রিভুজ ক গ ঝ জ আয়ত ক্ষেত্রের অর্দ্ধেক;
ক ঘ গ ত্রিভুজ ক গ ছ চ আয়ত ক্ষেত্রের অর্দ্ধেক;
অতএব এই দুই পক্ষে সমান রাশি সমষ্টি করিলে

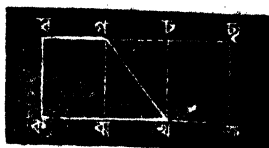
প্রতীত হইবে যে, ক খ গ ঘ ট্রাপিজিয়ম—চ ছ ঝ জ আয়ত ক্ষেত্রের অর্দ্ধেক।

প্রস্তাবিত উপপাদ্য হইতে ট্রাপিজিয়ম ক্ষেত্রের কালি করিবার নিয়মটী প্রাপ্ত হওয়া যায়; যথা,

কর্ণ রেখার উপর অপর দুইটী সম্মুখীন কোণ হইতে দুইটী লম্ব পাত করিয়া, এই দুই লম্বের সমষ্টিকে কর্ণ রেখা-দ্বারা গুণ করিলে যে গুণফল প্রাপ্ত হওয়া যায়; তাহার অর্দ্ধেক লইলেই ক্ষেত্রফল স্থির হয়।

উদাঃ। যদি ক ঘ গ খ ট্রাপিজিয়মের কর্ণ ক গ ২৬ হাত, ঘ ত ও খ ন দুইটী লম্ব যথাক্রমে ৬ ও ৮ হাত হয়, তাহা হইলে উহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ১৮২ বর্গহাত।

৩৩শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

যদি ক খ গ ঘ ট্রাপিজেড ক্ষেত্রের পরস্পর সম্মুখবর্ত্তী দুইটী বাহু ক খ ও ঘ গ সমান্তরাল হয়, আর ক জ ছ ঘ সমান্তরিক ক্ষেত্রের উচ্চতা ট্রাপিজেডের উচ্চতার সহিত সমান হয়, ও ক জ ভূমি ক খ ও ঘ গ দুইটী সমান্তরাল বাহুর যোগপরিমাণ-তুল্য হয়; তাহা হইলে

ট্রাপিজেড ক্ষেত্রটী আয়ত ক্ষেত্রের অর্দ্ধেক হইবে। খ ও গ বিন্দু দিয়া খ চ ও গ ঝ রেখা ছ জ বা ক ঘ রেখার সমান্তরাল টানিলে গ খ চ ও গ খ ঝ ত্রিভুজদ্বয় পরস্পর সমান হইবে; এবং খ জ, গ ঘ রেখার সমান বলিয়া ঝ জ ছ চ সমান্তরিক ক্ষেত্র ক ঝ গ ঘ সমান্তরিক ক্ষেত্রের

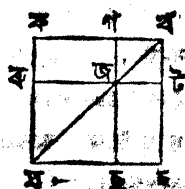
সমান। অতএব গ ছ জ খ ট্রাপিজৈড ক খ গ ঘ ট্রাপিজৈড ক্ষেত্রের সমান। সুতরাং ক খ গ ঘ ট্রাপিজৈড ক জ ছ ঘ সমান্তরিক ক্ষেত্রের অর্দ্ধেকের সমতুল্য।

নিয়ম। ট্রাপিজৈড ক্ষেত্রের কালি স্থির করিতে হইলে, একটী সমান্তরাল বাহুর এক প্রান্ত হইতে অপরটীর উপর লম্বপাত করিয়া, দুইটী সমান্তরাল বাহুর সমষ্টির অর্দ্ধেককে লম্বদ্বারা গুণ করিলে গুণফল ক্ষেত্রের পরিমাণ হইবে।

উদাহরণ ১ম। ক খ গ ঘ ট্রাপিজৈডের ক খ ও গ ঘ যথাক্রমে ৬ ও ৪ হাত এবং উহাদের অন্তর ঝ গ ৫ হাত হইলে, ইহার কালি কত হইবে? উঃ। ২৫ বর্গহাত।

৩৪শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

কোন সরল রেখা দুই ভাগে বিভক্ত হইলে, সেই দুই খণ্ডেরবর্গক্ষেত্রের ফল, উক্ত-খণ্ডদ্বয়ের পরস্পরের গুণনে যে আয়ত ক্ষেত্রের ফল হয়, তাহার দ্বিগুণ, এতদুভয়ের সমষ্টি সমুদায় রেখার বর্গক্ষেত্রের ফলের সমান হইবে।

মনে কর, ঘ চ সরল রেখা ছ বিন্দুতে দুই অংশে বিভক্ত হইয়াছে। এইক্ষণে সমুদায় রেখা ঘ চ-র উপর অঙ্কিত সমচতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল = ঘ ছ, ছ চ উভয় রেখার উপর অঙ্কিত সমচতুর্ভুজের ফল + ঘ ছ ও ছ চ রেখাদ্বয়ের গুণনে যে আয়ত হয় তাহার দ্বিগুণ, অর্থাৎ ঘ চ^{২} = ঘ ছ^{২} + ছ চ^{২} + ২ ঘ ছ. ছ চ।

ঘ চ রেখার উপর ঘ চ থ ক সমচতুর্ভুজ অঙ্কিত করিয়া থ ঘ সংযুক্ত কর, এবং ছ বিন্দু দিয়া ছ জ গ রেখা চ থ বা ঘ ক রেখার সমান্তরাল করিয়া টান, এবং জ বিন্দু দিয়া জ ট রেখাকে ক থ বা ঘ চ-র সমান্তরাল করিয়া টান।

গ ছ, ক ঘ সমান্তরাল হওয়াতে তাহাদের উপর থ ঘ সম্পাতে বাহ্য কোণ থ জ গ অন্তরীণ প্রতীপ ক ঘ থ কোণের সমান হইতেছে। কিন্তু ক থ ঘ ও ক ঘ থ সমান, কারণ ক থ, ক ঘ সমচতুর্ভুজের বাহু বলিয়া পরস্পর সমান, সুতরাং গ জ থ ও গ থ জ সমান, অতএব গ থ, গ জ পরস্পর সমান, এবং গ থ, জ ট র সমান ও গ জ, থ ট-র সমান হওয়াতে গ জ ট থ ক্ষেত্র সমবাহুক। আর ইহা সমকোণীও বটে, কারণ গ থ ট কোণ সমকোণ হওয়াতে গ জ ট থ সমান্তরিক ক্ষেত্রের অন্যান্য কোণও সমকোণ; সুতরাং গ জ ট থ, গ থ রেখার সমচতুর্ভুজ। কিন্তু গ থ = জ ট = ছ চ, কাযে কাযেই ইহা ছ চ রেখারও সমচতুর্ভুজ; এই রূপে ব ঘ ছ জ, ঘ ছ রেখার সমচতুর্ভুজ বলিয়া প্রমাণ হইতে পারে।

অপর, ব ক গ জ আয়ত ক্ষেত্র ছ চ ট জ আয়ত ক্ষেত্রের সমান; কিন্তু ছ চ ট জ আয়ত ক্ষেত্রটী ছ চ ও চ ট রেখাদ্বয়ের অন্তর্গত, কিন্তু চ ট = ছ জ = ঘ ছ, সুতরাং ছ চ ট জ আয়ত ক্ষেত্রটী ছ চ ও ঘ ছ রেখাদ্বয়ের অন্তর্গত।

এইরূপে ব ছ জ ব ও গ জ ট থ দুই সমচতুর্ভুজ এবং

ক ক জ গ ও জ ট চ ছ দুইটী আয়তক্ষেত্র, ইহারা একত্র যোগে ক ঘ চ খ সমচতুর্ভুজের তুল্য।

∴ ঘ চ^{২} = ঘ ছ^{২}+ছ চ^{২}+২ ঘ ছ. ছ চ।

বীজগণিত দ্বারা উপপত্তি। ঘ ছ ও ছ চ দুই রেখা ক, খ দুই সাঙ্কেতিক অক্ষর দ্বারা নির্দ্দেশ করিলে, (ক+খ)^{২} = ক^{২}+খ^{২}+২ ক. খ; অর্থাৎ, (ঘ ছ+ছ চ)^{২}, অথবা ঘ চ^{২} = ঘ ছ^{২} + ছ চ^{২} + ২ ঘ ছ. ছ চ। (......১)

এই রূপে ঘ চ রেখা ক, ও ছ চ, খ অক্ষর দ্বারা নির্দ্দেশ করিলে,

(ক—খ)^{২} = ক^{২}+খ^{২}—২ ক. খ; অর্থাৎ, (ঘ চ—ছ চ)^{২},

অথবা ঘ ছ^{২} = ঘ চ^{২} + ছ চ^{২}—২ ঘ চ. ছ চ; ... (২)
অর্থাৎ, দুই অসমান রেখার অন্তরের উপর সমচতুর্ভুজ = ঐ দুই রেখার সমচতুর্ভুজ—ঐ দুই রেখার আয়তক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ।

অপর, ক^{২}—খ^{২} = (ক + খ) (ক—খ); ... ... (৩)

অর্থাৎ, দুই অসমান রেখার সমচতুর্ভুজের অন্তর তাহাদের যোগ ও অন্তরের আয়তফলের তুল্য।

এই প্রতিজ্ঞাটীকে পাটীগণিতের ধারায় অর্থাৎ সংখ্যাবাচক রাশির দ্বারায় প্রমাণ করিয়া দেওয়া যাইতে পারে, যথা, বোধ কর ঘ চ = ৬, ঘ ছ = ৪, ও ছ চ = ২।

৬^{২} = ৪^{২}+২^{২}+২(৪×২) অথবা, ৩৬ = ১৬+৪+১৬।

অনুমান। সমচতুর্ভুজের কর্ণের পরিতঃস্থ সমান্তরিক ক্ষেত্রও সমচতুর্ভুজ হয়।

সমান্তরিক ক্ষেত্রে কর্ণের পরিতঃস্থ কোন একটী সমান্তরিক

ক্ষেত্র এবং অনুপূরকদ্বয়, ইহারা একত্র যোগে শঙ্কু শব্দে বাচ্য হয়, যথা, গ ট সমান্তরিক ক্ষেত্রকে ক জ ও জ চ অনুপূরকদ্বয়ের সহিত একত্র যোগে ক চ সমান্তরিক ক্ষেত্রের শঙ্কু কহা যায়। সংক্ষেপে এই শঙ্কুকে ক ট ছ কিম্বা ঝ গ চ বলিয়া নির্দ্দেশ করা যায়। এই রূপ ঝ ছ সমান্তরিক ক্ষেত্রকে পূর্ব্বোক্ত অনুপূরকদ্বয়ের সহিত একত্র যোগে ক ছ ট অথবা গ ঝ চ শঙ্কু কহা যায়।

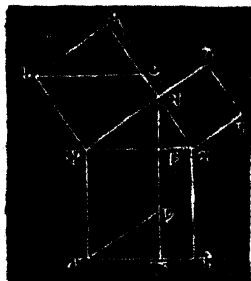
ক্ষেত্রতত্ত্বে যাহাকে আয়ত কহে, গণিতবিদ্যাতে তাহাকে গুণফল কহে। ক জ সমান্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অবধারিত করিতে হইলে, ইহার দৈর্ঘ্য ক গ প্রস্থ জ গ দ্বারা গুণ করিতে হইবে, যদি দৈর্ঘ্য ৪ বর্গ হাত ও প্রস্থ ২ বর্গ হাত হয়, তাহা হইলে ৪ ও ২-কে গুণ করিলে ক্ষেত্রফল স্থির হয়। এ স্থলে ক গ, গ জ অন্তর্গত আয়ত না করিয়া সংক্ষেপে দুই পার্শ্ববোধক অক্ষর মধ্যে এক বিন্দু দিলে ক্ষেত্রফল বুঝাইবে।

ইউক্লিডের সপ্তচত্বারিংশ প্রতিজ্ঞা, ও ঐ প্রতিজ্ঞা অবলম্বন করিয়া সরল রৈখিক ক্ষেত্রের কয়েকটী ধর্ম্ম নিম্নে প্রদর্শিত হইতেছে।

৩৫শে প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

সমকোণিক ত্রিভুজে সমকোণের অভিমুখীন বাহুর (কর্ণাখ্য কর্ণের) উপরে অঙ্কিত সমচতুর্ভুজ, আর দুই

বাহুর (অর্থাৎ ভুজ এবং কোটির) উপর অঙ্কিত দুই সমচতুর্ভুজের যোগতুল্য।

ক খ গ এক সমকোণীক ত্রিভুজ, তাহার মধ্যে ক খ গ সমকোণ। ক গ রেখার উপর অঙ্কিত সমচতুর্ভুজ, ক খ, গ খ উভয় রেখার উপর অঙ্কিত সমচতুর্ভুজের যোগতুল্য। ক গ রেখার উপর ক গ ট ঝ সমচতুর্ভুজ অঙ্কিত কর (২৭শ প্রতিজ্ঞা), এবং গ খ রেখাকে বর্দ্ধিত করিয়া খ ণ, খ ক রেখার সমান কর, ণ বিন্দু দিয়া ণ চ, খ ক রেখার সমান্তরাল ও ক বিন্দু দিয়া ক চ, খ ণ রেখার সমান্তরাল অঙ্কিত কর। যেহেতু ক খ গ সমকোণ, ক খ ণ কোণও সমকোণ; অতএব ক খ ণ চ সমচতুর্ভুজ। এইরূপে খ গ ড ঠ সমচতুর্ভুজ অঙ্কিত কর। এবং খ জ, ক ঝ রেখার, চ ত, ক গ রেখার এবং ঝ ছ, ক খ রেখার সমান্তরাল টান। গ ক ঝ ও খ ক চ প্রত্যেকে সমকোণ হইয়া পরস্পর সমান হওয়াতে, খ ক গ কোণ উভয়তঃ যোগ করিলে সমুদায় কোণ খ ক ঝ সমুদায় গ ক চ কোণের সমান হইবে।

এইরূপে ক খ ছ ঝ ও ক গ ত চ সমান্তরিক ক্ষেত্রদ্বয়মধ্যে ক ঝ রেখা ক গ রেখার ও ক খ রেখা ক চ রেখার সমান; এবং ক খ ও ক ঝ রেখাদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ খ ক ঝ, ক গ ও ক চ রেখাদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ গ ক চ-র সমান; অতএব

(২৬শ প্রতিজ্ঞানুসারে) ঐ দুইটী সমান্তরিক ক্ষেত্র পরস্পর সমান। কিন্তু (৩০শ প্রতিজ্ঞানুসারে) ক খ ণ চ সমচতুর্ভুজ ক গ ভ চ সমান্তরিক ক্ষেত্রের সহিত সমান, এবং ক ঝ জ চ আয়ত ক্ষেত্রটী ক থ ছ ঝ সমান্তরিক ক্ষেত্রের সহিত সমান। অপর, যে যে বস্তু প্রত্যেকে কোন এক বস্তুর সমান, তাহারা পরস্পর সমান; অতএব ক খ ণ চ সমচতুর্ভুজ ক ঝ জ চ আয়ত ক্ষেত্রের সহিত সমান। ঐরূপে প্রতিপন্ন হইতে পারে যে, খ গ ড ঠ সমচতুর্ভুজ চ গ ট জ আয়ত ক্ষেত্রের সহিত সমান; অতএব ক ঝ জ চ ও চ গ ট জ দুইটী আয়ত ক্ষেত্র বা ক গ ট ছ সমচতুর্ভুজ ক খ ণ চ ও খ গ ড ঠ দুইটী সমচতুর্ভুজের যোগতুল্য। সুতরাং ক গ বাহুর উপরিস্থ সমচতুর্ভুজ ক খ ও খ গ বাহুর উপরিস্থ দুই সমচতুর্ভুজের যোগতুল্য।

অনুমান ১। কোন ত্রিভুজের এক বাহুর উপর অঙ্কিত সমচতুর্ভুজ যদি অন্য দুই বাহুর উপর অঙ্কিত দুই সমচতুর্ভুজের সমান হয়, তবে ঐ দুই বাহুর অন্তর্ব্বর্ত্তী কোণ সমকোণ হইবে।

অনুমান ২। সমকোণিক ত্রিভুজে কর্ণ রেখা অপর কোন ভুজ অপেক্ষা বৃহৎ।

অনুমান ৩। ক খ^2 + খ গ^2 = ক গ^2। এই সমান বস্তুর উভয় পক্ষ হইতে খ গ^2 বিয়োগ করিলে, ক খ^2 = ক গ^2 — খ গ^2

[illegible] কোন সমকোণিক ত্রিভুজের দুইটী ভুজ [illegible] ৮ ও [illegible] ৬ ফুট হইলে, কর্ণপরিমাণ কত হইবে?

[illegible] রাশি দ্বারা কর্ণ রেখাকে নির্দ্দেশ করিলে, [illegible] ^{2} + ৬^2 = ১০০ ফু.

এই সমীকরণের উভয় পক্ষের বর্গমূল স্থিত করিলে,

অ = $\sqrt{১০০}$ = ১০।

২। কোন সমকোণিক ত্রিভুজের দুইটী বাহু যথাক্রমে ১৬ এবং ১২ ফুট, তাহার কর্ণ পরিমাণ কত?

উঃ। ২০ ফুট।

৩। কোন সমকোণিক ত্রিভুজের কর্ণ পরিমাণ ২৫ হাত, ও একটী বাহুর পরিমাণ ১৫ হাত হইলে, অপর বাহুর পরিমাণ কত হইবে?

অ অব্যক্ত রাশিদ্বারা অপর বাহুটী নির্দ্দেশ করিলে,

$অ^২ + ১৫^২ = ২৫^২$;

এই সমীকরণের উভয় পক্ষ হইতে $১৫^২$ বিয়োগ করিলে,

$অ^২ = ২৫^২ - ১৫^২ = ৪০০$।

উভয় পক্ষের বর্গমূল স্থির করিলে,

অথবা অপর ভুজ = $\sqrt{৪০০}$ = ২০ হাত।

৪। কোন সমকোণিক ত্রিভুজের কর্ণ পরিমাণ ৩০ হাত, এবং একটী বাহুর পরিমাণ ২৪ হাত হইলে, অপর বাহুর পরিমাণ কত হইবে? উঃ। ১৮ হাত।

৩৬ শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

কোন সমকোণিক ত্রিভুজের ভূমি ও কোটি-পরিজাত [illegible] কর্ণ রেখার উপর লম্ব রেখার [illegible] করিতে হইবে।

ক খ গ একটী সমকোণিক ত্রিভুজ, ইহার ভূমি খ গ ২১ হাত, ও কোটি ক গ ২৮ হাত, ক গ খ সমকোণ

হইতে ক খ কর্ণের উপর গ ঘ লম্ব টান, এই লম্বের পরিমাণ কত হইবে।

ক খ^{২} = ২১^{২} + ২৮^{২} ; ∴ ক খ = ৩৫ হাত।

এইরূপে ক খ গ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল দুই প্রকারে স্থির করা যাইতে পারে ; যথা,

১ মতঃ। ক খ গ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{২১ \times ২৮}{২}$;

২ মতঃ। ক খ গ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{৩৫ \times গ ঘ}{২}$;

কিন্তু যে যে বস্তু প্রত্যেকে অপর কোন বস্তুর সমান তাহারা পরস্পর সমান,

$$∴ \frac{৩৫ \times গ ঘ}{২} = \frac{২১ \times ২৮}{২} ;$$

এই সমীকরণে গ ঘ = ১৬.৮ হাত।

উদাহরণ। খ গ ২৪ হাত এবং ক গ ৩২ হাত হইলে, গ ঘ-র পরিমাণ কত হইবে? উঃ। ১৯.২ হাত।

৩৭শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

ক খ গ একটী ত্রিভুজ, ইহার শীর্ষ কোণ গ হইতে ক খ ভূমির উপর গ ঘ লম্বপাত হইয়াছে।

ক খ, ক গ ও খ গ তিনটী [illegible] জানা আছে ; [illegible] ভূমি লম্ব- [illegible] দুই খণ্ডে [illegible], তাহার

কোন খণ্ডের পরিমাণ নিরূপণ করিতে হইবে; দ্বিতীয়তঃ, গ ঘ লম্ব রেখার পরিমাণ নির্দ্দেশ করিতে হইবে; তৃতীয়তঃ ক খ গ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে।

বোধ কর ক খ = ২০ হাত, ক গ = ১০ হাত, এবং গ খ = ১২ হাত।

এইক্ষণে ক ঘ খণ্ডকে অ অব্যক্ত রাশি দ্বারা নির্দ্দেশ করিলে, ঘ খ = ২০ — অ।

ক ঘ গ ও খ ঘ গ দুইটী সমকোণিক ত্রিভুজ। গ ঘ ইহাদের সাধারণ বাহু; সুতরাং গ ঘ রেখার পরিমাণ উভয় ত্রিভুজ হইতে দুই প্রকারে নির্দ্দেশ করা যাইতে পারে; যথা,

গ ঘ^{২} = ১০^{২} — অ^{২}, আর গ ঘ^{২} = ১২^{২} — (২০ — অ)^{২}।

যে যে বস্তু প্রত্যেকে এক বস্তুর সমান তাহারা পরস্পর সমান,

∴ ১২^{২} — (২০ — অ)^{২} = ১০^{২} — অ^{২}।

এই সমীকরণে অব্যক্ত রাশির ফল ধার্য্য করিলে, অথবা ক ঘ = ৮.৯।

গ ঘ লম্ব রেখার পরিমাণ ধার্য্য করিতে হইলে,

গ ঘ^{২} = ১০^{২} — ৮.৯^{২}, অতএব গ ঘ = ৪.৫৫।

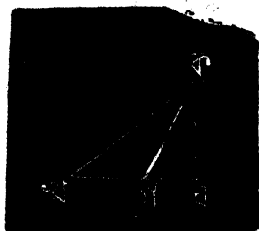
সুতরাং ক গ খ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{২০ \times ৪.৫৫}{২}$ = ৪৫.৫।

উদাহরণ। পূর্ব্বোক্ত ত্রিভুজে যদি গ খ = ৬ হাত, ক গ = ৪ হাত, এবং খ ক = ৫ হাত হয়, তাহা হইলে ক ঘ, ঘ গ রেখার পরিমাণ ও ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত হইবে?

উঃ। ক ঘ = .৫, গ ঘ = ৩.৯৬, এবং ক্ষেত্রফল = ৯.৯।

৩৮শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

স্থূলকোণিক ত্রিভুজে যদি কোন সূক্ষ্ম কোণের সম্মুখীন বাহুকে বর্দ্ধিত করিয়া তদুপরি উক্ত কোণ হইতে লম্ব টানা যায়, তবে স্থূল কোণের পার্শ্বস্থ দুই বাহুর দুই সমচতুর্ভুজ বর্দ্ধিত বাহু এবং তাহার বর্দ্ধিত ভাগের অন্তর্গত আয়তের দ্বিগুণ স্থূল কোণের সম্মুখীন বাহুর সমচতুর্ভুজ তুল্য হইবে।

ক খ গ এক স্থূলকোণিক ত্রিভুজ, যাহার ক গ খ কোণটী স্থূল কোণ। খ গ বৃদ্ধি করিয়া ক বিন্দু হইতে তাহার উপর ক ঘ লম্বটান।

ক খ^2 = খ গ^2 + ক গ^2 + ২ খ গ.গ ঘ।

খ ঘ সরল রেখা গ বিন্দুতে দুই ভাগে বিভক্ত হইয়াছে, এই জন্য (৩৪ শ প্রতিজ্ঞানুসারে),

খ ঘ^2 = খ গ^2 + গ ঘ^2 + ২ খ গ × গ ঘ; উভয় পক্ষে ক ঘ^2 যোগ কর, তাহা হইলে,

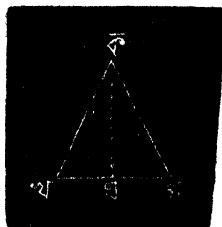
খ ঘ^2 + ক ঘ^2 = খ গ^2 + গ ঘ^2 + ক ঘ^2 + ২ খ গ × গ ঘ;

কিন্তু খ ঘ^2 + ক ঘ^2 = ক খ^2; এবং গ ঘ^2 + ক ঘ^2 = ক গ^2

∴ ক খ^2 = খ গ^2 + ক গ^2 + ২ খ গ × গ ঘ।

৩৯ শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

ক খ গ ত্রিভুজের ক গ খ কোণ সূক্ষ্ম কোণ হইলে, এই কোণের এক পার্শ্বস্থ রেখা খ গ-র উপর তাহার

সম্মুখীন কোণ হইতে তদুপরি ক ঘ লম্বপাত করিলে, গ কোণের সম্মুখীন ক খ রেখার সমচতুর্ভুজ খ গ ও ক গ-র সমচতুর্ভুজ অপেক্ষা খ গ × গ ঘ-র দ্বিগুণ পরিমাণে লঘুতর হইবে, অর্থাৎ,

ক খ^2 = খ গ^2 + ক গ^2 — ২ খ গ.গ ঘ।

৩৯শ প্রতিজ্ঞার দ্বিতীয় সমীকরণ দ্বারা,

খ ঘ^2 = খ গ^2 + গ ঘ^2 — ২ খ গ.গ ঘ; ইহার উভয় পক্ষে ক ঘ^2 যোগ কর, তাহা হইলে,

খ ঘ^2 + ক ঘ^2 = খ গ^2 + গ ঘ^2 + ক ঘ^2 — ২ খ গ.গ ঘ

সুতরাং ক খ^2 = খ গ^2 + ক গ^2 — ২ খ গ.গ ঘ।

৪০শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

ক খ গ একটী ত্রিভুজে, যদি ইহার শীর্ষ কোণ গ হইতে ভূমির মধ্য বিন্দুতে গ ঘ রেখা টানা যায়, তাহা হইলে, ক গ^2 + গ খ^2 = ২ ক ঘ^2 + ২ গ ঘ^2।

গ বিন্দু হইতে ক খ রেখার উপর গ চ লম্ব টান। তাহাতে ক ঘ গ ও খ ঘ গ দুইটী ত্রিভুজে পূর্ব্বোক্ত দুই প্রতিজ্ঞা দ্বারা,

ক গ^2 = ক ঘ^2 + গ ঘ^2 + ২ ক ঘ.ঘ চ

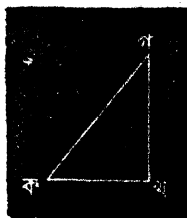
গ খ^2 = খ ঘ^2 + গ ঘ^2 — ২ খ ঘ.ঘ চ

কঘ = খঘ ইহা স্মরণ রাখিয়া এই তুই সমীকরণ যোগ করিলে,

কগ² + খগ² = ২ কঘ² + ২ গঘ²।

৪১শ প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

কোন সমকোণিক ত্রিভুজের ভূমি ও কোটি নির্দ্দিষ্ট আছে, ঐ ত্রিভুজ অঙ্কিত করিতে হইবে; এবং ঐ ত্রিভুজের কর্ণ রেখার পরিমাণও স্থির করিতে হইবে।

নির্দ্দিষ্ট ভূমি = ৬ফুট, এবং কোটী = ৮ ফুট, এমত এক সমকোণিক ত্রিভুজ অঙ্কিত করিতে হইবে, যাহার ভূমি ও কোটি যথাক্রমে ৬ ও ৮ ফুট হইবে।

ছয় ফুট পরিমিত এক সরল রেখা কখ ন্যাস কর, এবং খ বিন্দু হইতে কখ রেখার উপর ৮ ফুট পরিমিত এক সরল রেখা টান, যথা খগ। পরে ক ও গ যুক্ত কর, তাহাতে কখগ সমকোণিক ত্রিভুজ হইবে; এবং কগ কর্ণ রেখা পরিমাণ করিলে ১০ ফুট হইবেক।

৪২শ প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

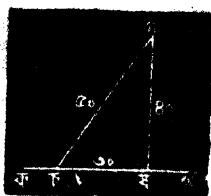
কোন সমকোণিক ত্রিভুজের ভূমি এবং কর্ণ নির্দ্দিষ্ট আছে, ত্রিভুজটী অঙ্কিত করিতে হইবে।

ভূমি = ৬ ফুট, এবং কর্ণ = ১০ ফুট। এমন এক সমকোণিক ত্রিভুজ নির্ম্মাণ করিতে হইবে যাহার ভূমি ও কর্ণ যথাক্রমে ৬ ও ১০ ফুট হইবে।

ছয় ফুট পরিমিত এক সরল রেখা ক খ (পূর্ব্বপ্রতিকৃতি দেখ) ন্যাস কর, এবং খ বিন্দু হইতে ক খ রেখার উপর খ গ এক অসীম সরল রেখা (যাহাকে খ গ অভিমুখে যত দূর ইচ্ছা বর্দ্ধিত করা যাইতে পারে) অঙ্কিত কর। পরে কম্পাসকে ১০ ফুট বিস্তার করিয়া উহার এক পদ ক বিন্দুর উপর রাখিয়া অপর পদ দিয়া খ গ রেখা ছেদ কর, যথা গ; এবং ক ও গ এক সরল রেখাদ্বারা সংযুক্ত কর; তাহা হইলে ক খ গ সমকোণিক ত্রিভুজ অঙ্কিত হইবে। খ গ রেখা পরিমাণ করিলে ৮ ফুট হইবে।

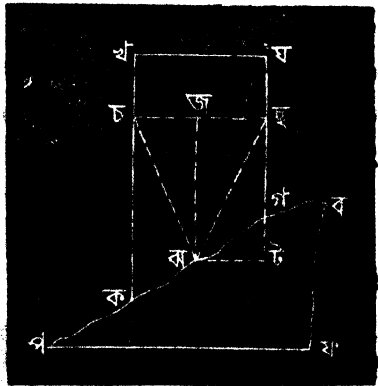
৪৩শ প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

[illegible] বা শৃঙ্খলের সাহায্যে ভূমির উপর লম্ব বা [illegible] ত্রিভুজ অঙ্কিত করিতে হইবে।

[illegible] কর, ক খ শৃঙ্খলের উপর ঘ বিন্দু হইতে একটী লম্ব উত্তোলন করিতে হইবে। ঘ চ-কে ৩০ লিঙ্কের সমান করিয়া অপর এক গাছি শৃঙ্খল লইয়া, তাহার এক

প্রান্ত হইতে ১০ লিঙ্ক পরিত্যাগ করিয়া ঘ স্থানে দৃঢ় রূপে ধরিতে হইবে; আর অপর প্রান্ত চ স্থানে ধরিতে হইবে। পরে ঘ হইতে ৪০ লিঙ্কের স্থান ধরিয়া শৃঙ্খলকে বলপূর্ব্বক টানিলে ঘ বিন্দুতে ঘ গ লম্ব হইবে। কারণ, তাহা হইলে ঘ গ ৪০ ও গ চ ৫০ লিঙ্ক পরিমিত হইবে, এবং গ ঘ ও ঘ চ-র বর্গ চ গ-র বর্গের তুল্য হইবে, কাযেকাযেই চ ঘ গ সমকোণ ও গ ঘ লম্ব হইল।

৪৪শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

একটী ক্রমনিম্ন ভূমির উপর দুইটী খুঁটি এমন ভাবে প্রোথিত করিতে হইবে যে তাহারা সমান উন্নত হইবে, অর্থাৎ তাহাদের মাথা সমসূত্রে থাকিবে।

মনে কর, প ক ব একটী ক্রমনিম্ন ভূমি, ক ও গ স্থানে ক খ ও গ ঘ দুইটী খুঁটি সমান উন্নত করিয়া প্রোথিত করিতে হইবে। গ ঘ খুঁটির ঘ হইতে ৫ হাত (বা ততোধিক) নিম্নে, অর্থাৎ ছ স্থানে একটী চিহ্ন দিয়া, তাহাকে গ স্থানে লম্বভাবে প্রোথিত কর। অনন্তর, ক খ খুঁটির খ চ অংশ ঘ ছ-র সমান করিয়া ক স্থানে লম্বভাবে স্থাপিত কর। পরে এক গাছি রজ্জু দ্বারা চ ছ যুক্ত করিয়া, তাহার মধ্যস্থল জ হইতে এক গাছি ওলনদড়ি ঝুলাইয়া দাও। মনে কর উহা ঝ বিন্দুতে পতিত হইয়াছে। এখন ঝ বিন্দুতে এক গাছি রজ্জুর এক প্রান্ত রাখিয়া ছ পর্য্যন্ত বলপূর্ব্বক টানিয়া ধর ও ঝ চ-কে ঝ ছ-র সমান করিয়া খ চ ক খুঁটিকে প্রোথিত কর, তাহা হইলেই দুইটী খুঁটি সমান উন্নত হইবে।

রেখা ও ধরাতলের সম্বন্ধ। সদৃশ ত্রিভুজ।

৪৫ সূত্র। একটী রেখা বা রাশি অন্য একটী রেখা বা রাশি অপেক্ষা যে পরিমাণে গুরু বা লঘু, তাহাকে সেই সেই রেখার বা রাশির পরস্পর সম্বন্ধ কহে।

গ ঘ ও ক খ দুইটী রেখা।

হাত বা গজ একক স্বরূপ স্থির করিয়া ঐ একক যদি প্রথমোক্ত রেখার মধ্যে ছয় বার ও দ্বিতীয় রেখার মধ্যে তিনবার থাকে, তাহা হইলে, প্রথমকে দ্বিতীয়ের সহিত তুলনা করিলে দেখিতে পাওয়া যায় যে, প্রথমটী দ্বিতীয় অপেক্ষা দুই গুণ অধিক এবং

গ ———————— ঘ

ক ———— খ

উহা এই রূপে ব্যক্ত হয় $\frac{\text{গঘ}}{\text{কখ}} = \frac{৬}{৩}$; এবং দ্বিতীয় ক খকে যদি প্রথম গ ঘ-র সহিত তুলনা করা যায়, তবে দেখা যায় যে, ৩ একক দ্বারা উহা প্রথমটী অপেক্ষা লঘু হইতেছে, যথা $\frac{৩}{৬} = \frac{\text{কখ}}{\text{গঘ}}$, অথবা ১ যে রূপ ৬ রাশির ছয় অংশের একাংশ, সেই রূপ ৩ ও ৬ রাশির ঐ ছয় অংশে ৩ অংশ বলা যাইতে পারে।

এই রূপে এক রাশির সহিত অন্য রাশির যে সম্বন্ধ তাহার নাম অনুপাত। যে অনুপাতে অনুপাতীয় রাশির মধ্যে একটী অপরটীর অপেক্ষা কত গুরু বা লঘু বলিয়া বোধ হয়, তাহার নাম পাটীগণিত সম্বন্ধীয় অনুপাত; এবং যাহাতে অনুপাতীয় রাশির মধ্যে একটী অপরটীর

অপেক্ষা কত গুণ গুরু বা কত গুণ লঘু বলিয়া প্রতীত হয়, তাহার নাম জ্যামিতিমূলক অনুপাত। যেমন ৬ এবং ৩ এই দুইটীর পাটীগণিত সম্বন্ধীয় অনুপাত ৩ এবং জ্যামিতিমূলক অনুপাত $\frac{৬}{৩}$ বা ২।

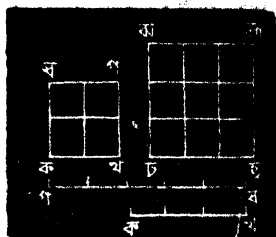
কোন রাশির সহিত অন্য কোন রাশির অনুপাত ব্যক্ত করিতে হইলে, তাহাদিগের মধ্যে দুইটী ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র বিন্দু পাত করিতে হয়, উহার নাম আনুপাতিক দ্বিবিন্দু।

কখ-র সহিত গঘ-র অনুপাত লিখিয়া ব্যক্ত করিতে হইলে, এরূপে লিখিতে হয়; যথা, কখ : গঘ = $\frac{\text{কখ}}{\text{গঘ}}$

অনুপাতের প্রকৃতি যে রূপে লিখিত হইল তাহা হইতে স্পষ্ট প্রতীয়মান হইতেছে যে, আদিমকে লব ও অন্তিমকে হর করিলে যে ভগ্নাংশ উৎপন্ন হয়, তাহা অনুপাতের পরিমাণ। গঘ ও কখ রেখার অনুপাত, যথা, গঘ : কখ বা ৬ : ৩ অর্থাৎ অন্তিম রাশি ৩, আদিম রাশি ৬ এর মধ্যে কত বার আছে তাহাই নির্ণয় হইতেছে।

ভগ্নাংশের লব ও হর সততই ভাজ্য ভাজক সম্বন্ধে নিবদ্ধ থাকে, যেমন $\frac{৬}{৩}$ অথবা ৬ ÷ ৩ সমান কথাই; অর্থাৎ কোন বস্তুকে ৩ ভাগ করিয়া তাহার এক ভাগকে ৬ বার লওয়াও যাহা, ৬ কে ৩ দিয়া ভাগ করাও তাহা। অনুপাতের প্রথমটীকে লব ও দ্বিতীয়টীকে হর করিলেই উহাদিগের পরিমাণ স্থির হইবে; কিন্তু অনুপাতের দুইটী রাশি যদি ভিন্ন জাতীয় হয়, তবে, প্রথমটী লব ও দ্বিতীয়টীকে হর করিলে পরিমাণ স্থির হইবে না, উভয়কে এক জাতীয়

করিতে হইবে। যেমন ৩টাকা ও ৬টাকা ইহাদের অনুপাত ৩ : ৬ এবং উহাদের পরিমাণ $\frac{৩}{৬}$ অথবা $\frac{১}{২}$. কিন্তু ৩ আনা ও ৬ টাকার অনুপাত ৩ আনা ৯৬ আনার অনুপাতের সমান, উহা এইরূপে লিখিত হয়, ৩ : ৯৬ অথবা $\frac{৩}{৯৬}$ অথবা $\frac{১}{৩২}$।

এই রূপে যদি চ জ ধারাতলিক ক্ষেত্রমধ্যে ৯বর্গ একক থাকে, এবং ক গ ধারাতলিক ক্ষেত্রমধ্যে ৪বর্গ একক থাকে, তাহা হইলে দ্বিতীয় ধারাতলিক ক্ষেত্রে যত একক আছে তাহার চতুর্থাংশের নয় গুণ প্রথমোক্ত ধারাতলিক ক্ষেত্রে থাকিবে, অর্থাৎ $\frac{চ জ}{ক গ} = \frac{৯}{৪}$।

যে রেখা অথবা রাশিদিগের সম্বন্ধ বিচার করা যায় তাহাদিগকে অনুপাতের রাশি কহা গিয়া থাকে। প্রথমটীর নাম আদিম, দ্বিতীয়টীর নাম অন্তিম। অন্তিম অপেক্ষা আদিম গুরু হইলে অনুপাতকে গুরুবৈষম্যানুপাত কহে; যথা, ৯ : ৪; অন্তিম অপেক্ষা আদিম লঘু হইলে অনুপাতকে লঘুবৈষম্যানুপাত কহে; যথা, ৩ : ৫; আর আদিম এবং অন্তিম সমান হইলে অনুপাতকে সামান্যানুপাত কহে; যথা, ৩ : ৩।

অনুপাতে উভয় রাশি কোন এক রাশিদ্বারা গুণিত বা বিভক্ত হইলে অনুপাতের পরিমাণ পরিবর্তিত হয় না। মনে কর ৪ : ৮টী এখানে বিবেচ্য। উহার পরিমাণ $\frac{৪}{৮}$

কিন্তু ১/২ এই রাশির লব ও হর উভয়কে কোন রাশির দ্বারা গুণিত বা বিভাজিত করিলে যে অনুপাত উৎপন্ন হয়, তাহারা প্রত্যেকেই ৪ : ৮ এই অনুপাতটীর সমান, যথা, ২ : ৪, ৮ : ১৬, ইহারা প্রত্যেকেই ৪ : ৮ এই অনুপাতটীর সমান। ২ : ৪ ও ৮ : ১৬ অনুপাতে উভয় রাশি সমান রূপে গুণিত বা বিভাজিত হইলে আদিম অনুপাত উৎপন্ন হইতে পারে।

দুই অথবা তাহা অপেক্ষা অধিক সংখ্যক অনুপাতের সমানত্ব সম্বন্ধ থাকিলে তাহাকে সমানুপাত কহে।

যথা, ক খ : গ ঘ এবং ৫ : ৩ এই দুইটী অনুপাতের পরিমাণ $\frac{\text{ক খ}}{\text{গ ঘ}}$ ও $\frac{৫}{৩}$ এই দুইটী ভগ্নাংশের সমান, কিন্তু $\frac{\text{ক খ}}{\text{গ ঘ}}$ এই ভগ্নাংশটী যদি $\frac{\text{চ ছ}}{\text{জ ঝ}}$ এই ভগ্নাংশের সমান হয়, তাহা হইলে দুইটী অনুপাতও পরস্পর সমান হইল, এবং ক খ, গ ঘ, চ ছ, জ ঝ এই চারিটী রাশিতে একটী সমানুপাত উৎপন্ন হইল। ঐ সমানুপাতটী এই রূপে লিখিত হয়, ক খ : গ ঘ : : চ ছ : জ ঝ।

এবং ক খ-র সহিত গ ঘ-র যে সম্বন্ধ, চ ছ-র সহিত জ ঝ-র সেই সম্বন্ধ পঠিত হয়। অর্থাৎ প্রকারান্তরে ইহাই বলা হইতেছে যে $\frac{\text{ক খ}}{\text{গ ঘ}} = \frac{\text{চ ছ}}{\text{জ ঝ}}$।

দুইটী রাশির অনুপাত স্থির করিবার সময়ে উহাদের মধ্যে যে রূপ আনুপাতিক দ্বিবিন্দু স্থাপিত করিতে হয়,

সেই রূপ দুই সমান অনুপাত এক শ্রেণীতে লিখিয়া প্রকাশ করিবার সময়ে দুই অনুপাতের মধ্যে ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র চারিটী বিন্দুপাত করিতে হয়, উহার ন্যায় সমানুপাতিক চতুর্ব্বিন্দু।

সমানুপাত পূর্ব্বোক্ত প্রকারে ব্যক্ত হইলে, ক খ ও জ ঝ-কে অন্ত্য রাশি এবং গ ঘ ও চ ছ-কে মধ্য রাশি বলা যায়।

চারিটী রাশি সমানুপাতিক হইলে, তাহাদের অন্ত্য রাশি দুইটীর গুণফল মধ্য রাশি দুইটীর গুণফলের সমান হইবে। যথা,

ক খ : গ ঘ : : চ ছ : জ ঝ, এস্থলে ক খ × জ ঝ = গ ঘ × চ ছ।

এক জাতীয় চারিটী রাশি যথাক্রমে গৃহীত হইলে যদি সমানুপাতিক হয়, তাহা হইলে নিম্ন লিখিত ধারানুসারে তাহাদের শ্রেণী অথবা পরিমাণ করিলে নিষ্পত্তি সম্বন্ধে কোন ব্যতিক্রম হইবেক না।

বিনিময় নিষ্পত্তি। যদি চারিটী রাশি সমানুপাতিক হয়, তাহা হইলে প্রথমের তৃতীয় সম্বন্ধে যে নিষ্পত্তি, দ্বিতীয়ের চতুর্থ সম্বন্ধেও সেই নিষ্পত্তি।

বিলোম নিষ্পত্তি। দ্বিতীয় : প্রথম : : চতুর্থ : তৃতীয়।

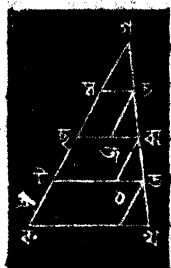
যোগ নিষ্পত্তি। প্রথম ও দ্বিতীয়ের যোগফল : দ্বিতীয় : : তৃতীয় ও চতুর্থের যোগফল : চতুর্থ।

অন্তর নিষ্পত্তি। প্রথম ও দ্বিতীয়ের বিয়োগফল : দ্বিতীয় : : তৃতীয় ও চতুর্থের বিয়োগফল : চতুর্থ।

পরিবর্ত্ত নিষ্পত্তি। প্রথম ও দ্বিতীয়ের বিয়োগফল : প্রথম : : তৃতীয় ও চতুর্থের বিয়োগফল : তৃতীয়। ইত্যাদি।

যদি সমানুপাতের তিনটী মাত্র রাশি প্রাপ্ত হওয়া যায়, তাহা হইলে আমরা চতুর্থ রাশি উদ্‌ভাবন করিতে পারি, এবং যে নিয়ম দ্বারা এই রাশিটী জানিতে পারা যায়, গণনা শাস্ত্রে ঐ নিয়মটী যে কত দূর প্রয়োজনীয় তাহা বলা যায় না। যদি ২, ৪, ৮, ১৬, এই কয়েকটী সমানুপাতিক রাশির মধ্যে তিনটী মাত্র নির্দ্দিষ্ট থাকে, চতুর্থটী এই রূপে বাহির করা যায়, যথা, ২এর সহিত ৪এর যে সম্বন্ধ, ৮এর সহিত কোন্ রাশির সেই সম্বন্ধ, তাহা হইলে ৪ × ৮ ÷ ২ =) ১৬ আবিষ্কৃত হইয়া পড়ে। গণনাবিষয়ক এই রূপ যত প্রশ্ন উপস্থিত হইবে সমুদায়ই ত্রৈরাশিকের মধ্যে আসিয়া পড়িবে, এবং সমানুপাত বিধি দ্বারা নির্ণেয় চতুর্থ রাশি বাহির হইবে।

৪৬শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

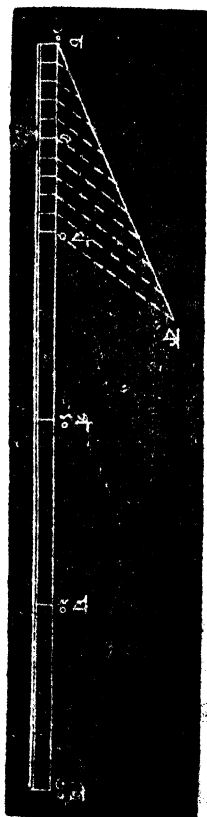
গ খ এক নির্দ্দিষ্ট সরল রেখাকে এরূপে ভাগ করিতে হইবে যে, সেই ভাগগুলি আর একটী বিভক্ত সরল রেখার ভাগগুলির সদৃশ হইবে, অর্থাৎ সে সকল অংশের বিভক্ত রেখার অংশগুলির ন্যায় পরস্পরের সম্বন্ধে সমান নিষ্পত্তি থাকিবে।

গ ক সরল রেখাকে ঘ, ছ, ট বিন্দুতে সমান রূপে বিভক্ত কল্পনা কর, অর্থাৎ গ ঘ = ঘ ছ = ছ ট। গ ক ও গ খ রেখা-কে এমত করিয়া স্থাপন কর যেন তাহাদের সংযোগে কোণ উৎপত্তি হয়। পরে ক খ সংযুক্ত করিয়া ঘ, ছ, ট বিন্দু দিয়া ক খ-র সমান্তরাল ঘ চ, ছ ঝ, ট ড নিষ্কাশন কর, এবং চ জ, ঝ ঠ, গ ক রেখার সমান্তরাল করিয়া টান। এইক্ষণে ঘ চ জ ছ ক্ষেত্রের সম্মুখীন বাহুগুলি সমান্তরাল, তন্নিমিত্ত চ জ = ঘ ছ = ঘ গ, ঝ চ জ কোণ চ গ ঘ কোণের সমান এবং চ জ ঝ কোণ = গ ঘ চ কোণ। অতএব ২য় প্রতিজ্ঞা-নুসারে, গ ঘ চ ও চ জ ঝ ত্রিভুজদ্বয় পরস্পর সমান এবং চ ঝ = গ চ। এরূপে ঝ ড = গ চ, ইত্যাদি। অনন্তর, গ ক রেখা যে যে বিন্দুতে বিভাজিত হইয়াছে; তাহার কোন এক বিন্দু যথা ছ লইলে প্রতীত হইবে যে, গ ক রেখা গ ছ-র যত গুণ, গ খ রেখাও গ ঝ-র তত গুণ; অর্থাৎ

$$\frac{\text{গ ক}}{\text{গ ছ}} = \frac{\text{গ খ}}{\text{গ ঝ}}$$ অথবা গ ক : গ ছ :: গ খ : গ ঝ।

প্রয়োগ। একটী সামান্য মানদণ্ড নির্ম্মাণ করিতে হইবে।

চ ছ একটী সরল রেখা পাত কর। ইহার চ প্রান্তে যে কোন পরিমাণের একটী কোণ অঙ্কিত কর, যথা ছ চ ক। প্রোট্রাক্টর হইতে পরিমাপক দ্বারা এক ইঞ্চ মাপিয়া ক খ-কে উহার সমান কর; চ ক সরল রেখার চ বিন্দু হইতে আরম্ভ করিয়া যথেচ্ছাক্রমে তাহাকে দশ সমান অংশে বিভাজিত কর। পরে ১০ম অংশের প্রান্তস্থ বিন্দু ক ও খ যুক্ত কর।

এই সংযুক্ত রেখা ক খ-র সমান্তরাল করিয়া একাদি-

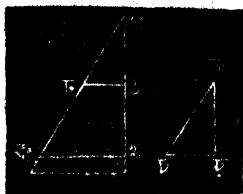
ক্রমে সকল বিন্দু হইতে চ খ রেখা পর্য্যন্ত রেখা অঙ্কিত কর। ঐ সকল রেখা চ খ-কে যে যে বিন্দুতে অবচ্ছিন্ন করিবে সেই সেই বিন্দুতে ইহা সমান ভাগে বিভক্ত হইবে। অতএব, চ খ-কে দশ সমান অংশে বিভক্ত করা হইল ও ইহার প্রত্যেক অংশ এক ইঞ্চের এক দশমাংশ। কিন্তু যদি চ খ-কে ১০ ফুট বলিয়া কল্পনা করা যায়, তাহা হইলে ইহার প্রত্যেক অংশ ১ ফুটের সমান হইবে এবং ঐরূপ ৬টী, ৭টী বা ৮টী অংশ যথাক্রমে ৬, ৭ বা ৮ ফুট হইবে। এইরূপে খ গ, গ ঘ, ঘ ছ প্রভৃতি অংশ গুলিকে চ খ-র সমান কর, তাহা হইলে যে কোন সংখ্যক ফুট ঐ মানদণ্ড হইতে লওয়া যাইতে পারিবে। মনে কর ৩৬ ফুট লইতে হইবে, অতএব খ হইতে ৩টী বৃহত্তর অংশ অর্থাৎ খ ছ ও ৬টী ক্ষুদ্রতর অংশ লইলেই হইবে।

৪৭শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

তুল্যকোণিক ত্রিভুজ সকল সদৃশ, অর্থাৎ তাহাদিগের সমান সমান কোণের সংলগ্ন বাহুগুলি পরস্পর অনুপাতীয়।

ক খ গ ও চ ছ জ দুই তুল্যকোণবিশিষ্ট ত্রিভুজ, অর্থাৎ গ ক খ কোণ জ চ ছ কোণের, গ খ ক কোণ জ ছ চ কোণের, আর ক গ খ কোণ চ জ ছ কোণের সমান। এস্থলে ক গ খ ও চ জ ছ ত্রিভুজের সমান সমান কোণের পার্শ্বস্থ বাহু অনুপাতীয়; অর্থাৎ গ ক : গ খ : : জ চ : জ ছ।

গ ক ও গ খ দুইটী সরল রেখা হইতে জ চ ও জ ছ দুইটী সরল রেখার সমান গ ট ও গ ঠ দুই অংশ ছেদ কর, এবং ট ঠ সংযুক্ত কর।

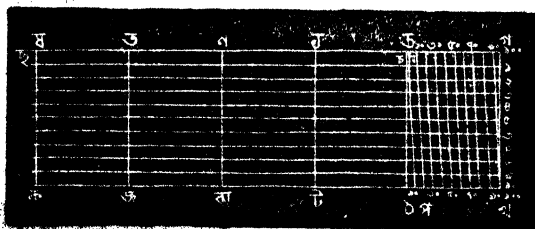
গ ট ঠ ও জ চ ছ ত্রিভুজে, গ ট ঠ কোণ জ চ ছ অথবা গ ক খ কোণের সমান, একারণ (২১শ প্রতিজ্ঞানুসারে) ট ঠ ও ক খ পরস্পর সমান্তরাল।

গ ট ও ট ক রেখাকে কতকগুলি সমান অংশে বিভাগ করিয়া, সেই বিভাগের বিন্দু হইতে গ খ রেখাতে যদি ক খ রেখার সমান্তরাল রেখা সকল টানা যায়, তাহা হইলে গ ট ও ট ক রেখা যত অংশে ছেদিত হইবে, তত অংশে গ ঠ ও ঠ খ রেখা ছেদিত হইবে; এবং ইহা প্রতীতি হইবে যে গ ট বা জ চ, গ ক রেখার মধ্যে যত বার আছে, গ ঠ বা জ ছ রেখা গ খ রেখায় ঠিক তত বারই

আছে; অর্থাৎ, $\frac{\text{গক}}{\text{জচ}} = \frac{\text{গখ}}{\text{জছ}}$, বা গক : জচ : : গখ : জছ;

এবং বিনিময় নিষ্পত্তি দ্বারা গক : গখ : : জচ : জছ।

অনুমান। তুল্যকোণিক ত্রিভুজের মধ্যে একের একটী ভুজ অন্যের তৎসমশীল ভুজের যত গুণ হইবে, তাহার অন্যান্য ভুজগুলিও অন্যের তৎসমশীল ভুজগুলির যথাস্থ ততগুণ হইবে।

প্রয়োগ। ডাএগনাল স্কেল বা সূক্ষ্মমানদণ্ড।

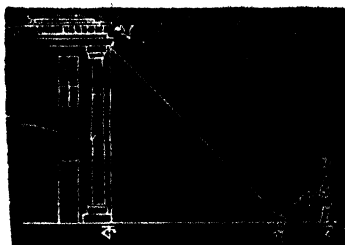
১ম। ঘগ একটী রেখা অঙ্কিত কর। এক ইঞ্চের সমান করিয়া ডগ এক অংশ ছেদ কর। সামান্য গজের ন্যায় ডগ-কে দশাংশে বিভক্ত কর। ড ও গ হইতে একদিকে

দুইটী লম্ব টান। গ প্রান্ত হইতে অঙ্কিত লম্ব রেখাকে দশটী সমান অংশে বিভাজিত কর। এই দশটী বিন্দু হইতে ঘ খ-র সমান্তরাল করিয়া দশটী রেখা অঙ্কিত কর। গ বিন্দুর অব্যবহিত পরে যে বিন্দু দ্বারা গড-কে দশ সমানাংশে বিভক্ত করা হইয়াছে তাহা খ বিন্দুর সহিত সংযুক্ত কর, এবং ঐ রেখার সমান্তরালে অবশিষ্ট নয়টী ভাগ-চিহ্ন হইতে নয়টী রেখা অঙ্কিত কর। চন এক ইঞ্চের এক শতাংশ হইবে, কারণ ডচন একটী

[illegible], এবং চ ন, ঠ প-র সমান্তরাল, ∴ $\frac{ড চ}{ড ঠ} = \frac{চ ন}{ঠ প}$, [illegible] দশমাংশ. অতএব $\frac{১}{১০} = \frac{চ ন}{ঠ প}$, সুতরাং চ ন, [illegible] দশমাংশ হইল. কিন্তু ঠ প, গ ড রেখার অর্থাৎ [illegible] দশমাংশ, সুতরাং চ ন এক ইঞ্চের শতাংশ হইবে।

যদি ঘ ত, ত ণ, ণ চ, চ ড প্রত্যেককে ড গ-র সমান করা যায়; ও ড গ-র পরিমাণ একশত একক হয়, তাহা হইলে ঘ ড-র পরিমাণ ৪০০ একক ও ছ ন-র পরিমাণ ৪০১ একক, ছ ন-র পরে যে রেখা আছে তাহার পরিমাণ ৪০২। এই রূপে ক্রমশঃ বৃদ্ধি হইয়া ক প-র পরিমাণ ৪১০ একক হইবে।

সামান্য মানদণ্ডে এক ইঞ্চকে ১০ অথবা ১২ অংশে বিভক্ত করাই সাধ্য; তাহা অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর অংশ গ্রহণ করা সহজ নহে, যদি ১ ইঞ্চকে শতাংশে বিভক্ত করিবার প্রয়োজন হয়, তাহা হইলে সামান্য মানদণ্ডের নিয়মানুসারে ১ ইঞ্চকে শতাংশে বিভক্ত করিলে প্রত্যেক অংশ এত ক্ষুদ্র হইবে, যে তাহা অনুভব করা যাইতে পারে না, অতএব ভিন্ন প্রকার উপায় দ্বারা ১ ইঞ্চের $\frac{১}{১০০}$, $\frac{১}{২০০}$, $\frac{১}{৩০০}$ ইত্যাদি অংশ লইতে হইবে এবং ঐ উপায় হইতেই ডাএগনাল স্কেল বা সূক্ষ্মমান দণ্ড প্রস্তুত হয়।

২য়। ক খ একটী কীর্ত্তিস্তম্ভ, গ স্থানে দর্পণ পাতিয়া রাখিয়া তাহার মধ্যে উক্ত স্থানের ছায়া দেখিয়া তাহার উচ্চতা নির্ণয় করিতে হইবে।

দর্শক ঘ চিহ্নিত স্থানে দণ্ডায়মান হউক, অর্থাৎ যে স্থানে দাড়াইলে কীর্ত্তিস্তম্ভের চূড়াগ্র খ-র প্রতিবিম্ব দর্প-ণের মধ্যে দেখিতে

পাইবে। এইক্ষণে ইহা সিদ্ধান্ত আছে যে, কোন বস্তু হইতে আলোক আসিয়া কোন স্বচ্ছ দ্রব্যেতে সংলগ্ন হইয়া প্রতিফলিত হইলে উভয় দিকের কোণ সমান হয়, অর্থাৎ আলোক আসিয়া প্রথমতঃ কোন দ্রব্যেতে সংলগ্ন হইলে এক কোণের উৎপত্তি হয়; অনন্তর সেই আলোক উক্ত দ্রব্যে সংলগ্ন হইয়া প্রতিফলিত হইলে আর একটী কোণ হয়, এই উভয় কোণ পরস্পর সমান হয়। অতএব ক গ খ ও ঘ গ চ কোণ উভয়েই সমান। আর ক খ ও ঘ চ উভয়ে ক ঘ রেখার উপর লম্ব ভাবে আছে বলিয়া ঐ দুইটী ত্রিভুজ পরস্পর সদৃশ। এই জন্য

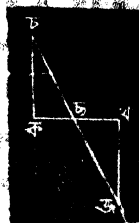
$$ঘ\,গ : ঘ\,চ = ক\,গ : ক\,খ, \quad \therefore\ ক\,খ = \frac{ঘ\,চ \times ক\,গ}{ঘ\,গ}।$$

এইক্ষণে যদি ক গ ১০০ ফুট ও ঘ গ ৬ ফুট হয়, আর ভূমি হইতে দ্রষ্টার চক্ষু অর্থাৎ ঘ চ রেখা ৫ ফুট হয়, তাহা হইলে,

$$ক\,খ \text{ স্তম্ভের উচ্চতা} = \frac{৫ \times ১০০}{৬} = ৮৩\tfrac{১}{৩} \text{ ফুট}।$$

৬৪। ক চিহ্নিত স্থান হইতে চ নামক স্থানে যাইবার

যাওয়া না থাকিলেও ইহাদের পরস্পর দূরত্ব নির্ণয় করিতে হইবে।

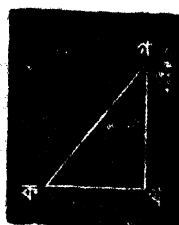
কোণাকৃতির যন্ত্র দ্বারা ক বিন্দু হইতে ক চ রেখার উপর ক খ লম্ব স্থাপন কর; সুবিধা মতে ক খ রেখায় ছ একটী স্থান লইয়া ঐ স্থানে একটী নিশান প্রোথিত কর; অনন্তর খ চিহ্ন হইতে খ ক রেখার উপর খ জ লম্ব রেখা টান। এই লম্ব রেখায় এমত একটী স্থান নিরূপণ কর যে, ঐ স্থান হইতে ছ, চ দুইটী স্থান লক্ষ্য করিলে উহারা সমসূত্রে লক্ষিত হয়। অনন্তর খ জ রেখাটী পরিমাণ কর।

ক ছ চ ও ছ খ জ ত্রিভুজের ক ছ চ, চ ক ছ কোণ যথাক্রমে খ ছ জ ও জ খ ছ কোণের সমান বলিয়া ইহারা পরস্পর সদৃশ। অতএব,

$$\text{ছ খ : খ জ :: ছ ক : ক চ ; } \therefore \text{ ক চ} = \frac{\text{খ জ . ছ ক}}{\text{ছ খ}}।$$

যদি ক ছ ৪০ হাত, ছ খ ২০ হাত, এবং খ জ ৬০ হাত হয়, তাহা হইলে ২০ : ৬০ :: ৪০ : চ ক = ১২০ হাত।

ক ছ ৪ হাত, খ ছ ১ হাত ও খ জ ৩ হাত হইলে, চ ক-র পরিমাণ কত হইবে? উঃ। ১২ হাত।

৪। কোন কীর্ত্তিস্তম্ভের নিকটে এক যষ্টি লম্বভাবে স্থিত করিয়া, যষ্টি ও স্তম্ভের ছায়ার দ্বারা স্তম্ভের প্রকৃত উচ্চতার পরিমাণ করিতে হইবে।

মনে কর, খ গ কীর্ত্তি-স্তম্ভ, খ ক উহার ছায়া; ছ জ যষ্টি ও ছ চ উহার ছায়া। এইরূপে স্তম্ভ ও যষ্টির শীর্ষদেশ হইতে

তাহাদিগের পরস্পরের ছায়ার শেষ সীমা পর্য্যন্ত যে সূর্য্যরশ্মি বিস্তৃত হইয়াছে, অর্থাৎ গ ক ও জ চ, তাহারা পরস্পর সমান্তরাল বলিয়া ∠ খ ক গ = ∠ ছ চ জ; সুতরাং খ ক গ ও ছ চ জ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ।

$$\therefore \text{ছ চ} : \text{ছ জ} :: \text{খ ক} : \text{খ গ};$$

$$\therefore \text{খ গ} = \frac{\text{ছ জ} \times \text{খ ক}}{\text{ছ চ}}।$$

উদাহরণ ১। যদি ১০ হাত যষ্টির ছায়া ৭ হাত হয়, তাহা হইলে যে কীর্ত্তিস্তম্ভের ছায়া ১৪০ হাত, তাহার উচ্চতা কত?

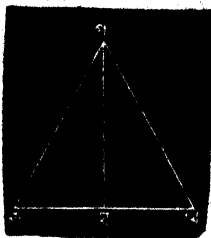
এই প্রশ্নে, ৭ : ১০ :: ১৪০ : গ খ = ২০০ হাত।

২। পূর্ব্বোক্ত প্রতিকৃতিতে যদি ছ জ ৫ হাত, ছ চ ৪ হাত ও খ ক ৬৪ হাত হয়, তাহা হইলে গ খ-র পরিমাণ কত হইবে? উঃ। ৮০ হাত।

৪৮শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

তুল্যকোণিক বা সদৃশ ত্রিভুজদ্বয়ের সমান সমান কোণ-সংলগ্ন বাহুর বর্গের যে পরিমাণে নিষ্পত্তি, ঐ ত্রিভুজদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের পরস্পর সেই নিষ্পত্তি, অর্থাৎ

একটীর ক্ষেত্রফল তাহার ভুজের বর্গের যত গুণ, অপরটীর ক্ষেত্রফলও তৎসমধর্মী ভুজের বর্গের তত গুণ হইবে।

কখগ ও চছজ দুই তুল্যকোণিক ত্রিভুজ, গ ও জ বিন্দু দিয়া কখ ও চছ রেখার উপর গঘ ও জঝ লম্বপাত কর। কখগ ও চছজ দুইটী ত্রিভুজ তুল্য-কোণিক।

অতএব $\frac{\text{কখ}}{\text{চছ}} = \frac{\text{কগ}}{\text{চজ}}$, এবং $\frac{\text{গঘ}}{\text{জঝ}} = \frac{\text{কগ}}{\text{চজ}}$;

এই দুইটী সমান বস্তু গুণ করিলে,

$\frac{\text{কখ}.\text{গঘ}}{\text{চছ}.\text{জঝ}} = \frac{\text{কগ}^2}{\text{চজ}^2}$; কিম্বা $\frac{\frac{1}{2}\text{কখ}.\text{গঘ}}{\frac{1}{2}\text{চছ}.\text{জঝ}} = \frac{\text{কগ}^2}{\text{চজ}^2}$;

অর্থাৎ $\frac{\text{কগখ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল}}{\text{চজছ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল}} = \frac{\text{কগ}^2}{\text{চজ}^2}$

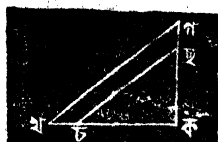
এই সমীকরণটী অনুপাতাকারে রাখিলে,

ক্ষেত্রফল কগখ : ক্ষেত্রফল চজছ :: কগ^2 : চজ^2।

অনুমান। সদৃশ ক্ষেত্র সকলের ক্ষেত্রফলের যে সম্বন্ধ, তাহাদের সবর্ণীয় বাহু সকলের বর্গেরও সেই সম্বন্ধ।

৪৯শ প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

ক খ গ নির্দ্দিষ্ট ত্রিভুজের সদৃশ অপর একটী ত্রিভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

ক খ হইতে নিষ্কাশ্য ত্রিভুজের ভূমির সমান ক চ এক অংশ ছেদ কর, পরে চ বিন্দু দিয়া খ গ-র সমান্তরাল চ ছ রেখা অঙ্কিত কর। চ ক ছ, খ ক গ-র সদৃশ আঁকা হইল।

যদি নির্দ্দিষ্ট ত্রিভুজের ভূমি ক খ = ১২ ফুট, কর্ণ খ গ = ১৫ ফুট, এবং কোটি ক গ = ৯ ফুট, আর নিষ্কাশ্য ত্রিভুজের ভূমি চ ক = ৮ ফুট, তাহা হইলে চ ছ, খ গ-র সমান্তরাল টানিলে প্রতীত হইবে যে, চ ছ = ১০ ফুট, এবং ক ছ = ৬ ফুট। যথা,

$$১২ : ১৫ :: ৮ : চ ছ ;\ \therefore চ ছ = \frac{৮ \times ১৫}{১২} = ১০ \text{ ফুট।}$$

$$১২ : ৯ :: ৮ : ক ছ ;\ \therefore ক ছ = \frac{৮ \times ৯}{১২} = ৬ \text{ ফুট।}$$

বৃত্ত সম্বন্ধীয় উপপাদ্য ও সম্পাদ্য।

৫০শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

ম গ এক সরল রেখা বৃত্তের কেন্দ্র ম দিয়া আসিয়া বৃত্তান্তর্গত ক খ জ্যাকে যদি সমদ্বিখণ্ড করে, তবে উহাকে লম্বভাবে দ্বিখণ্ড করিবে; এবং যদি লম্বভাবে ছেদ করে তবে সমদ্বিখণ্ড করিবে।

ম ক ও ম খ সংযুক্ত কর, ম গ ক ও ম গ খ দুইটী ত্রিভুজ পরস্পর সমান, কারণ ম খ = ম ক, গ খ = গ ক এবং ম গ ঐ দুই ত্রিভুজের সামান্য বাহু; সুতরাং ম গ ক কোণ ম গ খ কোণের সমান, তাহা হইলে ম গ রেখা ক খ রেখার উপর লম্বভাবে অবস্থাপিত হইল।

পুনশ্চ, ম গ যেন ক খ রেখার উপর লম্বভাবে পড়িয়াছে। তাহা হইলে ম গ, ক খ রেখাকে সমান রূপে দ্বিখণ্ড করিবে, অর্থাৎ ক গ ও গ খ সমান হইবে।

ম ক ও ম খ দুই কর্কট রেখা সমান হওয়াতে ক খ ম সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ, ইহার ম ক খ কোণ ম খ ক কোণের সমান, এবং ক গ ম ও খ গ ম সমকোণ হওয়াতে পরস্পর সমান; সুতরাং অবশিষ্ট কোণদ্বয় খ ম গ ও ক ম গ পরস্পর সমান, অতএব ক গ ম ও খ গ ম দুইটী ত্রিভুজ পরস্পর সমান এবং খ গ = ক গ।

অনুমান। কোন সরল রেখা বৃত্তান্তর্গত জ্যাকে লম্বভাবে সমদ্বিখণ্ড করিলে ঐ রেখা বৃত্তের কেন্দ্র ভেদ করিয়া গমন করিবে।

উদা: ১। যদি ক ঘ খ বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ক ম ১০ হাত ও জ্যা ক খ ১৬ হাত হয়, তবে ম গ লম্বের মান কত হইবে?

এই প্রশ্নে, ক গ = $\frac{1}{2}$ ক খ = $\frac{1}{2}$ ১৬ = ৮; অপর ক গ ম সমকোণিক ত্রিভুজে, ম গ^2 = ক ম^2 — ক গ^2 = ১০^2 — ৮^2 = ৩৬; ∴ ম গ = ৬ হাত।

২। ক ম ২০ হাত ও ক খ ২৪ হাত হইলে, ম গ রেখার পরিমাণ কত হইবে? উঃ। ১৬ হাত।

৩। ক ম [illegible]টি রেখা ৫ হাত, এবং শর গ ঘ ২ হাত হইলে, ক খ রেখার মান কত হইবে?

[illegible] = ম ঘ—গ ঘ = ৫—২ = ৩; সুতরাং ক গ = $\sqrt{৫^২—৩^২}$ = ৪, অতএব ক খ = ২ ক গ = ২ × ৪ = ৮ হাত।

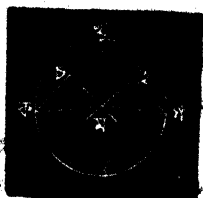
৪। ক ম ৮ হাত, ও গ ঘ ৩ হাত হইলে, ক খ রেখার মান কত? উঃ। ১২. ৪৯ হাত।

৫। ক খ ৬৪ ফুট ও গ ঘ ১৬ ফুট হইলে, ক ম রেখার মান কত হইবে? উঃ। ৪০ ফুট।

৬। ক খ ৮ ফুট ও গ ঘ ২ ফুট হইলে, ক ম রেখার পরিমাণ কত হইবে? উঃ। ৫ ফুট।

৫১শ প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

এক নির্দ্দিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র নির্ণয় করিতে হইবে।

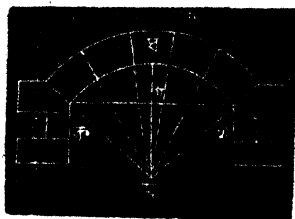
ক খ গ নির্দ্দিষ্ট বৃত্ত, ইহার কেন্দ্র নির্ণয় করিতে হইবে। বৃত্ত-মধ্যে ক খ ও খ গ দুইটী জ্যা অঙ্কিত কর। ইহাদিগকে ম চ, ম ছ লম্ব দ্বারা সমদ্বিখণ্ডিত কর। ম বিন্দুই এই দুই রেখার সম্পাত হউক। ম বিন্দু নির্দ্দিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র।

যেহেতু, পূর্ব্ব প্রতিজ্ঞাতে প্রদর্শিত হইয়াছে যে, চ ম

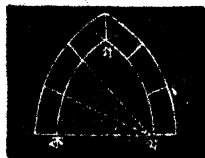
ও ছ ম রেখা বৃত্তের কেন্দ্র ভেদ করিয়া যাইবে, সুতরাং এই দুই রেখার সম্পাত স্থান ম নির্দ্দিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র।

৫২শ প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

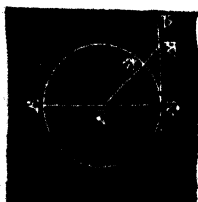
তিনটী নির্দ্দিষ্ট বিন্দু * (পূর্ব্ব প্রতিকৃতি দেখ); ক, খ, গ দিয়া একটী বৃত্ত অঙ্কিত করিতে হইবে।

এই তিনটী বিন্দুর মধ্যবর্ত্তী খ বিন্দু হইতে খ ক ও খ গ দুইটী সরল রেখা টান; পরে ক খ ও খ গ রেখাদ্বয়কে দুই সরল রেখা দ্বারা সমান ভাগে দ্বিখণ্ড কর, এই দুই রেখা বর্দ্ধিত করিলে ম চিহ্নে অবচ্ছেদিত হইবে। পরে ম বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া ম ক কিম্বা ম খ অথবা ম গ ব্যাসার্দ্ধ লইয়া ক খ গ বৃত্ত অঙ্কিত কর। ক, খ, গ তিনটী বিন্দু দিয়া ক খ গ বৃত্ত অঙ্কিত হইল।

প্রয়োগ ১ম। একটী গোল খিলান নির্ম্মাণ করিতে হইবে। মনে কর, ক খ খিলানের পরিসর, গ ঘ উচ্চতা। এইক্ষণে পূর্ব্বোক্ত প্রতিজ্ঞার দ্বারা ক, ঘ, খ তিনটী বিন্[illegible] একটী বৃত্ত অঙ্কিত কর। ম ঐ বৃত্তের কে[illegible]রে ক ঘ খ চাপকে কতিপয় সমান অংশে বিভাগ করিয়া, বিভাগের চিহ্নগুলি ও বৃত্তের কেন্দ্র ঋজু রেখা দ্বারা সংযুক্ত করিলে খিলানের গ্রন্থিগুলি নিরূপিত হইবে।

* যদি তিনটী নির্দ্দিষ্ট বিন্দু এক রেখায় না হয়।

২য়। গথিক খিলান নির্ম্মাণ করিবার নিয়ম। ক খ খিলানের পরিসর। ক খ রেখার উপর ক ও খ কেন্দ্র করিয়া ক খ ব্যাসার্দ্ধ পরিমাণানুসারে দুইটী চাপ অঙ্কিত কর, এই চাপদ্বয় গ বিন্দুতে স্পর্শ করিবে। এইরূপে ক গ ও খ গ দুইটী চাপকে কতিপয় সমান অংশে বিভাগ করিয়া, ক গ চাপের বিভাগের চিহ্ন গুলি খ কেন্দ্রের সহিত; আর খ গ চাপের বিভাগের চিহ্ন গুলি ক কেন্দ্রের সহিত সংযুক্ত কর; এতদ্দ্বারা খিলানের গ্রন্থিগুলি নিরূপিত হইবে।

৫৩শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

ক খ ব্যাসের প্রান্ত হইতে ক চ লম্ব টানিলে এই রেখা বৃত্তের স্পর্শনী হইবে।

ক চ রেখাতে ঘ একটী বিন্দু লইয়া ঘ ম সংযুক্ত কর। ম ক ঘ সমকোণ হওয়াতে ম ঘ কর্ণ রেখা ম ক বা ম গ অপেক্ষা বৃহত্তর। সুতরাং গ বিন্দু বৃত্তের বাহিরে পড়িতেছে, এই ক চ রেখার মধ্যে ক বিন্দু ব্যতীত আর যত্র তত্র বিন্দু লইলে সেই বিন্দু বৃত্তের বাহিরে পড়িবে, অতএব ক চ রেখা বৃত্তকে কেবল ক এক বিন্দুতে স্পর্শ করিতেছে, এবং উহাই বৃত্তের স্পর্শনী।

অনুমান। ক চ রেখা বৃত্তের স্পর্শনী হইলে ম কেন্দ্র হইতে ম ক ব্যাসার্দ্ধ টানিলে ইহা ক চ বৃত্তস্পর্শক রেখার লম্ব হইবে।

৫৪শ প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

এক নির্দ্দিষ্ট বিন্দু হইতে এক নির্দ্দিষ্ট বৃত্তকে স্পর্শ করে এমত এক সরল রেখা টানিতে হইবে।

প্রথমতঃ। বিন্দুটী বৃত্তপরিধির কোন স্থানে নির্দ্দিষ্ট থাকিলে প্রতিজ্ঞা সম্পন্ন করিতে হইবে।

ক চ ছ এক বৃত্ত তাহার পরিধিস্থিত বিন্দু ক। ক হইতে এমত এক সরল রেখা টানিতে হইবে যাহা বৃত্তকে স্পর্শ করিবে।

বৃত্তের কেন্দ্র ম নির্দ্দেশ করিয়া ক ম সংযুক্ত কর। পরে ক বিন্দু দিয়া ক ম রেখার উপর খ গ লম্ব টান, খ গ রেখা ক চ ছ বৃত্তকে ক বিন্দুতে স্পর্শ করিবে।

ম ক খ সমকোণ হওয়াতে ক খ ম কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর হইতেছে, এবং ত্রিভুজের বৃহত্তর কোণের অভিমুখীন বাহুও অন্য বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর। এজন্য ম খ, ম ক অপেক্ষা বৃহত্তর। সুতরাং ক বিন্দু ও ক খ রেখা চ ক ছ বৃত্তের বহিঃস্থ।

দ্বিতীয়তঃ। বিন্দুটী বৃত্তপরিধির বাহিরে কোন স্থানে থাকিলে প্রতিজ্ঞা সম্পন্ন করিতে হইবে।

ক চ ছ নির্দ্দিষ্ট বৃত্তের বহিঃস্থ বিন্দু খ। বৃত্তকে স্পর্শ করে এমত এক সরল রেখা খ হইতে টানিতে হইবে।

বৃত্তের কেন্দ্র ম নির্দ্দেশ করিয়া ম খ সংযুক্ত কর।

পরে খ ম রেখাকে ব্যাস স্বরূপ লইয়া একটী বৃত্তার্দ্ধ অঙ্কিত কর। এই বৃত্তার্দ্ধ যে স্থলে নির্দ্দিষ্ট বৃত্তকে ছিন্ন করে তাহাই স্পর্শ বিন্দু, অর্থাৎ নির্দ্দিষ্ট বিন্দু হইতে উক্ত বিন্দু দিয়া রেখা টানিলে স্পর্শনী হইবে।

ম ক খ অর্দ্ধবৃত্তস্থ কোণ হওয়াতে সমকোণ, অতএব খ ক গ রেখা ম ক রেখার লম্ব। কিন্তু (৫৩শ প্রতিজ্ঞানুসারে) ব্যাসের প্রান্ত হইতে লম্ব টানিলে তাহা বৃত্তকে কেবল এক বিন্দুতে স্পর্শ করে; সুতরাং খ ক গ বৃত্তের স্পর্শনী।

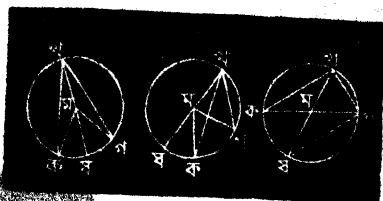
৫৫শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

বৃত্তপরিধির এক অংশের উপর যদি একটী কেন্দ্রস্থ আর একটী পরিধিস্থ কোণ থাকে, তাহা হইলে কেন্দ্রস্থ কোণ পরিধিস্থ কোণের দ্বিগুণ হইবে।

এই প্রতিজ্ঞাটী দুই প্রকারে প্রতিপাদিত হইতে পারে। যথা, প্রথমতঃ, বৃত্তের কেন্দ্র ম যেন ক খ গ কোণের মধ্যে আছে; দ্বিতীয়তঃ, বৃত্তের কেন্দ্র ম যেন ক খ গ কোণের বাহিরে আছে। খ ম সংযুক্ত করিয়া ঘ পর্য্যন্ত বৃদ্ধি কর। ক ম খ ত্রিভুজটী সমদ্বিবাহু, এবং ∴ ম খ ক কোণ = ম ক খ কোণ; কিন্তু (১৯শ প্রতিজ্ঞানুসারে) ক ম ঘ বাহ্য কোণ = ম খ ক কোণ + ম ক খ কোণ;

∴ ক ম ঘ কোণ = ২ ম খ ক কোণ।

এই রূপে গ ম ঘ কোণও ম খ গ কোণের দ্বিগুণ। বৃত্তের কেন্দ্র ম, ক খ গ কোণের মধ্যে হইলে উপরি উক্ত

দুই রাশি সমষ্টি করিতে হইবে, যথা, ক ম ঘ কোণ +

গ ম ঘ কোণ = ২ ম খ ক কোণ + ২ ম খ গ কোণ ;
∴ ক ম গ কোণ = ২ ক খ গ কোণ।

[illegible] কেন্দ্র ম, ক খ গ কোণের বাহিরে হইলে উপরি উক্ত দুইটী রাশি পরস্পর বিয়োগ করিতে হইবে। যথা, গ ম ঘ কোণ — ক ম ঘ কোণ = ২ ম খ গ কোণ — ২ ম খ ক কোণ ; ∴ ক ম গ কোণ = ২ ক খ গ কোণ।

অনুমান ১। এক বৃত্তখণ্ডের মধ্যে যত কোণ থাকে সকলি পরস্পর সমান, কারণ উহারা প্রত্যেকেই পরিধিস্থ কোণের অর্দ্ধেক।

২। অর্দ্ধবৃত্তস্থ কোণ সমকোণ, অর্দ্ধবৃত্ত অপেক্ষা বৃহত্তর বৃত্তাংশের অন্তর্গত কোণ সমকোণের ন্যূন, এবং তদপেক্ষা লঘুতর বৃত্তাংশের অন্তর্গত কোণ সমকোণ অপেক্ষা বৃহত্তর।

যদি ক গ বৃত্তাংশ সামিবৃত্তের সমান হয়, তাহা হইলে ক ম ঘ কোণ পূর্ব্বের মত = ২ × ক খ ঘ কোণ, আবার গ ম ঘ কোণ = ২ × গ খ ঘ কোণ। অতএব ২ × ক খ গ কোণ = ২ × ক খ ঘ কোণ + ২ × গ খ ঘ কোণ = ক ম ঘ + গ ম ঘ = দুই সমকোণ, অতএম

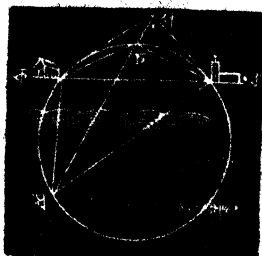
ক খ গ = এক সমকোণ, অর্থাৎ সামিবৃত্তস্থ কোণ একটী সমকোণ।

৫৬শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

ক ঘ সরল রেখা ক গ খ বৃত্তকে ক বিন্দুতে স্পর্শ করিতেছে; যদি স্পর্শ বিন্দু ক হইতে বৃত্তকে ছেদ করিয়া ক গ একটী সরল রেখা টানা যায়, তবে এই রেখা ও স্পর্শনী রেখাতে যে কোণ উৎপন্ন হইবে, তাহা ঐ রেখার উপর পরিধিস্থ কোণের সমান হইবে, অর্থাৎ গ ক ঘ কোণ = ক খ গ কোণ।

ক হইতে ক ঘ-র উপর ক খ লম্ব পাত কর, এইক্ষণে ক গ খ কোণ সমকোণ; সুতরাং গ ক খ কোণ + ক খ গ কোণ = এক সমকোণ; ∴ ঘ ক খ কোণ = গ ক খ কোণ + ক খ গ কোণ; এই সমান রাশি হইতে গ ক খ কোণ বিয়োগ করিলে ঘ ক গ কোণ = ক খ গ কোণ।

প্রয়োগ। ক, খ, গ তিনটী নির্দ্দিষ্ট স্থানের পরস্পর দূরত্ব জানা আছে. যথা, ক খ ১২ মাইল, খ গ ৭.২ মাইল, এবং ক গ ৮ মাইল। ঘ চিহ্নিত স্থানে দণ্ডায়মান থাকিয়া জরীপ আমীন দেখিলেন যে, খ ঘ গ কোণ ২৫° ও গ ঘ ক কোণ ১৯°। এইক্ষণে যে স্থানে আমীন দণ্ডায়মান আছেন তথা হইতে গ চিহ্নিত স্থানের কত অন্তর নির্ণয় করিতে হইবে।

ক, খ, গ তিনটী বিন্দু দিয়া ত্রিভুজ নির্ম্মাণ কর, খ বিন্দু দিয়া খ চ রেখা এরূপে অঙ্কিত কর যে ক খ চ কোণ ১৯° হয়, অর্থাৎ গ ঘ ক কোণের সমান হয়; এই রূপে ক বিন্দু দিয়া ক চ রেখা এরূপে অঙ্কিত কর যে খ ক চ কোণ ২৫° হয়, অর্থাৎ খ ঘ গ কোণের সমান হয়। ক, খ, চ তিনটী বিন্দু দিয়া ক ঘ খ চ একটী বৃত্ত অঙ্কিত কর, এবং গ চ সংযুক্ত করিয়া বৃত্তপরিধি পর্য্যন্ত বর্দ্ধিত কর। এইক্ষণে (৫৫শ প্রতিজ্ঞানুসারে) ক খ চ ও ক ঘ চ কোণ পরস্পর সমান ও খ ক চ ও খ ঘ চ কোণ পরস্পর সমান। কিন্তু জরীপ আমীন যে স্থানে দণ্ডায়মান তত্রত্য কোণদ্বয় ক খ চ ও খ ক চ কোণদ্বয়ের সহিত যথার্থ সমান, সুতরাং গ চ ঘ রেখা আমীনের স্থান দিয়া গিয়াছে; এবং সমান অংশের মানদণ্ড দ্বারা উক্ত রেখা পরিমাণ করিলে তাহাতে যত একক হইবে, গ ও ঘ-র দূরত্ব তত মাইল হইবেক। অর্থাৎ ঘ গ = ১৫ মাইল।

নিম্ন লিখিত কয়েকটী প্রশ্ন কম্পাস এবং মানদণ্ড দ্বারা সমাধা কর।

১। যে ত্রিভুজ ক্ষেত্রের তিনটী বাহু যথাক্রমে ১২০, ১৬০ ও ২০০ লিঙ্ক, তাহার বৃহৎ বাহুর উপর পতিত লম্বের পরিমাণ কত? উঃ। ৯৬ লিঙ্ক।

২। যে ত্রিভুজের তিনটী বাহু যথাক্রমে ২৪, ৪০ এবং

৩২ হাত, তাহাকে বেষ্টন করিয়া একটী বৃত্ত অঙ্কিত করিলে উহার ব্যাসার্দ্ধ কত হইবে? উঃ। ২০ হাত।

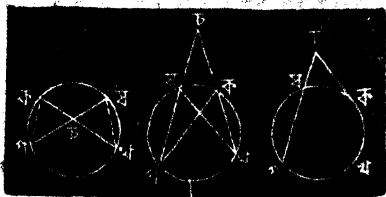
৩। একটী আয়ত ক্ষেত্রের কর্ণ পরিমাণ ১৬⅔ ফুট, এবং ইহার সম্মুখীন কোণ হইতে পতিত লম্বের পরিমাণ ৮ ফুট, ঐ আয়তের সংলগ্ন ভুজদ্বয়ের পরিমাণ কত?

উঃ। ১০ এবং ১৩⅓ ফুট।

৫৭শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

যদি দুইটী জ্যা বৃত্তের মধ্যে পরস্পর ছিন্ন হয়, তবে একটীর খণ্ডদ্বয়ের অন্তর্গত আয়ত অপরটীর খণ্ডদ্বয়ের অন্তর্গত আয়তের তুল্য হইবে। আর ঐ দুই জ্যা বৃত্তের বাহিরে কোন বিন্দুতে যদি ছিন্ন হয়, তবে সমুদায় রেখা-দ্বয় এবং তাহাদের বৃত্তবহিঃস্থ অংশের অন্তর্গত আয়ত পরস্পর সমান।

মনে কর, একটী বৃত্তের দুইটী জ্যা গ ঘ ও খ ক, চ বিন্দুতে ছিন্ন হইয়াছে, এইক্ষণে চ খ × চ ক = চ গ × চ ঘ।

এখন ১ম ও ২য় প্রতিকৃতিতে ক গ ও খ ঘ সং-যুক্ত করিলে, চ খ ঘ ও চ ক গ দুইটী ত্রিভুজ উৎপন্ন হয়। এবং উহাদের (৫৫শ প্রতিজ্ঞার ১ম অনুমানানুসারে) চ গ ক কোণ চ খ ঘ কোণের সমান,

ও গ চ ক কোণ খ চ ঘ কোণের সমান, অতএব অবশিষ্ট চ ঘ খ কোণ চ ক গ অবশিষ্ট কোণের সমান হইবে। সুতরাং চ খ ঘ ও চ ক গ দুইটী ত্রিভুজ তুল্যকোণিক হইল, এবং (৪৭শ প্রতিজ্ঞানুসারে),

চ খ : চ গ :: চ ঘ : চ ক; ∴ চ খ × চ ক = চ গ × চ ঘ।

অনুমান ১। উপরি উক্ত প্রথম ক্ষেত্রে যদি গ ক ঘ বৃত্তার্দ্ধ হয়, অর্থাৎ গ ঘ রেখা কেন্দ্রগত হয়, এবং ক খ রেখা উহাকে লম্বভাবে ছেদ করে, তাহা হইলে ক চ, চ খ-র সমান হইবে, সুতরাং চ ক^{২} = চ গ.চ ঘ।

অনুমান ২। উপরি উক্ত দ্বিতীয় ক্ষেত্রে যদি চ খ রেখার চ বিন্দুটী স্থির রাখিয়া রেখাটী ক্রমে দক্ষিণ দিকে সরিয়া আনা যায়, তাহা হইলে ক খ জ্যা ক্রমশঃ ক্ষুদ্র হইতে হইতে বিনষ্ট হইবে (৩য় প্রতিকৃতি দেখ), এবং চ ক মাত্র অবশিষ্ট থাকিয়া চ খ.চ ক, চ ক-র সচমতুর্ভুজের তুল্য হইবে, অতএব চ ক^{২} = চ গ.চ ঘ। অর্থাৎ যে রেখা বৃত্তকে ছেদ করে তাহার সমুদায় ও বহিঃস্থ অংশের আয়ত স্পর্শনী* রেখার সমচতুর্ভুজ তুল্য।

---

* একটী বৃত্তের জ্যা ক খ, চ পর্য্যন্ত প্রসারিত হইয়াছে, এবং কেন্দ্র ম। এখন চ খ-র চ বিন্দু স্থির রাখিয়া খ বিন্দুকে যদি ডাইন দিকে ঘুরাইয়া আনা যায়, তাহা হইলে জ্যা ক খ ক্রমশঃ ছোট হইয়া আসিবে, এবং ক্রমাগত ঘুরাইতে ঘুরাইতে অবশ্য কোন না কোন সময়ে ক খ জ্যা একবারে বিনষ্ট হইয়া যাইবে, অর্থাৎ ক ও খ বিন্দু একত্র মিলিত হইবে। এবং যখন ক ও খ একত্র মিলিত হইবে, তখন ক চ সুতরাং এক বিন্দু মাত্র ক″-তেই ঐ বৃত্তের সহিত মিলিত হইবে, ক″ চ-কে যে দিকে ইচ্ছা প্রসারিত কর কখনই বৃত্ত ভেদ করিবেক না। এই

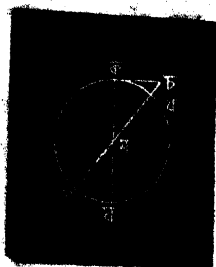
প্রয়োগ। সমুদ্রের তীরস্থ কোন উচ্চ পদার্থকে কত দূর হইতে দেখা যাইতে পারে তাহা নিরূপণ করিতে হইবে।

অবস্থায় ক″চ-কে ঐ বৃত্তের স্পর্শনী বলে। এই স্থলে দেখা যাইতেছে যে, চ খ-কে উক্তরূপে ঘুরাইলে ক ম খ কোণ ক্রমাগত কমিয়া আসিবে এবং ক খ ভুজাশ্রিত দুইটী কোণ, ত্রিভুজ ক ম খ সমদ্বিবাহু বলিয়া সমান ভাবে বাড়িতে থাকিবে, এবং যখন ম খ, ম ক″-র সহিত মিলিত হইবে, অর্থাৎ চ ক রেখা ঐ বৃত্তের স্পর্শনী হইবে, তখন ক ম খ কোণ একবারে বিনষ্ট হইবে।

কিন্তু ম খ ক, খ ক ম, ও ক ম খ এই তিনটী কোণ দুই সমকোণ তুল্য, এবং ত্রিভুজ ক ম খ-র ভূমি ক খ-তে স্থিত দুইটী কোণ বরাবর পরস্পর সমান থাকিবে। অতএব যখন ক ম খ-র ম বিন্দুস্থ কোণ বিনষ্ট হইবে, অর্থাৎ চ ক স্পর্শনী হইবে, তখন ম খ ক ও ম ক খ দুইটী কোণ দুই সমকোণ-তুল্য হইবে, কিন্তু এই দুইটী কোণ সর্ব্বদা সমান থাকিবে, অতএব ইহারা প্রত্যেকে এক একটী সমকোণ; কিন্তু চ ক খ রেখা চ ক″ রেখাতে পরিণত অর্থাৎ স্পর্শনী হইলে, ম খ ক কোণ ম ক″ চ কোণ রূপে ও ম ক খ, ম ক″ ছ কোণ রূপে পরিণত হইবে, তাহা হইলে ম ক″ চ ও ম ক″ ছ প্রত্যেকে এক একটী সমকোণ হইল, অর্থাৎ কোন ঋজু রেখা বৃত্তকে স্পর্শ করিলে যদি স্পর্শ চিহ্ন হইতে ব্যাসার্দ্ধ

১। যদি সমুদ্রের মধ্যস্থল হইতে টেনেরিফ পর্ব্বতের উচ্চতা আড়াই মাইল হয়, তবে উহা কত দূর পর্য্যন্ত দেখা যাইতে পারে?

(৫৭শ প্রতিজ্ঞানুসারে) চ গ.চ খ = ক চ^{২}, ∴ চ খ = $\frac{কচ^{২}}{চগ}$

এইরূপে খ গ পৃথিবীর ব্যাসের স্থানীয়, এবং চ খ এই ব্যাস সম্বন্ধে এত ক্ষুদ্র যে, গণনা-কালে উহাকে ত্যাগ করিলে, অর্থাৎ চ গ-র পরিবর্ত্তে খ গ ধরিলে গণনাফলের কোন বিশেষ ব্যতিক্রম হইবার আশঙ্কা নাই। এই রূপে ক চ রেখাকে ক খ চাপের সমান ধরিলেও গণনার বড় বিশেষ তারতম্য হইবার সম্ভাবনা নাই। অতএব

যদি চ গ = খ গ পৃথিবীর ব্যাস = ৭৯৬০ মাইল ব অক্ষর দ্বারা, পর্ব্বতের উচ্চতা খ চ, উ অক্ষর দ্বারা এবং ক চ দূরত্ব দ অক্ষর দ্বারা নির্দ্দেশ করা যায়, তাহা হইলে,

ব × চ খ = ক চ^{২}, অর্থাৎ ব × উ = দ^{২};

∴ দ = $\sqrt{ব.উ}$।

এখানে, উ = ২$\frac{১}{২}$ মাইল; ∴ দ = $\sqrt{৭৯৬০ \times ২\frac{১}{২}}$ = ১৪১ মাইল।

২। যে পর্ব্বতের শৃঙ্গ ২৫ মাইল দূরে দেখা যায় তাহার উচ্চতা কত? উঃ। ৪১৪ ফুট।

টানা যায়, তাহা হইলে সেই রেখা ও স্পর্শনী রেখাতে উৎপন্ন দুইটী কোণ প্রত্যেকে সমকোণ।

৩। কোন অর্ণবযানের গুণবৃক্ষ ৮০ ফুট উচ্চ হইলে এই গুণবৃক্ষের উপর হইতে কত দূর পর্য্যন্ত পূর্ব্বোক্ত টেনেরিফ পর্ব্বতের চূড়াগ্র লক্ষিত হইতে পারে?

উঃ। ১৫২.০৪ মাইল।

৪। সমুদ্রের সমস্থল হইতে এক মাইল উচ্চ পর্ব্বতের [illegible] যদি [illegible] মাইল পর্য্যন্ত দেখা যায়, তাহা হইলে পৃথিবীর ব্যাস কত?

উঃ। ৭৯২১ মাইল।

৫। [illegible] দশ ফুট উপরে কোন পদার্থ রাখিলে যদি তাহা চার মাইল পর্য্যন্ত দৃষ্টিগোচর হয়, তবে পৃথিবীর ব্যাস কত হইতে পারে?

উঃ। ৮৪৪৮ মাইল।

[illegible] প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

গ ঘ একটী জ্যা (১১৬ পৃষ্ঠার প্রতিকৃতি দেখ) চ পর্য্যন্ত প্রসারিত হইয়াছে। এখন যদি গ চ × চ ঘ = ক″ চ² হয়, তাহা হইলে ক″ চ, ক″ বিন্দুতে ঐ বৃত্তকে স্পর্শ করিতেছে।

যদি স্পর্শ না করে, তবে মনে কর, চ ক″ প্রসারিত হইয়া খ′ বিন্দুতে বৃত্তকে ভেদ করিতেছে। তাহা হইলে ক″ চ² = গ চ × চ ঘ = চ খ′ × চ ক″ (১৩শ প্রতিজ্ঞানুসারে) = (ক″ চ + ক″ খ′) × ক″ চ, অর্থাৎ ক″ চ × ক″ চ = (ক″ চ + ক″ খ′) × ক″ চ। অতএব স্পষ্টই দেখা যাইতেছে যে ক″ খ′ বিনষ্ট না হইলে, এই সমীকরণ সত্য হইতে পারে না, এবং ক″ চ প্রসারিত হইলে ক″ খ′ জ্যা উৎপন্ন হইতে পারে না, অর্থাৎ ক″ চ, ক″ বিন্দুতে ঐ বৃত্ত স্পর্শ করিবে।

৫৯টি প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

গ চ ও গ ছ দুইটী বৃত্তের কেন্দ্র সংযোজক রেখা ক খ যদি ঐ বৃত্তদ্বয়ের ব্যাসার্দ্ধ ক গ ও গ খ-র সমষ্টির সমান হয়, তবে ঐ দুইটী বৃত্ত পরস্পর স্পর্শ করিবে।

বৃত্তদ্বয় অবশ্য গ বিন্দু দিয়া যাইবে, কারণ গ বিন্দু ব্যতিরেকে উহার আর সাধারণ বিন্দু নাই, যদি না যায়, তবে ঘ বিন্দু দিয়া যাইবে। ক ঘ ও খ ঘ সংযুক্ত কর; অপর, ক ঘ খ ত্রিভুজে ক ঘ + ঘ খ, ক খ বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর। এই অসমান বস্তু হইতে ক ঘ বা ক গ বিয়োগ করিলে অবশিষ্ট খ ঘ, খ গ অপেক্ষা বৃহত্তর হইবে, সুতরাং ঘ বিন্দু গ ছ বৃত্তের বাহিরে পড়িবে।

গ চ বৃত্তে গ বিন্দু ব্যতিরেকে অন্য কোন বিন্দু লইলেও ঐ রূপ প্রদর্শিত হইতে পারে। অতএব ঐ দুইটী বৃত্ত কেবল গ বিন্দুতে সংস্পর্শ হইবে।

৬০টি প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

যদি দুই বৃত্তের কেন্দ্রের ব্যবধান পরস্পরের ব্যাসার্দ্ধের বিয়োগফলের সমান হয়, তাহা হইলে একটী বৃত্ত অপরটীর ভিতরে থাকিবে ও তাহাকে স্পর্শ করিবে।

[illegible] দুইটী বৃত্ত, ক ও খ ইহাদের কেন্দ্র, এবং ক [illegible] ইহাদের ব্যাসার্দ্ধ; যদি ক খ = ক গ — খ গ

হয়, তাহা হইলে গ ছ বৃত্ত গ চ বৃত্তকে গ বিন্দুতে স্পর্শ করিবে।

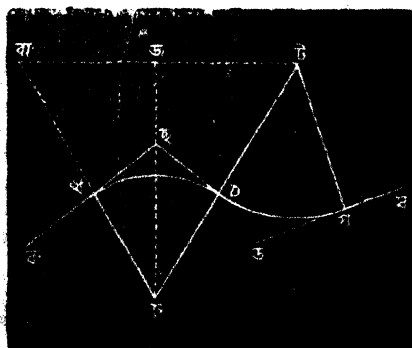
গ ছ বৃত্ত যদি গ চ বৃত্তকে গ বিন্দু ব্যতীত অন্য বিন্দুতে স্পর্শ করে, তবে গ ছ বৃত্ত গ চ বৃত্তকে গ ও ঘ দুই বিন্দুতে স্পর্শ করুক। খ ঘ ও ক ঘ সংযুক্ত কর। এইরূপে ক খ ঘ ত্রিভুজে ক ঘ বাহু ক খ ও খ ঘ বাহুদ্বয়ের সমষ্টি অপেক্ষা ন্যূন; কিন্তু

খ ঘ = খ গ, অতএব ক ঘ = ক খ + খ গ = ক গ-র ন্যূন; অর্থাৎ ঘ বিন্দু বৃহৎ বৃত্ত গ চ-র অন্তরস্থ। অন্য কোন বিন্দু লইলেও ঐ রূপে প্রদর্শিত হইবে যে তাহা গ চ বৃত্তের অন্তরস্থ; অতএব গ ছ বৃত্ত গ চ বৃত্তকে একের অধিক বিন্দুতে অন্তরে স্পর্শ করিতে পারে না।

প্রয়োগ ১। ক খ ছ একটী সাইমা রেকটা অর্থাৎ কার্ণিসের মোড় অঙ্কিত করিতে হইবে। ক ছ সংযুক্ত করিয়া খ বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত কর, পরে ক খ রেখাকে ঘ গ লম্ব রেখা দ্বারা সমদ্বিখণ্ডিত কর, গ ঘ রেখার যথা তথা একটী বিন্দু হইতে যথা ঘ, ঘ খ পরিমিত ব্যাসার্দ্ধ লইয়া ক খ একটী বৃত্তাংশ অঙ্কিত কর। অপর, ঘ খ সংযুক্ত করিয়া বর্দ্ধিত কর, এবং খ চ, ঘ খ-র সমান করিয়া চ খ ব্যাসার্দ্ধ লইয়া খ ছ এক বৃত্তাংশ অঙ্কিত কর। পূর্ব্বোক্ত প্রতিজ্ঞা দ্বারা প্রতীয়মান হইতেছে যে, ক খ

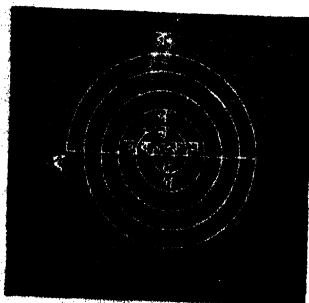
ও গ ছ দুইটী বৃত্ত কেবল খ বিন্দুতেই সংস্পর্শ করিবে, অতএব ক খ ছ সর্পাকৃতি বক্ররেখা অনবচ্ছিন্ন রূপে অঙ্কিত হইয়াছে, এবং ইহাই সাইমা রেক্‌টা হইল।

২। ক খ ও গ ঘ দুই দিক দিয়া লৌহবর্ত্ম গিয়াছে, এইক্ষণে এই দুইটী দিক অনবচ্ছিন্ন বক্ররেখা দ্বারা সংযুক্ত করিতে হইবে।

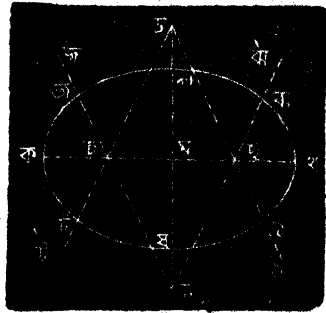
খ ও গ যে দুই স্থানে সংযুক্ত করিতে হইবে তাহা নির্দ্দিষ্ট আছে, এবং যে দুই বৃত্তাংশ দ্বারা সংযুক্ত হইবে তাহার একটী চাপের ব্যাসার্দ্ধও নির্দ্দিষ্ট আছে।

খ ও গ বিন্দু দিয়া খ ক ও গ ট দুইটী লম্বটান। খ ক ও গ ট রেখাদ্বয়কে নির্দ্দিষ্ট ব্যাসার্দ্ধের সমান কর। পরে ট ক সংযুক্ত করিয়া চ জ লম্বদ্বারা সমদ্বিখণ্ডিত কর। ক খ রেখা বর্দ্ধিত হইয়া চ জ রেখাকে চ স্থানে ছেদ করুক, (চ বিন্দু খ ঠ চাপের কেন্দ্র হইবে)। আর চ ট সংযুক্ত করিয়া ট কেন্দ্র ও ট গ ব্যাসার্দ্ধ লইয়া গ ঠ চাপ অঙ্কিত

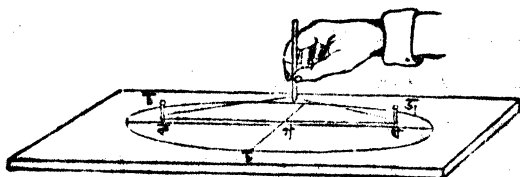
কর, ও চ কেন্দ্র করিয়া চঠ ব্যাসার্দ্ধানুসারে ঠখ চাপ অঙ্কিত কর।

চঝজ ও চটজ দুইটী ত্রিভুজ সর্ব্বতোভাবে সমান, এজন্য চঝ = চট; কিন্তু খঝ = গট = ঠট; অতএব চখ = চঠ, এবং খঠ ও গঠ দুইটী বৃত্তাংশ ঠ বিন্দুতে সংস্পর্শ করিবে, সুতরাং গ, খ দুইটী স্থান অনবচ্ছিন্ন সর্পাকৃতি বক্র রেখা দ্বারা সংযুক্ত হইয়াছে।

৩। খকগ একটী শঙ্কু নির্ম্মাণ করিতে হইবে। মনে কর ন শঙ্কুর চক্ষু এবং তন = নদ। এইক্ষণে ন-কে কেন্দ্র করিয়া নত ব্যাসার্দ্ধানুসারে তধদ একটী সামিবৃত্ত অঙ্কিত কর। পরে ত-কে কেন্দ্র করিয়া তব ব্যাসার্দ্ধানুসারে দধব সামিবৃত্ত অঙ্কিত কর। অনন্তর নব কেন্দ্র করিয়া নব ব্যাসার্দ্ধানুসারে বঙম সামিবৃত্ত অঙ্কিত কর। এইরূপে ত ও ন-কে একান্তরিত রূপে কেন্দ্র করিয়া যত বড় শঙ্কু হউক না কেন নির্ম্মাণ করা যাইতে পারে।

৬১টি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

চারিটী কেন্দ্র হইতে বৃত্তাংশ অঙ্কিত করিয়া একটী বৃত্তাভাসসদৃশ ক্ষেত্র নির্ম্মাণ করিতে হইবে।

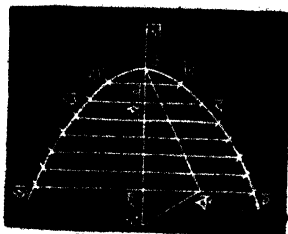
চ ছ একটী সীমাবিশিষ্ট রেখার উভয় দিকে তুইটী সমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কিত কর, যথা চ ড ছ ও চ ঢ ছ, এবং ত্রিভুজের বাহুগুলি জ, ঝ, ট, ঠ পর্য্যন্ত প্রসারিত করিয়া ড ঢ সংযুক্ত কর। পরে ড ও ঢ বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া এরূপ ব্যাসার্দ্ধ লইয়া ট ঘ ঠ ও জ গ ঝ তুইটী বৃত্তাংশ অঙ্কিত কর যে, তাহাদের মধ্যের পরিসর গ ঘ নিষ্কাশ্য বৃত্তাভাসসদৃশ ক্ষেত্রের লঘিষ্ঠ ব্যাসের সমান হয়। অপর চ, ছ বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া চ জ — ঠ ছ ব্যাসার্দ্ধ লইয়া জ ক ট ও ঝ খ ঠ তুইটী বৃত্তাংশ অঙ্কিত কর। ড, ঢ, চ, ছ চারিটী বিন্দু দিয়া চারিটী বৃত্তাংশ অঙ্কিত হইয়া ক ট ঘ ঠ খ ঝ গ জ বৃত্তাভাসসদৃশ ক্ষেত্র নিষ্কাশিত হইল। এই ক্ষেত্রে চ ও ছ তুইটী অধিশ্রয়। ক খ ও গ ঘ তুইটী রেখাকে গরিষ্ঠ ও লঘিষ্ঠ ব্যাস কহা যায়। ম ক গরিষ্ঠ ব্যাসার্দ্ধ আর ম গ লঘিষ্ঠ ব্যাসার্দ্ধ।

প্রকারান্তর ; সূত্রদ্বারা বৃত্তাভাস টানিবার রীতি।

গরিষ্ঠ ব্যাসের দৈর্ঘ্যতার সমান এক গাছি সূতা লইয়া তাহার তুই পার্শ্ব ক ও খ বিন্দুতে কোন প্রকার কৌশল দ্বারা আবদ্ধ কর। পরে ঐ সূত্র একটী পেন্সিল দিয়া প্রসারিত করিয়া চতুর্দ্দিকে ঘুরাইয়া আনিলে একটী প্রকৃত বৃত্তাভাস ক্ষেত্র নির্ম্মিত হইবে, যথা চ ছ জ।

৬২টি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

একটী ক্ষেপণী ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে। ত ছ অর্দ্ধাধিক বিস্তার এবং চ ছ নির্দ্দিষ্ট তলস্থ রেখার্দ্ধ, এখন ক্ষেপণী ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

চ ছ রেখাকে ক বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ড কর, ও ক ত সংযুক্ত করিয়া ক বিন্দু দিয়া ক থ লম্ব টান। ক থ ও ত ছ উভয়কে বর্দ্ধিত করিলে থ বিন্দুতে ছিন্ন হইবে। পরে থ ত অক্ষদণ্ড বর্দ্ধিত করিয়া ছ থ-র সমান ছ গ ও ত প দুইটী অংশ ছেদ কর। প বিন্দু ক্ষেপণী ক্ষেত্রের অধিশ্রয় হইবে।

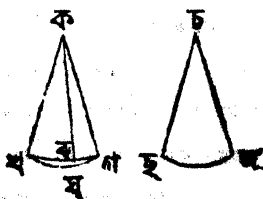
এইরূপে ত থ-র লম্ব স্বরূপ কতিপয় তলস্থ রেখা টান, যথা দ ন ফ, ব প ভ ইত্যাদি। অনন্তর প বিন্দু কেন্দ্র করিয়া গ ন ও গ প ব্যাসার্দ্ধ লইয়া বৃত্ত অঙ্কিত করিলে দ ন ফ ও ব প ভ তলস্থ রেখাকে দ, ফ ও ব, ভ

বিন্দুতে ছেদ করিবে। এই রূপে আর কতকগুলি তলস্থ

রেখা টানিয়া কতিপয় বৃত্ত অঙ্কিত করিলে যে ছেদ বিন্দুগুলি পাওয়া যাইবে, সেই সকল ছেদ বিন্দুগুলি দিয়া একটী বক্ররেখা উত্তমরূপে টানিলে ক্ষেপণী ক্ষেত্র উৎপন্ন হইবে।

একটা লোষ্ট্র ঊর্দ্ধে নিক্ষেপ করিলে তাহাতে যে বেগ প্রদত্ত হয়, সেই প্রভাবে তাহার কিয়ৎক্ষণ ঊর্দ্ধগতি হয়, অনন্তর বেগের পর্য্যাবসানে সে যখন ভূমিতে পড়ে তখন কিঞ্চিৎ বক্র হইয়া পতিত হয়। নিক্ষিপ্ত লোষ্ট্র যে পথ দিয়া উঠিয়া ভূমি সংলগ্ন হয়, সেই পথের আকারকে ক্ষেপণী কহে। পেক্ষণীর দুই বাহুর সীমা নাই।

৬৩টি প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

যদি দুই বৃত্তচ্ছেদকের ব্যাসার্দ্ধ ও কেন্দ্রস্থ কোণ পরস্পর সমান হয়, তাহা হইলে ঐ দুই বৃত্তচ্ছেদকও পরস্পর সমান হইবে।

মনে কর, ক খ গ ও চ ছ জ এই দুই সমান ব্যাসার্দ্ধ বিশিষ্ট বৃত্তচ্ছেদকের একের কেন্দ্রস্থ কোণ ক, অপরের কেন্দ্রস্থ কোণ চ-র সহিত সমান, ক খ গ বৃত্তচ্ছেদক, চ ছ জ বৃত্তচ্ছেদকের সমান হইবে।

এখন যদি ক খ গ বৃত্তচ্ছেদকের উপরে চ ছ জ বৃত্তচ্ছেদক এই রূপে উপনিহিত করা যায় যে, ছ চ রেখা,

খ ক রেখার উপর, এবং চ কোণ ক কোণের উপর পড়ে, তাহা হইলে ছ চ ও খ ক রেখা উভয়ে সমান বলিয়া মিলিয়া যাইবে, এবং চ কোণ ক কোণের সহিত সমান বলিয়া মিলিয়া যাইবে। তাহা হইলে কুটিল রেখা ছ জ কুটিল রেখা খ গ-র সহিত মিলিয়া যাইবে, অন্যথা, হয় তাহা ক খ গ বৃত্তচ্ছেদকের বাহিরে নচেৎ তাহার ভিতরে পড়িবে। কিন্তু প্রথমতঃ যদি ছ জ কুটিল রেখার সংস্থান খ গ কুটিল রেখার উপরে হয়, এবং শেষোক্ত রেখাকে ঝ বিন্দুতে ভেদ করিয়া ক ঘ একটী ব্যাসার্দ্ধ টানা যায়, তাহা হইলে দুই বৃত্তচ্ছেদকের ব্যাসার্দ্ধ সমান বলিয়া ক ঝ, ক ঘ-র সমান হইবে, কিন্তু প্রত্যক্ষই হইতেছে যে, তাহা অসম্ভব। অতএব ছ জ কুটিল রেখা বাহিরে পড়িবে না। এই রূপে আবার ছ জ রেখা খ গ-র ভিতরেও পড়িবে না তাহা অনায়াসে উপপন্ন করা যাইতে পারে। কাযেকাযেই উভয় কুটিল রেখা মিলিয়া যাইবে, এবং তাহা হইলে ঐ দুই বৃত্তচ্ছেদকও মিলিয়া যাইবে। সুতরাং দুই বৃত্তচ্ছেদক পরস্পর সমান হইল।

৬৪টি প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

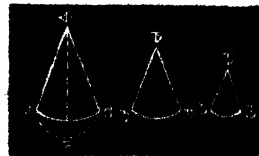
যদি সমান ব্যাসার্দ্ধবিশিষ্ট দুইটী বৃত্তচ্ছেদকের কেন্দ্রস্থ কোণের সম্মুখীন দুইটী কুটিল রেখা সমান হয়, তাহা হইলে কেন্দ্রস্থ কোণ দুইটীও পরস্পর সমান হইবে।

মনে কর, ক খ গ ও চ ছ জ (পূর্ব্ব প্রতিকৃতি দেখ) দুই সমান ব্যাসার্দ্ধ বিশিষ্ট বৃত্তচ্ছেদকের কুটিল রেখা খ গ,

কুটিল রেখা ছ জ-র সমান; খ ক গ কোণও ছ চ জ কোণের সমান হইবে। যদি না হয়, তবে অবশ্যই উহাদের মধ্যে অন্যতর বড় হইবে। মনে কর খ ক গ কোণ ছ চ জ কোণ অপেক্ষা বড়, অর্থাৎ খ ক গ কোণের অংশ ঝ ক গ কোণটী অধিক হইতেছে, তাহা হইলে খ ক ঝ কোণ, ছ চ জ কোণের সমান বলিয়া (৬৩টি প্রতিজ্ঞানুসারে) কুটিল রেখা ছ জ, কুটিল রেখা খ ঝ-র সমান, কিন্তু কুটিল রেখা ছ জ = খ গ, অতএব কুটিল রেখা খ ঝ = খ গ, কিন্তু স্পষ্টই দেখা যাইতেছে উহা অসঙ্গত। অতএব অন্যতর অপর অপেক্ষা বড় হইতে পারে না, অর্থাৎ উভয়ে সমান।

৬৫টি প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

সমান ব্যাসার্দ্ধবিশিষ্ট দুইটী বৃত্তচ্ছেদকের মধ্যে একের কেন্দ্রস্থ কোণ অপরের কেন্দ্রস্থ কোণের যত গুণ হইবে, সেই কোণের সম্মুখীন ধনু অপর কোণের সম্মুখীন ধনুরও তত গুণ হইবে।

মনে কর ট ঠ ড ও চ ছ জ দুইটী বৃত্তচ্ছেদক, ইহার মধ্যে ছ চ জ কোণ, ঠ ট ড কোণ অপেক্ষা অ গুণে বড়, তাহা হইলে ধনু ছ জ ধনু ঠ ড অপেক্ষা অ গুণে বড় হইবে। যদি ছ চ জ কোণ অ অংশে সমান ভাগ করা যায়, তাহা হইলে তাহার প্রত্যেক অংশ, ঠ ট ড কোণের সহিত সমান হইবে, এবং প্রত্যেক অংশের সম্মুখীন ধনুগুলি

প্রত্যেকে, ঠ ড-ধনুর সহিত সমান হইবে। কিন্তু সেই সকল ধনুগুলির সমষ্টি, ছ জ ধনুর সমান অর্থাৎ ছ জ ধনু = ধনু ঠ ড + ঠ ড + অ-বার ঠ ড, অর্থাৎ ধনু ছ জ = অ × ধনু ঠ ড। এস্থলে আরও দেখা যাইতেছে যে, বৃত্তচ্ছেদক ছ চ জ = অ × বৃত্তচ্ছেদক ঠ ট ড। অর্থাৎ,

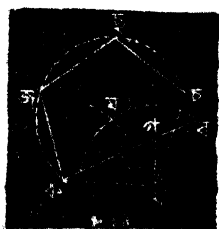
$$\frac{\angle ছ চ জ}{\angle ঠ ট ড} = \frac{ধনু\ ছ জ}{ধনু\ ঠ ড}$$, ইহাকে অনুপাতাকারে রাখিলে,

$\angle$ছ চ জ : $\angle$ঠ ট ড :: ধনু ছ জ : ধনু ঠ ড।

৬৬টি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

এক নির্দ্দিষ্ট রেখার উপর সমানবাহু এবং তুল্যকোণিক এক পঞ্চভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

ক খ নির্দ্দিষ্ট রেখা, ইহার উপর সমানবাহু ও তুল্য-কোণিক পঞ্চভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

খ হইতে ক খ রেখার অর্দ্ধেকের সমান খ গ লম্ব টান। ক ও গ সংযুক্ত করিয়া কগ রেখাকে ঘ পর্য্যন্ত প্রসারিত করিয়া গ ঘ-কে খ গ-র সমান কর। পরে ক ও খ-কে কেন্দ্র করিয়া খ হইতে ঘ পর্য্যন্ত ব্যাসার্দ্ধ লইয়া দুইটী বৃত্ত অঙ্কিত কর। ঐ দুই বৃত্তের পরস্পর সম্পাত বিন্দু ম-কে কেন্দ্র করিয়া পূর্ব্বোক্ত ব্যাসার্দ্ধ লইয়া বৃত্ত অঙ্কিত কর, পশ্চাৎ ক খ রেখার পরিমাণানুসারে কম্পাশ বিস্তার করিয়া ঐ বৃত্তপরিধিকে ক্রমশঃ পাঁচ বার ছেদ করিয়া,

ছেদবিন্দুগুলি সংযুক্ত করিলে ক খ রেখার উপর সমান-বাহু ও তুল্যকোণিক পঞ্চভুজ ক্ষেত্র হইবে।

৬৭টি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

ক খ এক নির্দ্দিষ্ট রেখার উপর সমানবাহু এবং তুল্য-কোণিক ষড়্‌ভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

ক ও খ বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া ক খ ব্যাসার্দ্ধ লইয়া দুইটী বৃত্ত অঙ্কিত কর, এই দুই বৃত্তের পরস্পর সম্পাত বিন্দু ম-কে কেন্দ্র করিয়া পূর্ব্বোক্ত ব্যাসার্দ্ধ লইয়া ক খ গ ঘ চ ছ বৃত্ত অঙ্কিত কর। ক খ নির্দ্দিষ্ট রেখার পরিমাণানুরূপ কম্পাস বিস্তার করিয়া, তাহা ঐ বৃত্তপরিধিতে ছয় বার প্রয়োগ করিয়া ছেদ বিন্দুগুলি সংযুক্ত করিলে, ক খ রেখার উপর সমানবাহু ও তুল্যকোণিক ষড়্‌ভুজ ক্ষেত্র নিষ্কাশিত হইবে।

৬৮টি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

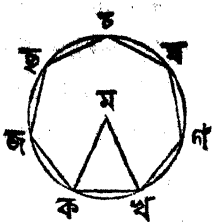
ক খ এক নির্দ্দিষ্ট রেখার উপর এক সমানবাহু ও তুল্য-কোণিক অষ্টভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

ক খ রেখার উপর ক ছ ও খ চ দুইটী লম্ব টান, ক খ রেখাকে উভয় পার্শ্বে বর্দ্ধিত কর এবং ঠ ক ছ ও ট খ চ কোণদ্বয়কে ক ঝ ও খ গ রেখা দ্বারা সমান ভাগে দ্বিখণ্ড কর,

এবং এই রেখাদ্বয়কে ক খ-র সমান কর। পরে ঝ ও গ হইতে ক ছ কিম্বা খ চ-র সমান্তরাল ঝ জ ও গ ঘ দুইটী রেখা টানিয়া উহাদিগকে ক খ-র সমান কর। অপর জ ও ঘ বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া ক খ ব্যাসার্দ্ধ লইয়া দুইটী বৃত্ত অঙ্কিত কর। এই দুই বৃত্ত ক ছ ও খ চ রেখাকে ছ ও চ এ দুই বিন্দুতে ছেদ করিতেছে, তথা হইতে ছ জ ও চ ঘ টান এবং ছ চ সংযুক্ত কর। ক খ গ ঘ চ ছ জ ঝ সমবাহু ও তুল্যকোণিক অষ্টভুজ ক্ষেত্র ক খ রেখার উপর অঙ্কিত হইল।

৬৯তি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

ক খ নির্দ্দিষ্ট রেখার উপর একটী বহভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে, যাহার বাহুগুলি ও কোণগুলি পরস্পর সমান হইবে।

ক খ রেখার উপর ক ম ও খ ম দুইটী রেখা এরূপে টান যে, খ ক ম ও ক খ ম কোণদ্বয় পরস্পর নিকাঙ্ক্ষ বহভুজের কোণের অর্দ্ধেকের সমান হয় (৭ম প্রতিজ্ঞা)। ক ম ও খ ম রেখাদ্বয়ের সংযোগ বিন্দু ম-কে কেন্দ্র করিয়া ম ক ব্যাসার্দ্ধ লইয়া একটী বৃত্ত অঙ্কিত কর। পরে ক খ রেখা বৃত্তপরিধিতে যত বার হয় প্রয়োগ করিয়া ছেদ বিন্দুগুলি সংযুক্ত

করিলে ক খ রেখার উপর বহুভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত হইবে, তাহার বাহুগুলি ও কোণগুলি পরস্পর সমান হইবে।

ক ম = খ ম, এজন্য ক ম খ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ; ইহার ম ক খ ও ম খ ক কোণদ্বয় পরস্পর সমান। অতএব ২ < ম ক খ + < ক ম খ কোণ = ১৮০°, ∴ ম ক খ কোণ = $\frac{১}{২}$ (১৮০° — ক ম খ কোণ); কিন্তু ক ম খ কোণ = ৩৬০° ÷ ৭ = ৫১$\frac{৩}{৭}$° ; ∴ ম ক খ কোণ = $\frac{১}{২}$ (১৮০° — ৫১$\frac{৩}{৭}$°) = ৬৪ $\frac{২}{৭}$°। সুতরাং সপ্তভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইলে ম ক ও ম খ রেখাদ্বয়কে এরূপে আঁকিতে হইবে যে, ক ও খ কোণ প্রত্যেকে ৬৪$\frac{২}{৭}$° হয়, অনন্তর ম বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া ম ক বা ম খ ব্যাসার্দ্ধ লইয়া একটী বৃত্ত অঙ্কিত কর, পরে ক খ রেখা বৃত্তপরিধিতে ঘুরিয়া আনিয়া ছেদ বিন্দুগুলি সংযুক্ত করিলে সপ্তভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত হইবে।

বহুভুজের ম মধ্যস্থ কোণ ও ম ক খ কোণের পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইলে, বহুভুজের বাহুর সংখ্যাদ্বারা ৩৬০°-কে ভাগ করিলে, ভাগফল মধ্যস্থ কোণের পরিমাণ হইবে। ঐ ভাগফল ১৮০° হইতে বিয়োগ করিলে বহুভুজের কোণের পরিমাণ হইবে ; এবং ঐ বিয়োগফলের অর্দ্ধেক লইলেই ম ক খ কোণের পরিমাণ হইবে। এই সঙ্কেতানুসারে নিম্নস্থ তালিকার ফলগুলি লব্ধ হইয়াছে।

বাহুর সংখ্যা	বহুভুজের নাম।	মধ্যস্থ ম কোণের মান।	বহুভুজের কোণের মান।	মকখ বা মখক কোণের পরিমাণ
৩	ত্রিভুজ বা ত্র্যস্র	১২০°	৬০°	৩০°
৪	চতুর্ভুজ বা চতুরস্র	৯০	৯০	৪৫
৫	পঞ্চভুজ	৭২	১০৮	৫৪
৬	ষড়ভুজ	৬০	১২০	৬০
৭	সপ্তভুজ	৫১$\frac{৩}{৭}$	১২৮$\frac{৪}{৭}$	৬৪$\frac{২}{৭}$
৮	অষ্টভুজ	৪৫	১৩৫	৬৭$\frac{১}{২}$
৯	নবভুজ	৪০	১৪০	৭০
১০	দশভুজ	৩৬	১৪৪	৭২
১১	একাদশভুজ	৩২$\frac{৮}{১১}$	১৪৭$\frac{৩}{১১}$	৭৩$\frac{৭}{১১}$
১২	দ্বাদশভুজ	৩০	১৫০	৭৫

৭০তি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

কোন নির্দ্দিষ্ট বৃত্তে সমানবাহু ও তুল্যকোণিক বহুভুজ ক্ষেত্র অন্তর্গত করিতে হইবে, অর্থাৎ বৃত্তপরিধিকে কোন নির্দ্দিষ্ট সংখ্যক অংশে বিভাগ করিতে হইবে।

বৃত্তের কেন্দ্র ম বিন্দুতে (পূর্ব্ব প্রতিকৃতি দেখ) ক ম খ এরূপ একটী কোণ অঙ্কিত কর যাহা বহুভুজের মধ্যস্থ কোণের সমান হয়। পরে ক খ সংযুক্ত কর, ক খ নিকাশ্য বহুভুজের একটী বাহু হইবে। ইহাকে বৃত্তপরিধিতে ক্রমশঃ প্রয়োগ করিলে বহুভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত হইবে।

৭১তি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

নির্দ্দিষ্ট বৃত্তোপরি সমানবাহু ও তুল্যকোণিক বহুভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

পূর্ব্বোক্ত প্রতিজ্ঞা দ্বারা বৃত্তপরিধিকে নির্দ্দিষ্ট অংশে বিভাগ কর; যথা ক, খ, গ, ঘ, চ। পরে বৃত্তের কেন্দ্র ম হইতে ম ক, ম খ, ম গ, ম ঘ, ও ম চ ব্যাসার্দ্ধ রেখাগুলি টান। অপর ক, খ ইত্যাদি বিন্দু দিয়া উক্ত ব্যাসার্দ্ধগুলির উপর লম্ব টানিলে নির্দ্দিষ্ট বৃত্তোপরি সমানবাহু ও তুল্য-কোণিক বহুভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত হইবে।

অনুমান ১। সরলরৈখিক ক্ষেত্রের অন্তরস্থ কোণ সকলের সমষ্টি ঐ ক্ষেত্রের বাহু সংখ্যার দ্বিগুণ চতুরূণ সমকোণ তুল্য হইবে।

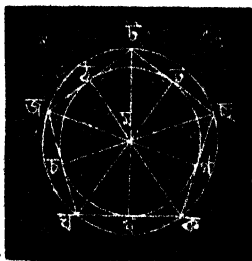
কারণ ক খ গ ঘ চ কোন সরলরৈখিক ক্ষেত্রের মধ্যে এক বিন্দু ম নির্দ্দেশ করিয়া, ক্ষেত্রের সমস্ত কোণচিহ্নের সহিত সংযুক্ত করিলে ক্ষেত্রের যত বাহু আছে তত ত্রিভুজ হইবে; এবং ১৯শ প্রতিজ্ঞানুসারে এই ত্রিভুজসমূহের সমস্ত কোণ ত্রিভুজ সংখ্যার দ্বিগুণ সমকোণ তুল্য; আর সেই কোণসমূহ ক্ষেত্রস্থ কোণ ও তদন্তর্গত ম বিন্দুস্থ কোণের যোগতুল্য। কিন্তু এই ম বিন্দু ত্রিভুজ সমূহের সাধারণ শৃঙ্গ; আর এই বিন্দুস্থ কোণ (১৫শ প্রতিজ্ঞার ২য় অনুমানানুসারে) চারি সমকোণ তুল্য; অতএব ক্ষেত্রের কোণসমূহে চারি সমকোণ যোগ করিলে উক্ত ত্রিভুজের সকল কোণের তুল্য হইবে, সুতরাং ক্ষেত্রের কোণ, তাহার বাহু সংখ্যার দ্বিগুণ চতুরূণ সমকোণ তুল্য।

২। সরলরৈখিক ক্ষেত্রের প্রত্যেক ভুজকে এক এক দিকে বর্দ্ধিত করিলে যত বহিঃস্থ কোণ জন্মে সকলগুলির সমষ্টি চারি সমকোণের তুল্য।

প্রত্যেক অন্তরস্থ কোণ যথা চ ছ ঝ, বহিঃস্থ যথা চ ছ জ, একত্র যোগে (১৪শ প্রতিজ্ঞানুসারে) দুই সমকোণ তুল্য; অতএব সকল অন্তরস্থ ও বহিঃস্থ কোণ একত্র যোগে ক্ষেত্রে যত বাহু আছে তাহার দ্বিগুণ সমকোণ তুল্য, অর্থাৎ সকল অন্তরস্থ কোণ + সকল বহিঃস্থ কোণ = সকল অন্তরস্থ কোণ + চারি সমকোণ; অতএব বহিঃস্থ কোণসমূহ চারি সমকোণ তুল্য।

৭২তি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

এক নির্দ্দিষ্ট সমানবাহু বহুভুজ ক্ষেত্রের কেন্দ্র নির্ণয় করিতে হইবে, অথবা ঐ বহুভুজ ক্ষেত্রের অন্তর্গত কিম্বা উহার উপরি নিষ্কাশিত বৃত্তের কেন্দ্র স্থির করিতে হইবে।

বহুভুজের কোন দুইটী বাহু সমান ভাগে দ্বিখণ্ড কর: যথা ক ঘ ও ক ছ, এবং খ, গ হইতে খ ম ও গ ম দুইটী লম্ব টানিয়া বর্দ্ধিত করিলে, উহাদের সম্পাত বিন্দু ম বহুভুজের অন্তর্গত ও উপরিস্থ বৃত্তের কেন্দ্র হইবে; অর্থাৎ ম খ অন্তর্গত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ও ম ক উপরিস্থ বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ।

ছ ক ঘ জ ট একটী সমানবাহু বহুভুজ ক্ষেত্র; ছ, ক, ঘ তিনটী বিন্দু দিয়া একটী বৃত্ত অঙ্কিত কর যাহার কেন্দ্র ম;

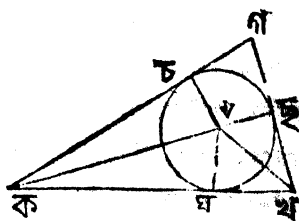
এবং খ ও গ, ক ঘ ও ক ছ জ্যার মধ্য স্থান। ম ছ ও ম জ সংযুক্ত কর, এইক্ষণে ছ ম খ ক চতুর্ভুজ ক্ষেত্র ম খ রেখাতে মুড়িয়া ফেলিলে উহা খ ম জ ঘ চতুর্ভুজের ঠিক উপর পড়িবে, কেননা ক খ = ঘ খ, ক ছ = ঘ জ এবং ঘ কোণ = ক কোণ; সুতরাং ক বিন্দু ঘ বিন্দুর উপর এবং ছ বিন্দু জ বিন্দুর উপর পড়িয়া ক ছ রেখা ঘ জ রেখার সহিত মিলিয়া যাইবে, এবং ম ছ রেখা ম জ রেখার সমান প্রতীত হইবে; তাহা হইলে বৃত্তটী বহুভুজের জ বিন্দু দিয়া যাইবে. এইরূপে ঐ বৃত্ত যে বহুভুজের কোণ ট, ছ, ক দিয়া যাইবে তাহাও উপপন্ন করা যাইতে পারে।

পুনশ্চ, ছ ক, ক ঘ, ঘ জ ইত্যাদি জ্যা গুলি পরস্পর সমান। অতএব ম গ, ম খ, ম চ ইত্যাদি লম্বগুলিও পরস্পর সমান, সুতরাং ম বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া উহাদের একটীকে ব্যাসার্দ্ধ করিয়া বৃত্ত টানিলে জ্যাদিগকে গ, খ, চ বিন্দুতে স্পর্শ করিবে, এবং সেই বৃত্ত বহুভুজের অন্তর্গত হইবে।

ছ ম ক, ক ম ঘ প্রভৃতি কোণগুলি প্রত্যেকে পরস্পর সমান, সেই জন্ত উহারা প্রত্যেকে বহুভুজের বাহুর সংখ্যা যত হইবে, ৩৬০ অংশের তত ভাগ হইবে। বৃত্তের ভিতরে বহুভুজ ক্ষেত্র আঁকিতে হইলে বহুভুজের যতগুলি বাহু হইবে, বৃত্তপরিধিকে তত অংশে ছেদ করিয়া ঐ ছেদ বিন্দুগুলি যথাক্রমে সংযুক্ত করিলে নিকাঙ্ক্ষ বহুভুজ অঙ্কিত হইবে। আর বৃত্তের বাহিরে বহুভুজ আঁকিতে হইলে ঐ ছেদ বিন্দু দিয়া স্পর্শ রেখা টানিলে নিকাঙ্ক্ষ বহুভুজ হইবে।

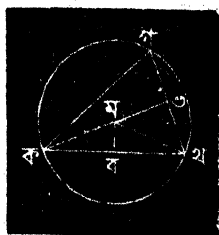
৭৩তি প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

এক নির্দ্দিষ্ট ত্রিভুজের ভিতরে একটী বৃত্ত অঙ্কিত করিতে হইবে।

ক খ গ নির্দ্দিষ্ট ত্রিভুজ, ইহার কোন দুইটী কোণ, যথা গ ক খ ও ক খ গ, ক ম ও খ ম দ্বারা সমান অংশে দ্বিখণ্ড কর। এই দুই রেখার সম্পাত বিন্দু ম নিষ্কাশ্য বৃত্তের কেন্দ্র হইবে। এই ম বিন্দু হইতে ক খ, খ গ ও গ ক রেখার উপর লম্ব টান, যথা ম ঘ, ম ছ ও ম চ। ক ম ঘ ও ক ম চ ত্রিভুজের ঘ ক ম কোণ চ ক ম কোণের সমান. ক ঘ ম ও ক চ ম প্রত্যেকে সমকোণ বলিয়া সমান, এবং ক ম দুইটী ত্রিভুজের সামান্য বাহু, অতএব ঐ দুইটী ত্রিভুজ সর্ব্বতোভাবে সমান, এবং চ ম = ঘ ম। ঐ কারণবশতঃ ঘ ম = ম ছ; অতএব ম ঘ, ম চ ও ম ছ এই তিনটী সরল রেখা পরস্পর সমান, সুতরাং ম বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া ঐ তিনের মধ্যে কোন রেখা ব্যাসার্দ্ধ লইয়া বৃত্ত অঙ্কিত করিলে, সে বৃত্ত ঐ তিন রেখার অগ্র দিয়া যাইবে. এবং ক খ, ক গ ও খ গ সরল রেখাকে স্পর্শ করিবে, কেননা ঘ, চ, ছ বিন্দুতে যে যে কোণ আছে প্রত্যেকে সমকোণ, এবং ব্যাসের অগ্র বিন্দু হইতে লম্ব টানিলে তাহা (৬৩ প্রতিজ্ঞানুসারে)

বৃত্তকে স্পর্শ করে। অতএব ক খ, ক গ ও খ গ সরল রেখা প্রত্যেকে বৃত্ত স্পর্শ করিতেছে, সুতরাং ঘ চ ছ বৃত্ত ক খ গ ত্রিভুজের ভিতরে অঙ্কিত হইল।

৭৪তি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

এক নির্দ্দিষ্ট ত্রিভুজকে বেষ্টন করিয়া একটী বৃত্ত অঙ্কিত করিতে হইবে, অর্থাৎ ত্রিভুজটী বৃত্তের অন্তর্গত হইবে।

ক খ গ নির্দ্দিষ্ট ত্রিভুজ, তাহার চতুষ্পার্শে বৃত্ত অঙ্কিত করিতে হইবে।

ক খ গ ত্রিভুজের কোন দুইটী ভুজ ক খ ও খ গ-কে ব এবং ভ বিন্দুতে সমান অংশে দ্বিখণ্ড কর, এবং এই দুই বিন্দু হইতে ক খ, খ গ রেখার উপর ব ম এবং ভ ম দুই লম্ব টান, ও ঐ দুই লম্বকে বৃদ্ধি করিলে যে বিন্দুতে সংলগ্ন হইবে, অর্থাৎ ম বিন্দু হইতে ম ক, ম খ, বা ম গ পর্য্যন্ত ব্যাসার্দ্ধ লইয়া বৃত্ত টানিলে তাহা ক, খ, গ বিন্দু দিয়া যাইবে, এবং ক খ গ ত্রিভুজোপরি অঙ্কিত হইবে।

ক ম ও খ ম সংযুক্ত কর। ক ব = ব খ, ম ব, ক ম ব ও খ ম ব ত্রিভুজের সামান্য বাহু এবং ক ব ম ও খ ব ম প্রত্যেকে সমকোণ বলিয়া সমান। ∴ প্রথম প্রতিজ্ঞানুসারে ক ম = খ ম। এই রূপে ম গ সংযুক্ত করিলে তাহা ম খ রেখার সমান প্রমাণ করা যাইতে পারে, অতএব ম ক, ম খ, ম গ প্রত্যেকে সমান। সুতরাং ম কেন্দ্র করিয়া

ইহাদের একটীকে ব্যাসার্দ্ধ লইয়া বৃত্ত অঙ্কিত করিলে তাহা ক, খ, গ বিন্দু দিয়া যাইবে।

৭৫তি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

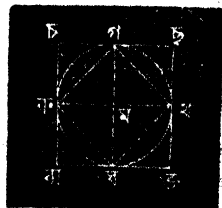
এক নির্দ্দিষ্ট সমচতুর্ভুজ ক্ষেত্রমধ্যে, কিম্বা সমচতুর্ভুজ ক্ষেত্রকে বেষ্টন করিয়া এক বৃত্ত অঙ্কিত করিতে হইবে।

ক খ গ ঘ এক নির্দ্দিষ্ট বর্গ ক্ষেত্র, ইহার মধ্যে কিম্বা ইহাকে বেষ্টন করিয়া বৃত্ত অঙ্কিত করিতে হইবে।

ক খ গ ঘ বর্গক্ষেত্রে, ক গ ও খ ঘ দুইটী কর্ণ রেখা টান, এই দুই রেখার সম্পাত বিন্দু ম বর্গক্ষেত্রের অন্তর্গত ও বহিঃস্থ বৃত্তের কেন্দ্র হইবে। ম কেন্দ্র করিয়া উহা হইতে বর্গ-ক্ষেত্রের কোন ভুজের লঘুতম দূরত্ব অর্থাৎ লম্বকে ব্যাসার্দ্ধ লইয়া বৃত্ত টানিলে ক খ, খ গ, গ ঘ, ঘ ক প্রত্যেক বাহু স্পর্শ করিবে, সুতরাং বর্গক্ষেত্রমধ্যে বৃত্ত অঙ্কিত হইবে; আর ম কেন্দ্র করিয়া উহা হইতে ক, খ, গ, ঘ এই চারিটীর কোন একটী কোণের দূরত্ব পরিমাণে ব্যাসার্দ্ধ লইয়া বৃত্ত আঁকিলে তাহা সকল কোণের অগ্র সংলগ্ন হইবে, অতএব সেই বৃত্ত ক খ গ ঘ সমচতুর্ভুজোপরি অঙ্কিত হইবে।

৭৬তি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

এক নির্দ্দিষ্ট বৃত্তমধ্যে কিম্বা বৃত্তোপরি সমচতুর্ভুজ কিম্বা অষ্টভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

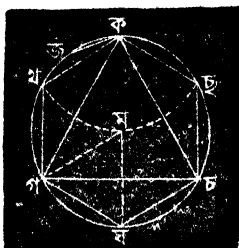
ক গ খ ঘ নির্দ্দিষ্ট বৃত্ত, ক খ, গ ঘ দুই ব্যাস পরস্পর লম্ব ভাবে টানিয়া ক গ, গ খ, খ ঘ, ঘ ক সংযুক্ত করিলে ঐ ক্ষেত্র সমচতুর্ভুজ ও ক গ খ ঘ বৃত্তের অন্তর্গত হইবে। অপর ক, গ, খ, ঘ বিন্দু দিয়া ঝ চ, চ ছ, ছ জ, জ ঝ বৃত্তস্পর্শক চারিটী সরল রেখা টান, তাহা হইলে ঐ ক্ষেত্র সমচতুর্ভুজ ও ক গ খ ঘ বৃত্তোপরি অঙ্কিত হইবে।

ক গ খ ঘ বৃত্তের চতুর্থাংশ, যেমন ক গ; ইহাকে দ্বিখণ্ড করিলে অষ্ট ভুজ ক্ষেত্রের বাহুর পরিমাণ প্রাপ্ত হওয়া যায়।

গ ক ম ও গ খ ম ত্রিভুজে, ক ম = খ ম, ম গ দুইটী ত্রিভুজের সামান্য বাহু এবং ক ম গ ও খ ম গ প্রত্যেকে সমকোণ বলিয়া পরস্পর সমান, অতএব ঐ দুইটী ত্রিভুজ সর্ব্বতোভাবে সমান। অপর, ক গ খ অর্দ্ধবৃত্ত এজন্য ক গ খ কোণ সমকোণ। ঐরূপে গ খ = খ ঘ = ঘ ক এবং গ খ ঘ ও খ ঘ ক কোণ প্রত্যেকে সমকোণ ইহাও উপপন্ন করা যাইতে পারে; সুতরাং ক ঘ খ গ সমচতুর্ভুজ।

৭৭তি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

এক নির্দ্দিষ্ট বৃত্ত মধ্যে সমবাহু ত্রিভুজ, ষড়ভুজ কিম্বা দ্বাদশ ভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

ক খ গ ঘ চ ছ বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ নিকাস্ত ষড়ভুজের বাহুর পরিমাণ, অতএব বৃত্তপরিধিতে কোন বিন্দু ক ক্ষেত্র

করিয়া তাহার ব্যাসার্দ্ধ পরিমিত দূরে খ ম ছ বৃত্তাংশ অঙ্কিত কর, পরে ক খ সংযুক্ত কর। ক খ নির্দ্দিষ্ট ষড়্ভুজের বাহুর পরিমাণ, ক খ রেখা বৃত্তপরিধিতে ছয় বার ক্রমশঃ ঘুরাইয়া ছেদ বিন্দু গুলি সংযুক্ত করিলে সমবাহু ষড়্ভুজ ক্ষেত্র বৃত্তমধ্যে অঙ্কিত হইবে। এবং ক বিন্দু হইতে ষড়্ভুজের প্রত্যেক দ্বিতীয় বাহুর সীমা সংযুক্ত করিলে সমবাহু ত্রিভুজ ক্ষেত্র বৃত্তমধ্যে অঙ্কিত হইবে। আর ক খ চাপ সমদ্বিখণ্ড করিয়া সংযুক্ত করিলে দ্বাদশ ভুজের বাহুর পরিমাণ হইবে।

যদি ক খ গ ঘ চ ছ বৃত্তের অন্তর্গত কোন ক্ষেত্রের কোণ দিয়া বৃত্তস্পর্শক টানা যায়, তাহা হইলে বৃত্তোপরিও সেই প্রকার ক্ষেত্র অঙ্কিত হইবে।

গ ঘ চ ছ ক খ নির্দ্দিষ্ট বৃত্তমধ্যে অঙ্কিত ষড়্ভুজ ক্ষেত্র; গ ও ঘ দুইটী বিন্দু হইতে কেন্দ্র পর্য্যন্ত রেখা টান। এইক্ষণে গ ম ঘ কোণ = ৩৬০° এর ⅙ = ৬০°, এবং ম গ = ম ঘ, ম গ ঘ কোণ ম ঘ গ কোণের সমান, আর ম গ ঘ ত্রিভুজের তিনটী কোণের সমষ্টি (১৯শ প্রতিজ্ঞানুসারে) দুই সমকোণ অর্থাৎ ১৮০° তুল্য, ইহাতে স্পষ্ট প্রতীয়মান হইতেছে যে, ম গ ঘ ও ম ঘ গ প্রত্যেকে ৬০°; অতএব গ ম ঘ ত্রিভুজ সমবাহুক। সুতরাং অন্তর্গত ষড়্ভুজের বাহুর পরিমাণ বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধের সমান।

অনুমান ১। কোন বৃত্তের ৬০ অংশের জ্যা ও ব্যাসার্দ্ধ পরস্পর সমান।

অনুমান ২। সমবাহু বহুভুজ ক্ষেত্রের কোণগুলিও পরস্পর সমান। যথা গ ঘ চ কোণ ঘ চ ছ কোণের সমান।

৭৮তি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

এক নির্দ্দিষ্ট বৃত্তে সমবাহু এবং তুল্যকোণিক পঞ্চভুজ কিম্বা দশভুজ ক্ষেত্র অন্তর্গত করিতে হইবে।

গ জ, ক ঘ দুই ব্যাস পরস্পর লম্বভাবে টান, এবং ম জ ব্যাসার্দ্ধকে চ বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ড কর। পরে চ কেন্দ্র করিয়া চ ক ব্যাসার্দ্ধ লইয়া ছ ক বৃত্তাংশ অঙ্কিত কর, এবং ক কেন্দ্র করিয়া ক ছ ব্যাসার্দ্ধ লইয়া ছ খ বৃত্তাংশ অঙ্কিত কর। ক খ পরিধির পঞ্চমাংশ। কম্পাস ক খ পরিমিত বিস্তার করিয়া বৃত্ত-পরিধিতে পাঁচবার ঘুরাইয়া আনিয়া ছেদ বিন্দুগুলি সংযুক্ত করিলে বৃত্তমধ্যে সমবাহু পঞ্চভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত হইবে। অপর, ক খ চাপ ট বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ড করিয়া ক ট সংযুক্ত কর; ক ট দশভুজের বাহুর পরিমাণ।

যদি ক খ গ ঘ ঙ বৃত্তে অন্তর্গত পঞ্চভুজ বা ষড়ভুজের কোণ দিয়া বৃত্তস্পর্শক টানা যায়, তাহা হইলে বৃত্তোপরি উক্ত প্রকার ক্ষেত্র অঙ্কিত হইবে।

প্রকারান্তর। নির্দ্দিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধকে এমত রূপে ভাগ

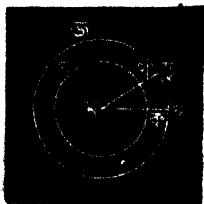
কর যে, সমুদায় এবং একাংশের আয়ত দ্বিতীয়াংশের সমচতুর্ভুজ তুল্য হয়। পরে বৃত্তপরিধির কোন এক নির্দ্দিষ্ট বিন্দুর প্রত্যেক দিকে ঐ বৃহত্তর খণ্ডের সদৃশ রেখা বৃত্তে স্থাপিত কর, তাহাতে যে দুই চাপ উৎপন্ন হইবে তাহারা প্রত্যেকে পরিধির দশমাংশ তুল্য হইবে। সুতরাং এই দুই চাপ একত্র যোগে পরিধির পঞ্চমাংশ হইবে, এবং সে চাপের সম্মুখীন সরল রেখা নিষ্কাশন করিলে, তাহা বৃত্তান্তর্গত সমবাহুক পঞ্চভুজের বাহু হইবে।

এই উপপত্তি ৮০তি প্রতিজ্ঞার পর পাঠ করিতে হইবে।

৭৯তি প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

বৃত্তদ্বয়ের মধ্যে একটীর পরিধি অপরটীর পরিধির যত গুণ হইবে, প্রথমোক্ত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ বা ব্যাস শেষোক্ত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ বা ব্যাসের তত গুণ হইবে।

ক খ গ ও চ ছ জ দুই বৃত্ত, ইহাদের সাধারণ কেন্দ্র ম।

এইক্ষণে যদি ক খ গ পরিধি কতকগুলি ক্ষুদ্র অংশে বিভাজিত হয়, যথা ক খ, তাহা হইলে ম খ ও ম ক সংযুক্ত করিয়া ছ, চ পর্য্যন্ত বর্দ্ধিত করিলে প্রতীয়মান হইবে যে, ক খ, ক খ গ পরিধির যে অংশ, চ ছ ও চ ছ জ পরিধির সেই অংশ, অর্থাৎ ক খ গ যদি ক খ অপেক্ষা অ গুণ বৃহৎ হয়; তাহা হইলে চ ছ জ ও চ ছ অপেক্ষা অ গুণ বৃহৎ হইবে। এক্ষণে ক ম খ ও চ ম ছ দুইটী সদৃশ ত্রিভুজ, অতএব ক খ : চ ছ : : ম ক : ম চ, কিম্বা অ ×

ক খ : অ × চ ছ : : ম ক : ম চ; কিন্তু ক খ গ পরিধিতে ক খ অংশ যত বার আছে, তাহা ক খ দ্বারা গুণ করিলে সমুদায় ক গ পরিধির তুল্য হইবে; এবং চ ছ অংশ চ ছ জ পরিধিতে যত বার আছে, তাহা চ ছ দ্বারা গুণ করিলে সমুদায় চ জ পরিধির তুল্য হইবে, অতএব ক খ গ পরিধি : চ ছ জ পরিধি : : ম ক : ম চ।

পুনশ্চ, ক ম খ-র ক্ষেত্রফল = ক খ × ½ ক ম, এইক্ষণে ক ম খ ছেদক সমুদায় বৃত্ত অপেক্ষা ও ক খ ধনু সমুদায় পরিধি অপেক্ষা যত গুণ বড় তাহা যদি অ অক্ষর দ্বারা নির্দ্দেশ করা যায়, তাহা হইলে অ × ক ম খ-র ক্ষেত্রফল = অ × ক খ × ½ ক ম, অর্থাৎ ক খ গ বৃত্তের ক্ষেত্রফল = ক খ গ পরিধি × ½ ক ম।

অনুমান। বৃত্তের ব্যাস একক হইলে যদি তাহার পরিধি ন-সংখ্যক একক বিশিষ্ট হয়, তাহা হইলে "বৃত্তদ্বয়ের মধ্যে একটীর পরিধি অপরটীর পরিধির যত গুণ হইবে, প্রথমোক্ত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ বা ব্যাসের তত গুণ হইবে" এই সূত্র স্মরণ করিয়া

ন : ক খ গ পরিধি : : ১ : ২ ক ম;

∴ ক খ গ পরিধি = ২ ন × ক ম; এবং প্রস্তাবিত উপপাদ্য হইতে ক খ গ-র ক্ষেত্রফল = ক খ গ পরিধি × ½ ক ম = ২ ন × ক ম × ½ ক ম = ন × ক ম²। এই সমীকরণে ন রাশির পরিমাণ সর্ব্বত্র সমান থাকিবে। অতএব বৃত্তদ্বয়ের মধ্যে একটীর ক্ষেত্রফল তাহার ব্যাসার্দ্ধের

বর্গের যত গুণ, অপরটীরও ক্ষেত্রফল তাহার ব্যাসার্দ্ধের বর্গের তত গুণ হইবে।

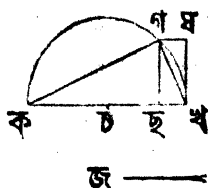
বৃত্তের ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইলে, ন রাশির পরিমাণ অগ্রে স্থির করা কর্ত্তব্য। ইহা পুস্তকান্তরে স্থিরীকৃত হইবে।

নানা বিষয়িণী সম্পাদ্য ও উপপাদ্য।

৮০তি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

ক খ এক নির্দ্দিষ্ট সরল রেখা, ইহাকে এমত দুই অংশে বিভক্ত করিতে হইবে যে, ঐ দুই অংশের আয়ত জ* অপর এক নির্দ্দিষ্ট রেখার সমচতুর্ভুজ তুল্য হয়।

ক খ রেখা চ বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ড কর, চ বিন্দু কেন্দ্র করিয়া চ ক ব্যাসার্দ্ধ লইয়া একটী বৃত্তার্দ্ধ অঙ্কিত কর।

পরে খ বিন্দু দিয়া জ রেখার সমান খ ঘ লম্ব টান, ও ঘ বিন্দু দিয়া ঘ গ, ক খ-র সমান্তরাল টান; ঘ গ রেখা বৃত্তকে গ বিন্দুতে ছেদন করিতেছে; অপর গ ছ, ঘ খ-র সমান্তরাল টান। ক খ রেখা ছ বিন্দুতে এমত রূপে বিভক্ত হইল যে ক ছ ছ খ আয়ত জ রেখার সমচতুর্ভুজ তুল্য।

---

* জ রেখা ক খ রেখার অর্দ্ধেকের বেশী যেন না হয়।

ক গ খ, গ ছ ক কোণ প্রত্যেকে সমকোণ বলিয়া পরস্পর সমান, এবং ক বিন্দুস্থ কোণ গ ক খ ও গ ক ছ দুই ত্রিভুজের সামান্য কোণ, একারণ অবশিষ্ট গ খ ক এবং ক গ ছ কোণও পরস্পর সমান। অতএব গ ক খ, গ ক ছ দুই ত্রিভুজ তুল্যকোণিক, সুতরাং তাহাদের সমান সমান কোণের পার্শ্বস্থ বাহুও অনুপাতীয় ও সদৃশ। এই রূপে গ ছ খ ত্রিভুজ গ ক খ ত্রিভুজের সমানকোণিক ও সদৃশ উপপন্ন হইতে পারে। অপর, গ ক ছ, গ খ ছ দুই ত্রিভুজ প্রত্যেকে গ ক খ ত্রিভুজের তুল্যকোণিক ও সদৃশ হওয়াতে, তাহারা সকলেই পরস্পর তুল্যকোণিক ও সদৃশ।

অতএব ক ছ : ছ গ : : ছ গ : ছ খ, ∴ ক ছ × ছ খ = ছ গ²।

অনুমান। এই স্থলে স্পষ্ট প্রতীয়মান হইতেছে যে, সমকোণিক ত্রিভুজের সমকোণ হইতে ভূমির উপর লম্বপাত করিলে, সেই লম্ব ভূমির দুই খণ্ডের মধ্য অনুপাতীয় হয়, এবং ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহু ভূমির এবং সেই বাহুর সংলগ্ন ভূমিখণ্ডের মধ্য অনুপাতীয়, কেননা ক ছ গ, ও গ ছ খ ত্রিভুজে,

ক ছ : ছ গ : : ছ গ : ছ খ, এবং গ ক খ ও ক ছ গ ত্রিভুজে, ক খ : ক গ : : ক গ : ক ছ, এবং গ ক খ ও গ খ ছ ত্রিভুজে, ক খ : খ গ : : খ গ : খ ছ।

৮১তি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

ক খ গ ঘ ঙ নির্দ্দিষ্ট সরল রৈখিক ক্ষেত্রের সদৃশ অপর একটী সরল রৈখিক ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

কোন একটী কোণ ক হইতে অপর কোন কোণ পর্য্যন্ত কর্ণ রেখা টান; যথা ক গ, ক ঘ। পরে ক খ হইতে

নিষ্কাশ্য ক্ষেত্রের কোন বাহুর সমান ক চ এক অংশ ছেদ কর। এবং চ বিন্দু দিয়া খ গ-র সমান্তরাল চ ছ টান, ও ছ বিন্দু দিয়া গ ঘ-র সমান্তরাল ছ জ টান, এবং জ বিন্দু দিয়া ঘ ঙ-র সমান্তরাল জ ঝ টান। ক চ ছ জ ঝ, ক খ গ ঘ ঙ-র সদৃশ ক্ষেত্র অঙ্কিত হইল।

১৮শ প্রতিজ্ঞানুসারে ক ছ চ কোণ = ক গ খ কোণ, এবং ক ছ জ কোণ = ক গ ঘ কোণ; ইহাদের সমষ্টি করিলে চ ছ জ কোণ খ গ ঘ কোণের সমান। এরূপে ছ জ ঝ কোণ গ ঘ ঙ কোণের সমান, ইত্যাদি। সুতরাং ক চ ছ জ ঝ ও ক খ গ ঘ ঙ ক্ষেত্রগুলি তুল্যকোণিক। অপর, ক চ ছ ও ক খ গ সদৃশ ত্রিভুজে ক ছ : ক গ :: চ ছ : খ গ, এবং ক ছ : ক গ :: ছ জ : গ ঘ; অতএব চ ছ : খ গ :: ছ জ : গ ঘ; এরূপে ছ জ : জ ঝ :: গ ঘ : ঘ ঙ, ইত্যাদি। অতএব সমান কোণসংলগ্ন বাহুগুলি সমানুপাতিক, সুতরাং ক্ষেত্রগুলি সদৃশ।

যে যে বহুভুজ ক্ষেত্র সদৃশ, তাহারা সমশীল বাহুর দ্বিঘাত পরিমাণে পরস্পর অনুপাতীয়।

$$\text{কারণ, } \frac{\text{ক্ষেত্রফল ক জ ঝ}}{\text{ক্ষেত্রফল ক ঘ ঙ}} = \frac{\text{ক জ}^2}{\text{ক ঘ}^2} = \frac{\text{ক ছ}^2}{\text{ক গ}^2} = \frac{\text{ক চ}^2}{\text{ক খ}^2},$$

$$\therefore \frac{\text{ক্ষেত্রফল ক জ ঝ}}{\text{ক চ}^2} = \frac{\text{ক্ষেত্রফল ক ঘ ঙ}}{\text{ক খ}^2} \text{। এই রূপে,}$$

$$\frac{\text{ক্ষেত্রফল ক ছ জ}}{\text{ক চ}^2} = \frac{\text{ক্ষেত্রফল ক গ ঘ}}{\text{ক খ}^2}, \text{ ও}$$

$\frac{\text{ক্ষেত্রফল ক চ ছ}}{\text{ক চ}^2} = \frac{\text{ক্ষেত্রফল ক খ গ}}{\text{ক খ}^2}$। সমষ্টি করিলে,

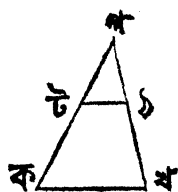
$\frac{\text{ক্ষেত্রফল ক চ ছ ঝ}}{\text{ক চ}^2} = \frac{\text{ক্ষেত্রফল ক খ গ ঙ}}{\text{ক খ}^2}$;

$\frac{\text{ক্ষেত্রফল ক চ ছ ঝ}}{\text{ক্ষেত্রফল ক খ গ ঙ}} = \frac{\text{ক চ}^2}{\text{ক খ}^2}$।

অনুমান। যে যে বহুভুজ ক্ষেত্র পরস্পর সদৃশ, তাহারা সমান সংখ্যক সদৃশ ত্রিভুজ ক্ষেত্রে বিভক্ত হইতে পারে, এবং সে সকল ত্রিভুজের বহুভুজ ক্ষেত্রের ন্যায় পরস্পর নিষ্পত্তি সম্বন্ধ, এবং সবর্গীয় বাহুর পরস্পর যে নিষ্পত্তি, ঐ বহুভুজ ক্ষেত্রের পরস্পর সম্বন্ধে তাহার দ্বিঘাত পরিমাণে নিষ্পত্তি।

৮২তি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

গ ঠ ও গ ট দুইটী নির্দ্দিষ্ট ঋজু রেখার তৃতীয় অনুপাতীয় নির্দ্দেশ করিতে হইবে।

গ ঠ ও গ ট দুইটী রেখাকে এরূপে স্থাপন কর যে, তাহাদের সংযোগে কোণ উৎপত্তি হয়, পরে গ ঠ ও গ ট রেখাদ্বয়কে খ ও ক পর্য্যন্ত প্রসারিত করিয়া, ঠ খ সরল রেখাকে গ ট-র সমান কর; এবং ঠ, ট সংযুক্ত করিয়া খ বিন্দু দিয়া উহার সমান্তরাল খ ক টান। গ খ ক ত্রিভুজের খ ক বাহু ঠ ট বাহুর সমান্তরাল, এইজন্য (৪৭শ প্রতিজ্ঞানুসারে) গ ঠ : ঠ খ :: গ ট : ট ক; কিন্তু ঠ খ = গ ট, অতএব গ ঠ : গ ট :: গ ট : ট ক, সুতরাং গ ঠ ও গ ট দুইটী নির্দ্দিষ্ট ঋজু রেখার ট ক তৃতীয় অনুপাতীয় নির্দ্দিষ্ট হইল।

৮৩তি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

চ, ছ, জ তিনটী নির্দ্দিষ্ট ঋজু রেখার চতুর্থ অনুপাতীয় নির্দ্দেশ করিতে হইবে।

চ ও জ দুইটী ঋজু রেখার (পূর্ব্ব প্রতিকৃতি দেখ) তুল্য অপর দুইটী ঋজু রেখা গ ঠ ও গ ট এরূপে সংস্থাপিত কর যে, তাহাদের সংযোগে কোণ উৎপত্তি হয়; পরে গ ট ও গ ঠ রেখাকে ক ও খ পর্য্যন্ত প্রসারিত করিয়া ঠ খ রেখাকে ছ-র সমান কর; এবং ঠ ট সংযুক্ত করিয়া খ বিন্দু দিয়া উহার সমান্তরাল খ ক নিষ্কাশন কর। অনন্তর গ খ ক ত্রিভুজের খ ক বাহুর সমান্তরাল ঠ ট, এজন্য গ ঠ : ঠ খ :: গ ট : ট ক, কিন্তু গ ঠ = চ, ঠ খ = ছ এবং গ ট = জ, একারণ চ : ছ :: জ : ট ক। অতএব চ, ছ, জ তিনটী নির্দ্দিষ্ট ঋজু রেখার চতুর্থ অনুপাতীয় ট ক নির্ণীত হইল।

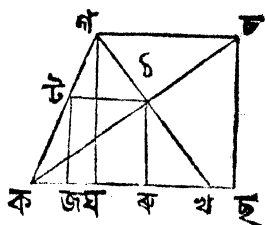
৮৪তি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

ক ছ ও ছ খ দুইটী (৮০ তি প্রতিজ্ঞার প্রতিকৃতি দেখ) নির্দ্দিষ্ট ঋজু রেখার মধ্য অনুপাতীয় নির্দ্দেশ করিতে হইবে।

ক ছ, ছ খ এক সরল রেখাস্থ করিয়া ক খ ঋজু রেখার উপর ক গ খ সামিবৃত্ত নিষ্কাশন কর, এবং ছ বিন্দু হইতে ক খ রেখার লম্ব ছ গ টানিয়া ক, গ ও খ, গ সংযুক্ত কর। ক গ খ কোণ সামিবৃত্তস্থ এই বলিয়া সমকোণ, সুতরাং ৮০তি প্রতিজ্ঞানুসারে ছ গ ঋজু রেখা ক ছ ও ছ খ দুই খণ্ডের মধ্য অনুপাতীয়; অতএব ক ছ, ছ খ দুই ঋজু রেখার মধ্য অনুপাতীয় ছ গ নির্ণীত হইল।

৮৫তি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

ক গ খ একটী নির্দ্দিষ্ট ত্রিভুজের ভিতরে একটী বর্গক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

ক খ রেখার উপর শীর্ষকোণ হইতে গ ঘ লম্ব টান, এবং গ বিন্দু দিয়া গ চ, ক খ রেখার সমান্তরাল টান। পরে গ চ রেখাকে গ ঘ রেখার সমান কর, এবং চ, ক সংযুক্ত কর। ক চ রেখা গ খ রেখাকে ঠ বিন্দুতে ছেদ করিতেছে। এই ছেদবিন্দু বর্গক্ষেত্রের কোণ হইবে।

ঠ বিন্দু দিয়া ঠ ঝ লম্ব টান, ও ঐ বিন্দু দিয়া ঠ ট, ক খ রেখার সমান্তরাল টান, ঠ ট, ক গ-কে ট বিন্দুতে ছেদ করিতেছে। পরে ট জ, ঠ ঝ-র সমান্তরাল টান, ট ঠ ঝ জ চতুর্ভুজটী ক গ খ ত্রিভুজের ভিতরে অঙ্কিত হইল।

ক ট ঠ ও ক গ চ ত্রিভুজ দুইটী সদৃশ; সুতরাং $\frac{\text{ক গ}}{\text{ক ট}} = \frac{\text{গ চ}}{\text{ট ঠ}}$; কিন্তু ক ট জ ও ক গ ঘ দুইটী ত্রিভুজও সদৃশ, সুতরাং $\frac{\text{ক গ}}{\text{ক ট}} = \frac{\text{গ ঘ}}{\text{ট জ}}$; এবং যে দুই বস্তু প্রত্যেকে এক বস্তুর সমান তাহারা পরস্পর সমান, অতএব $\frac{\text{গ চ}}{\text{ট ঠ}} = \frac{\text{গ ঘ}}{\text{ট জ}}$; কিন্তু গ চ ও গ ঘ সমান কল্পনা করা গিয়াছে; সুতরাং ট ঠ = ট জ, কিন্তু ট জ = ঠ ঝ, তন্নিমিত্ত ট ঠ,

ঠ ঋ, ঋ জ ও ট জ চারিটী বাহু পরস্পর সমান ও ঠ ঋ জ কোণ সমকোণ; সুতরাং ট ঠ ঋ জ বর্গ ক্ষেত্র, এবং ইহা ক গ খ ত্রিভুজের ভিতরে অঙ্কিত হইয়াছে।

৮৬তি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

দুইটী নির্দ্দিষ্ট বর্গক্ষেত্রের সমষ্টির সমান একটী বর্গক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

ঢ ক খ ণ ও খ গ ড ঠ দুইটী বর্গক্ষেত্র (৩৫শ প্রতিজ্ঞার প্রতিকৃতি দেখ); ইহার সমষ্টির সমান আর একটী বর্গ-ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

ক খ, গ খ দুইটী রেখাকে খ স্থানে সমকোণ করিয়া লও। পরে ক, গ সংযুক্ত করিয়া ক গ-র উপর ক ঋ ট গ বর্গক্ষেত্র অঙ্কিত কর। ৩৫শ প্রতিজ্ঞানুসারে ক ঋ ট গ বর্গক্ষেত্র ঢ ক খ ণ ও খ গ ড ঠ দুইটীবর্গক্ষেত্রের যোগতুল্য।

৮৭তি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

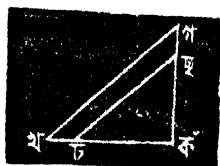
দুইটী নির্দ্দিষ্ট বর্গক্ষেত্রের বিয়োগ ফলের সমান অপর একটী বর্গক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

ঢ ক খ ণ ও ক ঋ ট গ দুইটী বর্গক্ষেত্র, ক ঋ ট গ বড় বর্গক্ষেত্রটীর কোন বাহু ক গ-কে ব্যাস করিয়া একটী বৃত্ত অঙ্কিত কর। পরে ঢ ক খ ণ বর্গ ক্ষেত্রের ক খ বাহু বৃত্তাংশে প্রয়োগ করিয়া ছেদবিন্দু খ হইতে গ পর্য্যন্ত রেখা টান। ক খ গ সমকোণিক ত্রিভুজ, কারণ (৫৫শ প্রতিজ্ঞার ২য় অনুমানানুসারে) অর্দ্ধবৃত্তস্থ কোণ সমকোণ। সুতরাং খ গ রেখার উপর অঙ্কিত খ গ ড ঠ বর্গক্ষেত্র

চ ক খ ণ ও ক ঝ ট গ বর্গক্ষেত্রের অন্তরের সমান। (৩৫শ প্রতিজ্ঞার প্রতিকৃতি দেখ)।

৮৮তি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

কতিপয় বর্গক্ষেত্রের সমষ্টির সমান একটী বর্গক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

ক খ, ক গ দুইটী অসীম রেখাকে ক স্থানে সমকোণ করিয়া অঙ্কিত কর। ক খ হইতে নির্দ্দিষ্ট অন্যতর বর্গের একটী ভুজতুল্য এক ভাগ ক চ কাটিয়া লও। ক গ হইতেও এক নির্দ্দিষ্ট অপর বর্গের ভুজ তুল্য একটী অংশ ছেদ কর; যথা ক ছ। চ, ছ ছেদ বিন্দুদ্বয় সংযুক্ত কর। চ ছ-র বর্গ, ক চ ও ক ছ-র বর্গের সমষ্টির সমান। পুনশ্চ, ক খ হইতে চ ছ-র তুল্য এক অংশ ছেদ কর, যথা ক খ। পরে ক গ হইতে তৃতীয় বর্গের ভুজ তুল্য একটী অংশ ছেদ কর, যথা ক গ। খ, গ সংযুক্ত কর, এইক্ষণে খ গ-র বর্গ নির্দ্দিষ্ট তিনটী বর্গের সমান। এই রূপে ৪, ৫ ও ততোধিক বর্গের সমষ্টিতুল্য বর্গক্ষেত্র অঙ্কিত হইতে পারে।

অতিরিক্ত প্রতিজ্ঞা।

১। ভূমি ও ভূমিসংলগ্ন একটী কোণ এবং ভূমির উপর পতিত লম্বের পরিমাণ নির্দ্দিষ্ট থাকিলে, ত্রিভুজ কিরূপে অঙ্কিত করিতে হইবে।

২। এমত একটী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ অঙ্কিত কর, যাহার প্রত্যেক ভুজ ভূমির দ্বিগুণ হইবে।

৩। কোন সমদ্বিবাহু ত্র্যস্রের ভূমি এবং শীর্ষকোণের পরিমাণ পরিজ্ঞাত থাকিলে ঐ ত্রিভুজ কিরূপে অঙ্কিত করিতে হইবে।

৪। একটী অসীম সরল রেখায় এমত একটী বিন্দু নির্দ্দেশ কর, যাহা দুইটী নির্দ্দিষ্ট বিন্দু হইতে সমদূর হইবে।

৫। এমত একটী সমকোণিক ত্রিভুজ অঙ্কিত কর, যাহার কর্ণ রেখা ভূমির দ্বিগুণ হইবে।

৬। কোন নির্দ্দিষ্ট সরল রেখাকে কর্ণ রেখার স্বরূপ করিয়া একটী বর্গ ক্ষেত্র অঙ্কিত কর।

৭। কোন আয়ত ক্ষেত্রের কর্ণ ও একটী বাহুর পরিমাণ জানা আছে ঐ ক্ষেত্র কিরূপে অঙ্কিত করিতে হইবে।

৮। কোন ত্রিভুজের শীর্ষ কোণ হইতে রেখা পাত করিয়া ঐ ত্রিভুজকে দুই সমান ভাগে বিভক্ত কর।

৯। কোন সমকোণিক ত্রিভুজের ভূমি এবং তাহার অপর দুই ভুজের সমষ্টি জ্ঞাত আছে, ত্রিভুজ অঙ্কিত কর।

১০। কোন সমকোণিক ত্রিভুজের ভূমি এবং তাহার অপর দুই ভুজের অন্তর জানা আছে, ত্রিভুজ অঙ্কিত কর।

১১। যদি সমকোণিক ত্রিভুজের কোন ভুজকে সমান দুই খণ্ডে বিভক্ত করিয়া কর্ণের উপর লম্ব পাত করা যায়, তবে কর্ণের খণ্ডদ্বয়ের বর্গের অন্তর অপর ভুজটীর বর্গের তুল্য হইবে।

১২। সমকোণিক ত্রিভুজের ভুজদ্বয়ের উপর অঙ্কিত সমবাহু ত্রিভুজ দুইটী একত্র যোগে কর্ণের উপর অঙ্কিত সমবাহু ত্রিভুজের তুল্য হইবে।

১৩। সমকোণিক ত্রিভুজে সমকোণ হইতে কর্ণের মধ্য বিন্দু পর্যন্ত রেখা টানিলে ঐ রেখা কর্ণের অর্দ্ধাংশ তুল্য হইবে।

১৪। কোন নির্দ্দিষ্ট সরল রেখাকে এমত রূপে বিভাজিত কর যে, তাহার দুই খণ্ডের আয়ত কোন নির্দ্দিষ্ট আয়তের তুল্য হইবে।

১৫। এমত একটী বর্গ ক্ষেত্র অঙ্কিত কর, যাহা অন্য দুই বর্গ ক্ষেত্রের তুল্য হইবে।

১৬। এক নির্দ্দিষ্ট সরল রেখাকে এমত দুই অংশে বিভক্ত করিতে হইবে যে, তাহাদের আয়ত তাহাদের অন্তরেব চতুর্ভুজ তুল্য হয়।

১৭। এমত একটী সমকোণিক সমান্তরাল ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে, যাহা এক নির্দ্দিষ্ট সমচতুর্ভুজের সমান হয়, এবং যাহার দুই সংলগ্ন বাহুর অন্তর এক নির্দ্দিষ্ট রেখার তুল্য হয়।

১৮। এমত একটী ত্রিভুজ অঙ্কিত করিতে হইবে যাহা তত্তুল্য উন্নত এবং সমানবাহু ও তুল্যকোণিক পঞ্চভুজ ক্ষেত্রের সমান হয়।

১৯। এক নির্দ্দিষ্ট সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান এক

সমবাহু ত্রিভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

২০। এক নির্দ্দিষ্ট সামিবৃত্তমধ্যে সমচতুর্ভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

২১। কোন নির্দ্দিষ্ট বৃত্তের মধ্যে এক নির্দ্দিষ্ট সরল রৈখিক ক্ষেত্রের সমান এক তুল্যকোণিক সমান্তরাল ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

২২। একটী নির্দ্দিষ্ট সমানবাহু ও তুল্যকোণিক পঞ্চ ভুজ ক্ষেত্রের মধ্যে সমচতুর্ভুজ অঙ্কিত করিতে হইবে।

২৩। একটী নির্দ্দিষ্ট বৃত্তের স্পর্শনী টানিতে হইবে, যাহা কোন নির্দ্দিষ্ট সরল রেখার সমান্তরাল হয়।

২৪। কোন সমবাহু ত্রিভুজের ভিতরে এবং বাহিরে দুইটী বৃত্ত অঙ্কিত করিলে, অন্তর্গত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ বহির্গত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধের অর্দ্ধেকের সমান হইবে।

২৫। একটী সরল রৈখিক কোণকে ২, ৪, ৮, ১৬ প্রভৃতি সমান খণ্ডে ভাগ কর।

২৬। একটী নির্দ্দিষ্ট বিন্দু দিয়া এমত একটী রেখা টান, যাহা একটী নির্দ্দিষ্ট সরল রেখার সহিত সংযুক্ত হইলে ৪৫° পরিমিত একটী কোণ উৎপন্ন হয়।

২৭। সমকোণকে ত্রিখণ্ড অর্থাৎ তিন সমান সমান ভাগে বিভক্ত কর।

২৮। একটী নির্দ্দিষ্ট বিন্দু দিয়া রেখা টানিয়া একটী সমান্তরাল ক্ষেত্রকে সমান দুই খণ্ডে বিভক্ত কর।

২৯। একটী সমকোণিক সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের মধ্যে বর্গক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

৩০। বর্গক্ষেত্রের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান অংশে দ্বিখণ্ডিত হইয়া লম্বভাবে অবস্থিতি করে ও তদ্দ্বারা বর্গক্ষেত্রটী চারিটী সমান ত্রিভুজে বিভক্ত হয়।

৩১। যে রেখা সমান্তরাল ক্ষেত্রের কর্ণকে সমান ভাগে দ্বিখণ্ডিত করে, সে ঐ ক্ষেত্রকেও সমান অংশে দ্বিভাগ করিবে।

৩২। একটী সমকোণিক ত্রিভুজের মধ্যে একটী সমকোণিক ত্রিভুজ অঙ্কিত করিতে হইবে। অন্তর্গত ত্রিভুজটী যে আদিম ত্রিভুজের চতুর্থাংশের একাংশ তাহা প্রমাণ কর।

৩৩। একটী ত্রিভুজের কোন বাহুর কোন বিন্দু হইতে রেখা টানিয়া ঐ ত্রিভুজকে সমান দুই ভাগে বিভাগ করিতে হইবে।

৩৪। ট্রাপিজিয়ম ক্ষেত্রে কোন একটী কোণ হইতে রেখা টানিয়া ঐ রেখাদ্বারা ক্ষেত্রকে সমদ্বিখণ্ড করিতে হইবে।

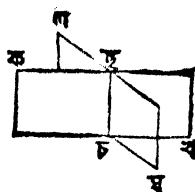
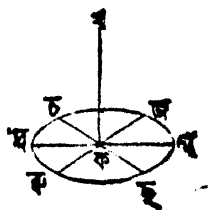
৩৫। কোন সরল রৈখিক ক্ষেত্রের তুল্য একটী রম্বস অঙ্কিত করিতে হইবে।

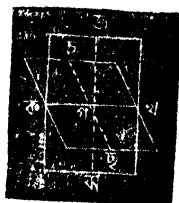
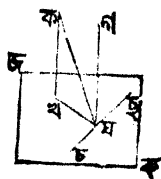
৩৬। একটী ত্রিভুজ অঙ্কিত কর যাহার ক্ষেত্রফল একটী নির্দ্দিষ্ট ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল তুল্য ও যাহার ভূমি উক্ত নির্দ্দিষ্ট ত্রিভুজের তুল্য।

৩৭। কোন ত্রিভুজের তিনটী ভুজকে তিন বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ড করিয়া যদি উক্ত বিন্দু সংযুক্ত করা যায়, তবে মধ্যে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন হইবে তাহা আদিম ত্রিভুজের চতুর্থাংশ হইবে।

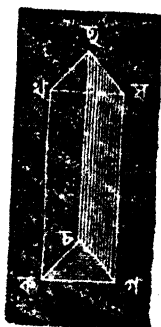
ঘনজ্যামিতি।

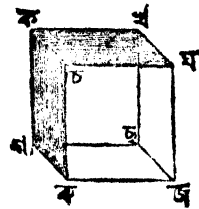
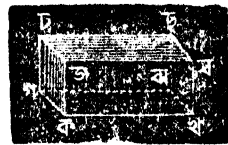
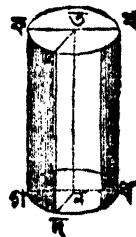
পরিভাষা।

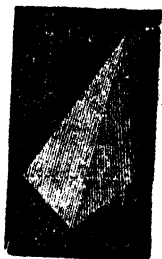
১। কখ ও গঘ দুইটী ধরাতল যদি চছ রেখাতে পরস্পর অবচ্ছেদিত হয়, তাহা হইলে ঐ রেখাকে সাধারণ খণ্ড কহে।

২। একটী ধরাতলের উপর যদি এমন একটী সরল রেখা টানা যায় যে, উহার মূলদেশ দিয়া ঐ ধরাতলে যত অপর রেখা টানা যাইবে, তাহাদের প্রত্যেকের সহিত প্রথমোক্ত রেখার সংযোগে সমকোণ উৎপন্ন হয়, তাহা হইলে ঐ প্রথমোক্ত রেখাকে উক্ত ধরাতলের লম্ব কহা যায়। ক খ একটী ঋজুরেখা চ জ গ ছ ঝ ঘ ধরাতলের উপর এরূপে অঙ্কিত হইয়াছে যে, উহার মূল ক দিয়া উক্ত ধরাতলের উপরে ক ঘ, ক চ, প্রভৃতি রেখা টানিলে যদি খ ক ঘ, খ ক চ প্রভৃতি প্রত্যেকে সমকোণ হয়, তাহা হইলে ক খ উক্ত ধরাতলের লম্ব হইবে।

৩। কখ যদি দুইটী ধরাতলের সাধারণ খণ্ড হয়,

এবং চছ ও জঝ যদি কখ রেখার উপর সমকোণ ভাবে অঙ্কিত হয়, তাহা হইলে জ গ চ কোণই দুইটী ধরাতলের অবনতির মান হইবে।

৪। মনে কর, জ ঝ ধরাতলের উপর ক ঘ রেখা অবনত হইয়াছে, এইক্ষণে ক বিন্দু দিয়া জ ঝ ধরাতলের উপর লম্ব পাত করিয়া ঘ খ সংযুক্ত করিলে ক ঘ খ কোণই ক ঘ রেখার অবনতির মান হইবে।

৫। যে সকল ধরাতল এরূপ ভাবে সংস্থিত থাকে যে, তাহাদের দুই দিক অবিশ্রান্ত বৃদ্ধি করিলে কোন দিকেই পরস্পরের সহিত সংস্পর্শ হয় না, তাহারা সমান্তর ধরাতল।

৬। যে বস্তুর দৈর্ঘ্য, বিস্তার ও বেধ আছে তাহাকে ঘন বা নিটন বস্তু কহে।

৭। পহল নিটন বস্তু অর্থাৎ যে বস্তুর সীমাগুলি সমান্তরাল, সমান এবং সদৃশ সরলরৈখিক ক্ষেত্র; এবং যাহার পার্শ্বগুলি সমান্তরাল চতুর্ভুজ। পহলের দিকের সংখ্যানুসারে তাহার নামের নির্দ্দেশ হইয়া থাকে। যদি পহলের তিন দিক থাকে, তবে তাহাকে ত্রিপহল কহে;

চারি দিক্ থাকিলে চৌপল বা চৌপহল, পাঁচ দিক্ থাকিলে পঞ্চপহল কহে, ইত্যাদি।

৮। চৌপল বস্তুর ছয়টী দিক্ প্রত্যেকে সমচতুর্ভুজ হইলে সমবাহুক ঘন ক্ষেত্র কহে।

৯। যে ঘন বস্তুর ছয়টী আয়তাকার দিক্ আছে এবং প্রত্যেক সম্মুখস্থ যুগ্মদিক সমান ও সমান্তরাল, তাহাকে সমকোণিক সমান্তরাল ঘন বা নিটন বস্তু কহে।

১০। সমচতুষ্কোণ ক্ষেত্র একটী ভুজের উপর দণ্ডায়মান থাকিয়া একবার চতুর্দ্দিকে ঘূর্ণিত হইলে যে আকারটী হয়, তাহার নাম স্তম্ভ। সমান ব্যাসবিশিষ্ট কতকগুলি বৃত্ত উপর্য্যুপরি স্থাপিত হইলে একটী স্তম্ভ হয়। গাছের গুঁড়ি, বাঁশ ও কূপের আকার স্তম্ভ।

১১। যাহার তলটী সরল রৈখিক ক্ষেত্রবিশেষের ন্যায়, পৃষ্ঠগুলি ত্রিভুজের ন্যায়, এবং ঐ ত্রিভুজগুলির শৃঙ্গ একটী বিন্দুতে শেষ হইয়া একটী সূচীর আকার হইয়াছে, তাহার

নাম সকোণসূচী। সকোণসূচীর তলস্থ ক্ষেত্রের আকারানুসারে নামের নির্দ্দেশ হইয়া থাকে। যদি সকোণসূচীর তলস্থ ক্ষেত্র ত্রিকোণাকার হয়, তাহা হইলে ত্রিকোণাকার সকোণসূচী কহে, বর্গ হইলে চতুষ্কোণাকার সকোণ-সূচী কহে, ইত্যাদি।

১২। সমকোণ ত্রিভুজ, সমকোণপার্শ্ববর্ত্তী দুইটী ভু-জের একটীর উপর দণ্ডায়মান হইয়া, আর একটীর চারিদিকে ঘূর্ণিত হইলে যে আকার হয়, তাহার নাম সূচী। নৈবেদ্যের আকার সূচীর মত।

১৩। অর্দ্ধবৃত্ত আপন ব্যাসের উপর দণ্ডায়মান হইয়া সকল দিকে ঘুরিয়া আসিলে যে আকারটী হয়, তাহার নাম বর্ত্তুল। কামা-নের গোলার আকার বর্ত্তুল, কদম ফুলের আকার বর্ত্তুল।

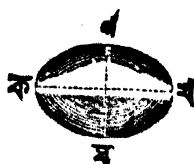
১৪। ঘন বস্তুর এক পার্শ্বের মধ্য হইতে অপর পার্শ্বের মধ্য পর্য্যন্ত যে রেখা কল্পনা করা যায়, তাহাকে

অক্ষদণ্ড কহে। সকোণসূচীর শৃঙ্গ হইতে ভূমির মধ্য পর্য্যন্ত যে রেখা টানা যায়, তাহাকে তাহার অক্ষদণ্ড কহে। বর্ত্তুলের ব্যাস অর্থাৎ যে রেখাটী কেন্দ্রের মধ্য দিয়া গিয়া উভয় প্রান্তে সমাপ্ত হয়, তাহাকে উহার অক্ষদণ্ড কহে।

১৫। ঘন বস্তুর শৃঙ্গ বা মস্তক হইতে ভূমিতে লম্ব পাত করিলে উহাকে উহার উন্নতি কহে।

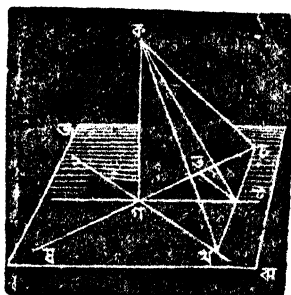
১৬। কোন সকোণসূচী, বর্ত্তুল বা অন্য কোন ঘন বস্তুর তলস্থ ক্ষেত্রের সমান্তরালে থাকিয়া যদি কোন সমতল ক্ষেত্র উক্ত বস্তুকে দুই ভাগে বিভক্ত করে, তাহা হইলে ঐ ভাগ-দ্বয়কে খণ্ড কহে। এই খণ্ডদ্বয়ের উপরের খণ্ডটী যদি পরিত্যক্ত হয়, তাহা হইলে নিম্নের খণ্ডটীকে প্রকাণ্ড কহে।

১৭। কোন ঘন বস্তুর অন্তর্গত দুই সমান্তরাল সমতল ক্ষেত্রের মধ্যবর্ত্তী স্থানকে তাহার মণ্ডল কহে। ঐ সমতল ক্ষেত্র দুইটী যদি উক্ত ঘন বস্তুর কেন্দ্রের উভয় দিক্ হইতে সমান দূরে স্থাপিত হয়, তাহা হইলে ঐ মণ্ডলকে মধ্যমণ্ডল কহে।

১৮। বৃত্তখণ্ড আপন জ্যার উপর দণ্ডায়মান হইয়া সকল দিকে ঘুরিয়া আসিলে যে আকারটী হয়, তাহার নাম গোলাকার টক্কু।

ধারাতলিক ও ঘন জ্যামিতি সম্বন্ধীয় উপপাদ্য।

১ম প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

জ ঝ ধরাতলে স্থিত ঘ চ ও গ খ দুইটী রেখার সম্পাত বিন্দু গ হইতে উক্ত দুই রেখার উপর লম্ব উত্তোলন করিলে ইহা জ ঝ ধরাতলেরও লম্ব হইবে।

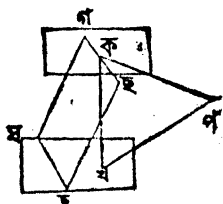
গ বিন্দু দিয়া জ ঝ ধরাতলে আর একটী রেখা গ ট অঙ্কিত কর, গ ট রেখাতে স্থিত কোন বিন্দু ট দিয়া চ ট খ এরূপে টান যে ট খ, ট চ-র সমান হয়। এইক্ষণে খ চ গ ও খ চ ক ত্রিভুজে (ব্যবহারিক জ্যামিতির ৪০শ প্রতিজ্ঞানুসারে) গ খ^2 + গ চ^2 = ২ গ ট^2 + ২ ট চ^2; ক খ^2 + ক চ^2 = ২ ক ট^2 + ২ ট চ^2; এই দুইটীর প্রথমটী দ্বিতীয় হইতে বিয়োগ করিলে, ক খ^2 — গ খ^2 + ক চ^2 — গ চ^2 = ২ ক ট^2 — ২ গ ট^2; কিন্তু ক গ খ ও ক গ চ সমকোণিক ত্রিভুজে, ক খ^2 — গ খ^2 = ক গ^2, এবং ক চ^2 — গ চ^2 = ক গ^2; ∴ ২ ক গ^2 = ২ ক ট^2 — ২ গ ট^2, এবং ∴ ক গ^2 = ক ট^2 — গ ট^2, বা ক ট^2 = ক গ^2 + গ ট^2। সুতরাং ক গ ট একটী সমকোণিক ত্রিভুজ, এবং ক গ রেখা গ ট রেখার লম্ব।

অনুমান ১। প্রস্তাবিত উপপাদ্য দ্বারা প্রতীয়মান হইতেছে যে, কোন ধরাতলের উপর একটী নির্দ্দিষ্ট বিন্দু হইতে কেবল একটী লম্ব অঙ্কিত হইতে পারে, এবং সেই লম্ব ঐ বিন্দু ও ধরাতলের লঘুতম দূরত্ব রেখা।

২। যদি ক গ রেখা গ খ, গ ট ও গ চ প্রত্যেক রেখার সহিত সমকোণ উৎপন্ন করে, তবে এই তিনটী সরল রেখা একই ধরাতলে থাকিবে।

২য় প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

ক খ একটী সরল রেখা, যদি ইহা ক ও খ এই দুই ধরাতলের লম্ব হয়, তাহা হইলে এই দুইটী ধরাতল সমান্তরাল হইবে।

যদি ক ও খ সমান্তরাল না হয়, তবে উহারা বৃদ্ধি পাইলে অবশ্য এক দিকে সংলগ্ন হইবে। বৃদ্ধি পাইয়া প বিন্দুতে সংলগ্ন হউক। ক প ও খ প সংযুক্ত কর। যেহেতুক ক খ রেখা

ক ও খ উভয় ধরাতলের উপর লম্বভাবে আছে, প ক খ ও প খ ক প্রত্যেকে সমকোণ, অতএব ক প, খ প ধরাতলের সমান্তরাল যাহা কল্পনার বিপরীত, সুতরাং অসম্ভব, এবং ক ও খ বৃদ্ধি পাইলে কোন দিকেই সংলগ্ন হইবে না ও কাযে কাযেই সমান্তরাল।

অনুমান। ক খ রেখা ক ও খ দুইটী সমান্তরাল ধরাতলের একটীর লম্ব হইলে অপরটীরও লম্ব হইবে।

৩য় প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

ক ও খ দুইটী সমান্তরাল ধরাতল গ ছ চ ঘ অপর একটী ধরাতল দ্বারা ছিন্ন হইলে, গ ছ ও ঘ চ ছেদ রেখা পরস্পর সমান্তরাল হইবে (পূর্ব্ব প্রতিকৃতি দেখ)।

যেহেতুক ক ও খ দুইটী সমান্তরাল ধরাতল বর্দ্ধিত হইলে কোন দিকে সংলগ্ন হইতে পারে না, গ ছ ও ঘ ছ রেখা ঐ দুই ধরাতলে অবস্থিত বলিয়া, ইহারাও বর্দ্ধিত হইলে সংলগ্ন হইতে পারে না, অতএব ইহারা সমান্তরাল।

৪র্থ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

ক খ রেখা জ ঝ ধরাতলের (৪র্থ পরিভাষার প্রতিকৃতি দেখ) লম্ব হইলে, যে যে রেখা (যথা গ ঘ) ক খ রেখার সমান্তরাল করিয়া অঙ্কিত হইবে, তাহারাও ঐ ধরাতলের লম্ব হইবে।

ক খ ও গ ঘ রেখা দিয়া একটী ধরাতল অঙ্কিত কর, যাহা জ ঝ ধরাতলকে খ ঘ রেখাতে ছিন্ন করিবে, জ ঝ ধরাতলে চ ছ রেখা খ ঘ রেখার লম্ব অঙ্কিত কর, এবং ক ঘ সংযুক্ত কর।

চ ছ রেখা ক খ ঘ ধরাতলের লম্ব, অতএব চ ঘ গ কোণ সমকোণ, কিন্তু গ ঘ খ কোণও সমকোণ, যেহেতু ক খ রেখা খ ঘ রেখার লম্ব, এবং গ ঘ, ক খ-র সমান্তরাল। এই-ক্ষণে গ ঘ রেখা চ ঘ ও ঘ খ দুইটী রেখার লম্ব, অতএব এই রেখা জ ঝ ধরাতলেরও লম্ব।

অনুমান। ক খ ও গ ঘ দুইটী রেখা জ ঝ ধরাতলের লম্ব হইলে, উহারা সমান্তরাল হইবে।

৫ম প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

ক খ ও গ ঘ দুইটী রেখা চ ছ অপর একটী সরল রেখার সমান্তরাল হইলে, তাহারাও পরস্পর সমান্তরাল হইবে।

জ ঝ ট ধরাতল এরূপে অঙ্কিত কর যে, উহা চ ছ রেখার লম্ব হয়। ক ঝ ও গ ট রেখা চ জ রেখার সমান্তরাল বলিয়া পূর্ব্বোক্ত উপপাদ্যের অনুমানানুসারে তাহারা পরস্পর সমান্তরালও হইবে।

৬ষ্ঠ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

ক খ গ ও ঘ চ ছ কোণদ্বয়ের যদি ক খ রেখা ঘ চ-র সমান্তরাল ও খ গ রেখা চ ছ-র সমান্তরাল হয়, তবে ক খ গ কোণ ঘ চ ছ কোণের সমান হইবে।

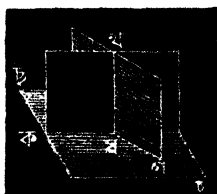
ক খ, ঘ চ-র সমান ও খ গ, চ ছ-র সমান করিয়া ক গ, ঘ ছ, ক ঘ, খ চ ও গ ছ সংযুক্ত কর।

ব্যবহারিক জ্যামিতির ২৫শ প্রতিজ্ঞানুসারে ক খ চ ঘ সমান্তরাল চতুর্ভুজ, অতএব ক ঘ = খ চ; এইরূপে খ গ ছ চ সমান্তরাল চতুর্ভুজ এবং গ ছ = খ চ। এইরূপে ক ঘ ও গ ছ প্রত্যেকে খ চ-র সমান্তরাল ও সমান বলিয়া (পূর্ব্বোক্ত প্রতিজ্ঞানুসারে) ক ঘ, গ ছ-র

সমান ও সমান্তরাল, সুতরাং ক গ ছ ঘ সমান্তরাল চতুর্ভুজ, এবং ঘ ছ = ক গ। অতএব ক খ গ ও ঘ চ ছ দুইটী ত্রিভুজ সর্ব্বতোভাবে সমান এবং ∠ক খ গ = ∠ঘ চ ছ।

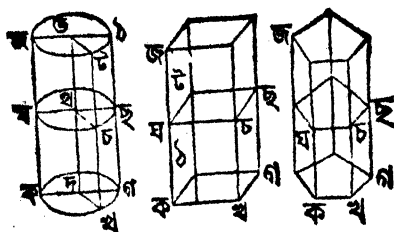
৭ম প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

যদি খ ঘ সরল রেখা চ ছ ধরাতলের উপর লম্বভাবে দণ্ডায়মান থাকে, তবে ঐ সরল রেখার উপর দিয়া যে ধরাতল গমন করিবে (যথা ক খ ঘ) তাহাও চ ছ ধরাতলের লম্ব হইবে।

চ ছ ও ক খ দুইটী ধরাতলের ক ঘ রেখাতে সম্পাত হউক: চ ছ ধরাতলে ঘ গ রেখা ক ঘ-র লম্ব করিয়া টান; এইক্ষণে খ ঘ, চ ছ ধরাতলের লম্ব, এজন্য খ ঘ গ সমকোণ হইবে, এবং (৩য় পরিভাষানুসারে) এই কোণ চ ছ ও ক খ ধরাতলের অবনতির মান; সুতরাং এই ধরাতলদ্বয় পরস্পর লম্বভাবে অবস্থিত হইয়াছে।

অনুমান। যদি ক খ ও গ খ দুইটী ধরাতল চ ছ একটী ধরাতলের উপর লম্বভাবে অবস্থিত হয়, তবে উক্ত দুই ধরাতলের সম্পাত রেখা খ ঘ, চ ছ ধরাতলের লম্ব হইবে।

৮ম প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

ক খ গ ঘ পহলের ভূমির সমান্তরাল একটী ধরাতল যদি ঐ পহলকে ছেদ করে, তাহা হইলে ঐ ছেদনে যে

নূতন ধরাতলের উৎপত্তি হয়, তাহা পহলের ভূমির সমান হইবে।

চ ছ ঘ সমান্তরাল ধরাতল যদ্দ্বারা পহল ছেদিত হইয়াছে। ক খ গ ও চ ছ ঘ দুইটী সমান্তরাল ধরাতল ক খ চ ঘ অপর একটী ধরাতল দ্বারা ছেদিত হইয়াছে, এজন্য (৩য় প্রতিজ্ঞানুসারে) ঘ চ রেখা ক খ রেখার সমান্তরাল; এই রূপে চ ছ, ছ ট ও ট ঘ রেখা যথাক্ষ খ গ, গ ঠ ও ঠ ক-র সমান্তরাল প্রতীত হইবে। অপর পহলের পরিভাষানুসারে উপলব্ধি হইতেছে যে, ক ঘ ও খ চ পরস্পর সমান্তরাল; তন্নিমিত্ত ক খ চ ঘ সমান্তরাল চতুর্ভুজ, এবং (ব্যবহারিক জ্যামিতির ২৪শ প্রতিজ্ঞানুসারে) ঘ চ = ক খ; এই রূপ চ ছ = খ গ, ছ ট = গ ঠ এবং ঘ ট = ক ঠ; অর্থাৎ ঘ চ ছ ও ক খ গ পরস্পর সমানবাহুক। পুনশ্চ (৬ঠ প্রতিজ্ঞানুসারে) ঘ চ ছ কোণ = ক খ গ কোণ, চ ছ ট কোণ = খ গ ঠ কোণ, ইত্যাদি। অতএব প্রতিপন্ন হইতেছে যে, ঘ চ ছ ধরাতল ক খ গ ভূমির সর্ব্বতোভাবে সমান।

৯ম প্রতিজ্ঞা।　উপপাদ্য।

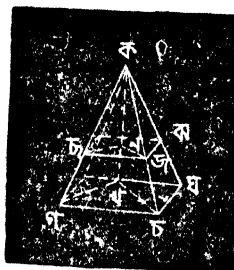
ক খ গ জ স্তম্ভের ভূমির সমান্তরাল একটী ধরাতল যদি ঐ স্তম্ভকে ছেদ করে, তবে ঐ ছেদনে যে ধরাতল উৎপন্ন হয়, তাহা উক্ত ভূমির সমান একটী বৃত্ত হইবে।

ক গ ঠ জ ও খ ট ত দ দুইটী (পূর্ব্ব প্রতিজ্ঞার ১ম প্রতিকৃতি দেখ) ধরাতল, ত দ মেরুদণ্ড দিয়া গমন করুক ও ঘ চ ছ ধরাতলকে চ, ছ, থ বিন্দুতে ছেদ করুক। এইক্ষণে স্তম্ভের পরিভাষা দ্বারা প্রতীয়মান হইতেছে যে, থ চ রেখা দ খ রেখার সমান্তরাল, এবং (৩য় প্রতিজ্ঞানুসারে) থ চ, দ খ-র সমান্তরাল, অতএব থ চ খ দ সমান্তরাল চতুর্ভুজ এবং থ চ = দ খ; এইরূপে থ ছ, দ গ-র এবং থ ঘ, দ ক-র সমান প্রদর্শিত হইতে পারে। কিন্তু দ খ, ক খ গ বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ, সুতরাং ঘ চ ছ বৃত্তটীও ক খ গ বৃত্তের সমান।

১০ম প্রতিজ্ঞা।　উপপাদ্য।

গ চ ঘ ক একটী সকোণসূচীর ভূমির সমান্তরাল কোন ধরাতল যদি ঐ সূচীকে ছেদ করে, তাহা হইলে ঐ ছেদন দ্বারা যে ধরাতল উৎপন্ন হয়, তাহা ঐ ভূমির সদৃশ হইবে এবং ভূমি উক্ত ছেদনজ ধরাতলের যত গুণ হইবে, শীর্ষ কোণ হইতে ভূমির উপর পতিত লম্বের বর্গ, ছেদনজ ধরাতলের উপর পতিত লম্বের তত গুণ হইবে।

ছ জ ক ভূমির সমান্তরালে এক ধরাতল; ক ন খ একটী লম্ব রেখা ভূমি ও ঐ ধরাতলের উপর টানিয়া জ ন ও

চ খ সংযুক্ত কর। এইক্ষণে (৩য় প্রতিজ্ঞানুসারে) ছ জ ও গ চ পরস্পর সমান্তরাল এবং (৬ঠ প্রতিজ্ঞানুসারে) গ চ ঘ কোণ ছ জ ঝ কোণের সমান। এই রূপে ঘ কোণ ঝ কোণের সমান ইত্যাদি; অর্থাৎ ছ জ ঝ ছেদনজ ধরাতল গ চ ঘ ভূমির সহিত তুল্যকোণিক।

ক গ চ ও ক ছ জ সদৃশ ত্রিভুজে,

ক চ : ক জ : : গ চ : ছ জ।

এই রূপে ক চ ঘ ও ক জ ঝ সদৃশ ত্রিভুজে,

ক চ : ক জ : : চ ঘ : জ ঝ,

∴ গ চ : ছ জ : : চ ঘ : জ ঝ।

এই রূপে প্রদর্শিত হইতে পারে যে, ছ জ ঝ ধরাতলের সমুদায় বাহু গ চ ঘ ভূমির সবর্গীয় বাহুর সহিত অনুপাতীয়, এই জন্য ব্যবহারিক জ্যামিতির ৪৮শ প্রতিজ্ঞানুসারে, গ চ ঘ-র পরিমাণফল : ছ জ ঝ-র পরিমাণফল : : গ চ^{২} : ছ জ^{২}।

কিন্তু গ চ : ছ জ : : ক চ : ক জ;

অপর ক খ চ ও ক ন জ দুইটী সদৃশ ত্রিভুজে,

ক চ : ক জ : : ক খ : ক ন,

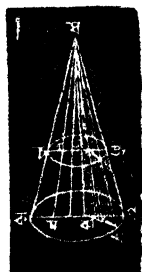
∴ গ চ : ছ জ : : ক খ : ক ন, ইহার দুই পক্ষ বর্গ করিলে;

গ চ^{২} : ছ জ^{২} : : ক খ^{২} : ক ন^{২},

∴ গ চ ঘ-র পরিমাণফল : ছ জ ঝ-র পরিমাণফল : : ক খ^{২} : ক ন^{২}।

১১শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

ক খ গ ঘ সূচীর ভূমির সমান্তরাল কোন ধরাতল যদি ঐ সূচীকে ছেদ করে, তাহা হইলে ঐ ছেদন দ্বারা যে ধরাতল উৎপন্ন হইবে তাহা একটী বৃত্ত হইবে। এবং ভূমি উক্ত ছেদনজ ধরাতলের যত গুণ হইবে, শীর্ষ কোণ হইতে ভূমির উপর পতিত লম্বের বর্গ, ছেদনজ ধরাতলের উপর পতিত লম্বের তত গুণ হইবে।

ক খ গ ও চ ছ জ দুইটী সমান্তরাল ধরাতলের উপর ঘ ন ম একটী লম্ব টান, এবং খ ঝ ঘ ও গ ঝ ঘ দুইটী ধরাতল ঘ ত ঝ মেরুদণ্ড দিয়া গমন করুক, এই দুই ধরাতল চ ছ জ ধরাতলকে ত ছ ও ত জ রেখাতে ছেদ করিয়াছে। এইক্ষণে (৩য় প্রতিজ্ঞানুসারে) ত ছ, ঝ খ-র সমান্তরাল, ও ত জ, ঝ গ-র সমান্তরাল, সুতরাং ঘ ঝ খ ও ঘ ত ছ দুইটী ত্রিভুজ সদৃশ আর ঘ ঝ গ ও ঘ ত জ দুইটী ত্রিভুজও সদৃশ, এইজন্য ঘ ঝ : ঘ ত : : ঝ খ : ত ছ, এবং ঘ ঝ : ঘ ত : : ঝ গ : ত জ;

∴ ঝ খ : ত ছ : : ঝ গ : ত জ।

কিন্তু ঝ খ, ঝ গ, ক খ গ বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ বলিয়া পরস্পর সমান, অতএব ত ছ = ত জ, এই রূপে চ ছ জ পরিধিতে অন্য কোন বিন্দু লইয়া ত বিন্দুর সহিত সংযুক্ত করিলে, তাহাও ত ছ বা ত জ-র সমান ঐরূপ প্রদর্শিত হইতে পারে; সুতরাং চ ছ জ একটী বৃত্ত।

অপর, ঘ ঝ ম ও ঘ ত ন দুইটী সদৃশ ত্রিভুজে ঘ ম : ঘ ন : : ঘ ঝ : ঘ ত অথবা : : ঝ গ : ত জ,

∴ ঘ ম² : ঘ ন² : : ঝ গ² : ত জ²; কিন্তু (ব্যবহারিক জ্যামিতির ৭৯ তি প্রতিজ্ঞানুসারে) ক খ গ-পরিমাণফল : চ ছ জ-র পরিমাণফল : : ঝ গ² : ত জ²

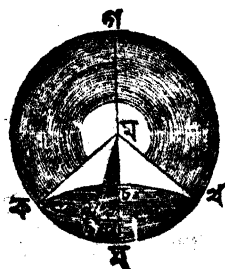
∴ ক খ গ-র ক্ষেত্রফল : চ ছ জ-র ক্ষেত্রফল : ঘ ম² : ঘ ন²।

যদি একটী সূচী অপর কোন ধরাতল দ্বারা এরূপে ছেদিত হয় যে, ঐ ধরাতলটী ঐ সূচীর কোন পৃষ্ঠের সমান্তরাল হয়, তাহা হইলে ঐ ছেদনে যে আকার উৎপন্ন হয় সেইটী ক্ষেপণীর আকার।

১২শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

বর্ত্তুলের কোন অংশ দিয়া যদি অপর কোন ধরাতল গমন করে, অথবা বর্ত্তুলকে যথেচ্ছা কাটিয়া দ্বিখণ্ড করা যায়, তাহা হইলে উভয় খণ্ডেরই ছেদমুখ গোলাকার অর্থাৎ বৃত্ত হইবে।

ক গ খ ঘ বর্ত্তুলের ক ছ খ ভাগটী ছেদ করা হইয়াছে।

এইক্ষণে বর্ত্তুলের কেন্দ্র ম হইতে ক ছ খ ধরাতলের উপর ম চ লম্ব টান, তাহা হইলে গ ম চ ঘ বর্ত্তুলের মেরুদণ্ড হইবে। ম ক ঘ খ ও ম ছ ঘ দুইটী ধরাতল

এই মেরুদণ্ড দিয়া গমন করুক; ক চ ম ও ছ চ ম দুইটী সমকোণিক ত্রিভুজে, ম ক, ম ছ প্রত্যেকে বর্ত্তুলের ব্যাসার্দ্ধ বলিয়া পরস্পর সমান এবং ম চ এই দুই ত্রিভুজের সাধারণ বাহু, অতএব চ ক = চ ছ। এইরূপে অন্য কোন রেখা চ বিন্দু দিয়া ক ছ খ ছেদনজ ধরাতলের পরিধি পর্য্যন্ত নিষ্কাশিত করিলে যে চ ক-র সহিত সমান হইবে তাহা প্রদর্শিত হইতে পারে; সুতরাং ক ছ খ এই ছেদনজ ধরাতলটী বৃত্ত ও ইহার ব্যাসার্দ্ধ চ ক।

*১৩শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

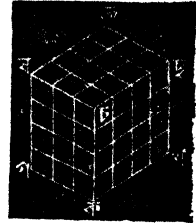
সমান ভূমি ও উন্নতিবিশিষ্ট পহল ও স্তম্ভ পরস্পর সমান।

মনে কর ৮ম প্রতিজ্ঞার প্রতিকৃতিতে পহল ও স্তম্ভ একই ধরাতলের উপর দণ্ডায়মান আছে, এবং ইহারা ইহাদের ভূমির সমান্তরাল ঘ চ ছ ধরাতল দ্বারা ছেদিত হইয়াছে। এইক্ষণে এই ছেদনজ ধরাতলগুলি প্রত্যেকে পরস্পরের সমান, কারণ (৮ম প্রতিজ্ঞানুসারে) তাহারা সবর্ণীয় ভূমির সহিত সমান। আর ভূমিগুলি যে পরস্পর সমান তাহা কল্পিত হইয়াছে। এইরূপে ইহাদের ভূমির সমান্তরালে অন্য কোন ধরাতল নিষ্কাশিত করিলে, তাহারাও পরস্পর সমান হইবে। এইক্ষণে এই পহল ও স্তম্ভ অসংখ্য সূক্ষ্ম সমান খণ্ড বা ধরাতলবিশিষ্ট, এবং ইহাদিগের উভয়ের উন্নতি সমান বলিয়া ইহার একটিতে যতগুলি সূক্ষ্ম অংশ বা ধরাতল থাকিতে পারে, অপর-

টীতেও ততগুলি ধরাতল থাকিবে, সুতরাং পহল ও স্তম্ভ সমান ভূমির উপর স্থাপিত ও সমান উন্নত হইলে যে পরস্পর সমান হইবে তাহা প্রতিপন্ন হইতেছে।

প্রয়োগ। যদি চ ছ জ ঝ আয়ত অর্থাৎ সমচতুষ্কোণ ধরাতল ক্ষেত্রের (৭৬ পৃষ্ঠার প্রতিকৃতি দেখ) অন্তর্গত এক এক বর্গহাত পরিমিত ক্ষেত্রের উপর এক ঘনহাত পরিমিত এক এক খানি ইষ্টক স্থাপিত করা যায়, তাহা হইলে যে ঘন ক্ষেত্রটী হইবে তাহা এক হাত উচ্চ হইবে; এবং তাহার তলস্থ সমচতুষ্কোণ ক্ষেত্রে যতগুলি বর্গহাত আছে উক্ত ঘনক্ষেত্রের মধ্যে ততগুলি ঘনহাত হইবে। যদি ঐ ইষ্টকের স্তরের উপর ঐরূপ আর একটী স্তর স্থাপন করা যায়, তাহা হইলে সমুদায় ঘনক্ষেত্রটী ২ রৈখিক হাত উচ্চ হইবে, এবং তাহার তলে যতগুলি বর্গহাত আছে উহার মধ্যে তাহার ২ গুণ ঘনহাত হইবে। ঐরূপে উহা ৩ হাত উচ্চ হইলে, তলে যতগুলি বর্গহাত, উহার মধ্যে তাহার ৩ গুণ ঘনহাত হইবে ইত্যাদি। সুতরাং কোন সমকোণিক ঘনক্ষেত্র যত রৈখিক হাত উচ্চ হইবে, তাহার তলস্থ ক্ষেত্রের বর্গহাতের সংখ্যাকে ততগুণ করিলে গুণফল উক্ত ঘনক্ষেত্রের অন্তর্গত ঘনহাতের সংখ্যা অর্থাৎ তাহার কালি হইবে। এইরূপে তলস্থ বর্গ ক্ষেত্রটীর কালি নির্ণয় করিতে হইলে, তাহার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের গুণ করিতে হয়, সুতরাং ঘনক্ষেত্রটীর ঘনফল অর্থাৎ কালি স্থির করিতে হইলে, তাহার দৈর্ঘ্য, প্রস্থ এবং উচ্চতা এই তিনকে গুণ করিতে হয়।

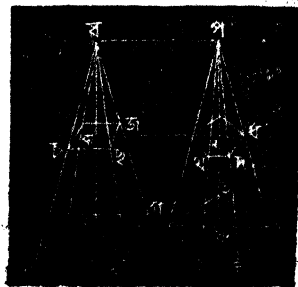
উদাহরণ ১। ক খ ছ জ ঘ গ ঘন ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ক খ ৪ হাত, বিস্তার ক গ ৩ হাত ও উচ্চতা ক চ ৪ হাত হইলে, তাহার কালি কত? উঃ। ৪৮ ঘনহাত।

এই সমকোণিক ঘন ক্ষেত্রটী ৪ হাত উচ্চ বলিয়া, উহার তলস্থ ক্ষেত্রের বর্গহাতের সংখ্যা ১২কে ৪ গুণ করিলে, গুণফল ৪৮ ঘনহাত, উক্ত ঘনক্ষেত্রটীর কালি হইবে।

২। যে প্রস্তরখণ্ডের দৈর্ঘ্য, বিস্তার ও উচ্চতা যথাক্রমে ৬, ৩ ও ২ ফুট, তাহার কালি কত? উঃ। ৩৬ ঘনফুট।

৩। যে পহলের ভূমির পরিমাণফল ২৪ বর্গফুট ও উন্নতি-পরিমাণ ৩ ফুট, তাহার কালি কত? উঃ। ৭২ ঘনফুট।

১৪শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

সমান ভূমি ও সমান উন্নতিবিশিষ্ট সূচী বা সকোণসূচী পরস্পর সমান।

মনে কর এই পার্শ্বস্থ সকোণসূচীদ্বয় একই ধরাতলের উপর দণ্ডায়মান আছে, এবং ইহাদের ভূমির সমান্তরাল দিয়া যে ধরতল গমন করিয়াছে তদ্দ্বারা চ ছ জ ও ধ দ ধ ধরাতলগুলি উৎপন্ন হইয়াছে। চ ছ জ ও ক খ গ

দুইটী ধরাতলের উপর ঘ ঝ ট লম্ব নিষ্কাশিত কর, আর থ দ ধ ও ঠ ড ণ দুইটী ধরাতলের উপর প ন ফ লম্ব নিষ্কাশিত কর। এইক্ষণে ঘ ট = প ফ, সুতরাং ঘ ঝ = প ন। কিন্তু ১০ম ও ১১শ প্রতিজ্ঞানুসারে,

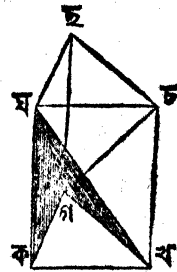
ক খ গ-র পরিমাণফল : চ ছ জ-র পরিমাণফল :: ঘ ট² : ঘ ঝ², এবং ঠ ড ণ-র পরিমাণফল : থ দ ধ-র পরিমাণফল :: প ফ² : প ন²,

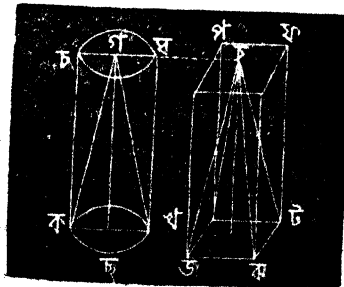
∴ ক খ গ-র পরিমাণফল : চ ছ জ-র পরিমাণফল :: ঠ ড ণ-র পরিমাণফল : থ দ ধ-র পরিমাণফল; কিন্তু ক খ গ-র পরিমাণফল ঠ ড ণ-র পরিমাণফলের সহিত সমান কল্পিত হইয়াছে; অতএব চ ছ জ-র পরিমাণফল = থ দ ধ-র পরিমাণফল। এই রূপে ইহাদের ভূমির সমান্তরালে অন্য কোন ধরাতল গমন করিলে তাহারাও সমান হইবে। অতএব এই সকোণসূচীগুলি এই সকল সমান সমান্তরাল ধরাতলবিশিষ্ট বলিয়া ইহারা পরস্পর সমান।

১৫শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

যে সকল সকোণসূচীর ভূমি ত্রিকোণাকার তাহারা সমান ভূমির উপর স্থাপিত ও সমান উন্নতিবিশিষ্ট পহলের তৃতীয়াংশের একাংশ।

ক খ গ ও ঘ চ ছ পহলের দুই পার্শ্ব। মনে কর যে খ গ ঘ ও ঘ গ চ দুই ধরাতল এই পহলের মধ্য দিয়া গমন করিয়াছে, তাহা হইলে পহলটী তিনটী সকোণসূচীতে বিভক্ত হইয়াছে এমন প্রতীত হইবে।

পূর্ব্বপ্রতিজ্ঞানুসারে ক খ গ ঘ ও খ চ ঘ গ সমকোণসূচীদ্বয় ক খ ঘ ও খ চ ঘ সমান ভূমির উপর দণ্ডায়মান ও সমান উন্নতিবিশিষ্ট হওয়াতে পরস্পর সমান। এই রূপে ক খ ঘ গ ও ঘ ছ চ গ সকোণসূচীদ্বয় ক খ গ ও ঘ ছ চ সমান ভূমির উপর দণ্ডায়মান ও সমান উন্নতিবিশিষ্ট বলিয়া তাহারাও পরস্পর সমান; সুতরাং ক খ গ ঘ সকোণসূচী, ক খ গ ছ পহলের একতৃতীয়াংশ।

অনুমান। সূচী ও স্তম্ভ অথবা পহল যদি এক ভূমির উপর স্থাপিত ও সমান উন্নতিবিশিষ্ট হয়, তাহা হইলে সূচীটী স্তম্ভ বা পহলের তৃতীয়াংশের একাংশ হইবে।

ইতিপূর্ব্বে প্রদর্শিত হইয়াছে যে, ক খ ঘ চ স্তম্ভ ও জ ঝ ট প পহল এবং ক খ গ সূচী ও জ ঝ ট চ সকোণসূচী সমান ভূমির উপর দণ্ডায়মান ও সমান উন্নতিবিশিষ্ট হইলে পরস্পর সমান হয়। কিন্তু জ ঝ ট চ সকোণসূচী জ ঝ ট ফ প পহলের তৃতীয়াংশের একাংশ, সুতরাং ক খ গ সূচীও জ ঝ ট ফ প পহলের তৃতীয়াংশের একাংশ।

প্রয়োগ। পূর্ব্বোক্ত প্রতিজ্ঞা হইতে সূচী বা সকোণ-সূচীর ঘনফল স্থির করিবার যুক্তিটী উৎপন্ন হইয়াছে; যথা, ভূমির ক্ষেত্রফল উচ্চতার পরিমাণ দ্বারা গুণ করিয়া তাহার তৃতীয়াংশের একাংশ লইলেই ঘনফল স্থির হয়।

উদাহরণ ১। যে সূচীর তলস্থ ক্ষেত্রের পরিমাণফল ৬ বর্গফুট ও উচ্চতা ৭ ফুট, তাহার ঘনফল কত?

উঃ। ১৪ ঘনফুট।

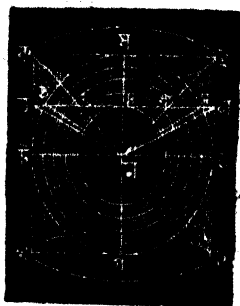
২। যে সকোণসূচীর তলস্থ ক্ষেত্র ৩ ফুট ভুজবিশিষ্ট সমচতুর্ভুজ ও উচ্চতা ৮ ফুট, তাহার ঘনফল কত?

উঃ। ২৪ ঘনফুট।

১৬শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

বর্ত্তুল স্তম্ভের অন্তর্গত হইলে উহা স্তম্ভের তৃতীয়াংশের একাংশ হয়।

গ ঠ ঘ ট বর্ত্তুল ও ইহার বেষ্টনকারী স্তম্ভ খ চ ছ ক এবং ক ছ ম সূচী যাহার শীর্ষ বিন্দু বর্ত্তুলের কেন্দ্র ম বিন্দুতে লগ্ন হইয়াছে। ঘ গ রেখা ইহাদের মেরুদণ্ড হউক। খ চ ভূমির সমান্তরাল জ ঝ একটী ধরাতল উক্ত তিনটী ঘন বস্তু ছেদ করিয়া গমন করুক। ইহা স্তম্ভকে জ বিন্দুতে, বর্ত্তুলকে ড বিন্দুতে ও সূচীকে থ বিন্দুতে স্পর্শ করিতেছে; এই বিন্দুগুলি হইতে বর্ত্তুলের কেন্দ্র ম বিন্দু পর্য্যন্ত রেখা টান এবং ম বিন্দু দিয়া খ চ-র সমান্তরাল ট ম ঠ রেখা টান।

কঘম ও খদম সদৃশ ত্রিভুজে, কঘ : ঘম :: খদ : দম; কিন্তু ঘম = কঘ, ∴ মদ = খদ।

পুনশ্চ, মদত সমকোণিক ত্রিভুজে $মত^2 = তদ^2 + মদ^2$. কিন্তু মত = জদ, এবং মদ = খদ; ∴ $জদ^2 = তদ^2 + মদ^2$। এইরূপে ব্যবহারিক জ্যামিতির ৭৮ প্রতিজ্ঞানুসারে,

$ন \times জদ^2 = ন \times তদ^2 + ন \times খদ^2$; অর্থাৎ জঝ বৃত্তের ক্ষেত্রফল = তন বৃত্তের ক্ষেত্রফল + থধ বৃত্তের ক্ষেত্রফল। তবেই স্তম্ভের খণ্ড, বর্ত্তুল ও সকোণ-স্থচীর সবর্গীয় খণ্ডের সমষ্টিতুল্য। এখন জঝ ছেদকের সমান্তরাল যত ছেদক অঙ্কিত করা যাইবে, সকলেরি বেলা এইরূপ হইবে; সুতরাং সামিস্তম্ভ টছ, সামিবর্ত্তুল টঘঠ ও সকোণস্থচী কছম-র সমষ্টিতুল্য, কিন্তু কছম সকোণস্থচী, টছ সামিস্তম্ভের এক তৃতীয়াংশ; ∴ সামিস্তম্ভ টছ = সামিবর্ত্তুল টঘঠ + $\frac{1}{3}$ সামিস্তম্ভ টছ; ∴ $\frac{2}{3}$ সামিস্তম্ভ টছ = সামিবর্ত্তুল টঘঠ। এবং সমান বস্তুর দ্বিগুণও সমান, কাজে কাজেই,

$\frac{2}{3}$ স্তম্ভ খচছক = টঘঠগ বর্ত্তুল।

দ্বিতীয় ভাগ।

রৈখিক পরিমাণ।

রৈখিক, বর্গ এবং ঘনপরিমাণ নিরূপণ করা গণিত শাস্ত্রের যে অংশের উদ্দেশ্য, তাহার নাম পরিমাপক বিদ্যা বা ক্ষেত্রব্যবহার।

ক্ষেত্রব্যবহার তিন ভাগে বিভক্ত; যথা, রৈখিক পরিমাণ, ধারাতলিক অর্থাৎ বর্গপরিমাণ ও ঘনপরিমাণ।

কোন পদার্থের পরিমাণ নিরূপণ করিতে হইলে, তাহার বর্গ অথবা ঘনফল একবারে কোন উপায় দ্বারা নির্ণয় হয় না। জরীপী ফিতা বা গজ ইত্যাদি দ্বারা তাহার রৈখিক পরিমাণ লইয়া, পশ্চাৎ যে সকল নিয়মাবলী প্রদত্ত হইবেক, তদ্দারা সরল রৈখিক পরিমাণ হইতে বর্গ ও ঘন ফল নিরূপিত হয়, যথা একটী বর্গ ক্ষেত্রের পরিমাণ নিরূপণ করিতে হইলে তাহার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অর্থাৎ ঐ ক্ষেত্রের রৈখিক পরিমাণ লইতে হয়; এবং এই দুইটী রৈখিক পরিমাণ একত্র গুণ করিলে তাহার বর্গফল নিরূপিত হয়। একটী বাক্সের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার পরিমাণের ধারাবাহিক গুণন দ্বারা ঘনফল স্থির করা যায়, কিন্তু এই তিনটীর প্রত্যেকটীই ঐ বাক্সের রৈখিক পরিমাণ।

রৈখিক পরিমাণ কখন বর্গ অথবা ঘন হইতে পারে না। দুইটী রৈখিক পরিমাণের গুণন দ্বারা বর্গ ও তিনটীর গুণন

দ্বারা ঘনফল উৎপন্ন হয়। কোন ক্ষেত্রের বর্গফল ৪ হাত হইলে তাহা ৪ বর্গ হাত দ্বারা নির্দ্দেশ করা যায়; ঘনফল ৪ হাত হইলে উক্ত ফলকে ৪ ঘন হাত বলা যায়; কিন্তু ইহা যদি কোন ক্ষেত্রের রৈখিক পরিমাণ হয়, তাহা হইলে বর্গ বা ঘন বলিয়া কেবল ৪ হাত বলিতে হয়।

দুইটী রৈখিক পরিমাণের গুণন দ্বারা যে ফল উৎপন্ন হয়, তাহাকে বর্গপরিমাণ বা ক্ষেত্রফল কহে।

তিনটী রৈখিক পরিমাণের অর্থাৎ দৈর্ঘ্য, বিস্তার ও বেধের ধারাবাহিক গুণনে যে ফল উৎপন্ন হয়, তাহাকে ঘন পরিমাণ বা ঘনফল কহে।

কোন বর্গ পরিমাণকে রৈখিক পরিমাণ দ্বারা গুণ করিলে যে ফল লব্ধ হয়, তাহাকে ঘনফল কহে। সুতরাং কোন ঘনফলকে বর্গফল দ্বারা বিভাজিত করিলে তাহার ভাগফল রৈখিক পরিমাণ হয়, এবং রৈখিক পরিমাণ দ্বারা ভাগ করিলে ভাগফল বর্গফল হয়।

বস্তু ও স্থানের দৈর্ঘ্যাদি মাপিবার ধারা।

		(সাঙ্কেতিক চিহ্ন)
২৪ অঙ্গুলে ...	১ হাত।	১ হা,
৪ হাতে	১ ধনু।	১ ধ,
২০০০ ধনুতে বা ৮০০০ হাতে	১ ক্রোশ।	১ ক্রো,
৪ ক্রোশে	১ যোজন।	১ যো,
১২ ইঞ্চতে	১ ফুট।	১ ফু,
১৮ ইঞ্চতে	১ হাত।	১ হা,
৩ ফুটে	১ গজ অথবা ২হাত।	১ গ,
৬ ফুটে	১ ফেথম।	১ ফে,

৫½ গজে ... ১ পোল বা রুড। ১ পো,
৪ পোলে ... ১ চেইন বা শৃঙ্খল। ১ চে,
১০ চেইনে ... ১ ফর্লং। ১ ফ,
১৭৬০ গজে বা
৩৫২০ হাত কিম্বা ৮ ফর্লঙ্গে } ১ মাইল। ১ মা,
২ মাইলে বা ৭০৪০ হাতে ... ইঙ্গরেজী ১ ক্রোশ,
৩ মাইলে ... ... ১ লিগ্। ১ লি,
৬০ মাইলে ... ... ১ ডিগ্রী। ১ ডি,

এখন ৮০০০ হাতে ক্রোশ না ধরিয়া, অনেকে ২ মাইলে অর্থাৎ ৭০৪০ হাতে ক্রোশ ধরিয়া থাকে। কাপড়ের মাপে হাত ও গজ, রাজমিস্ত্রী ও ছুতারমিস্ত্রীর হিসাবে ফুট ও ইঞ্চ ব্যবহার হয়।

ভূমির দৈর্ঘ্য ও বিস্তার মাপিবার সময় আরও এক প্রণালী অবলম্বন করা গিয়া থাকে। সে প্রণালী এই।

৪ হাতে ১ রৈখিক কাঠা অথবা এক কাঠা লম্বা
৮০ হাতে বা
২০ রৈখিক কাঠায় } ... ১ রৈখিক বিঘা অথবা ১ বিঘা লম্বা ১/০

সেকেন্দরী গজের পরিমাণ।

১। লাক্‌ড়ি তুবে পাক্‌ড়ি। ২। তুঁ কাহাকা লাক্‌ড়ি।
৩। মায় জঙ্গল কা লাক্‌ড়ি। ৪। তুঁবে কোন্ লায়া।
৫। মুবে দর্জিনে লায়া। ৬। কোন্ কামকাওয়াস্তে।
৭। গজ বানানেকা ওয়াস্তে। ৮। কোন্ গজ।
৯। সেকেন্দরী গজ।

নয় মুষ্টিতে সেকেন্দরী গজ হয় স্মরণ থাকিবার সুবিধার জন্য হউক বা সেকেন্দর সাহের নাম রক্ষার নিমিত্ত হউক,

এক একটী মুষ্টির এক এক বচন অথবা পদ রচিত হইয়াছে। এই গজ দ্বারা খলিসা অর্থাৎ রাজসম্পর্কীয় খাসের জমির জরীপ হইয়া থাকে, এবং অষ্ট মুষ্টি গজ দ্বারা লাখেরাজ, ব্রহ্মোত্তর ইত্যাদি জমির জরীপ হইয়া থাকে। ইহাকে হস্তবোধ জরীপ কহে।

এই প্রকার ৫৫ গজ অর্থাৎ ১১০ হস্ত দীর্ঘ রজ্জুর নাম রশি। ঐ রশিকে ২০ টি ভাগে বিভক্ত করিলে এক এক ভাগকে কাঠা কহে। এই রশির অগ্রপশ্চাতে হাতাকাহ্বা বলিয়া এক এক হস্ত রজ্জু থাকে।

১ম সম্পাদ্য।

সমকোণিক ত্রিভুজের ভূমি, কোটি ও কর্ণ এই তিনটীর কোন দুইটী পরিজ্ঞাত থাকিলে, অপরটী কিরূপে নির্ণয় করিতে হইবে।

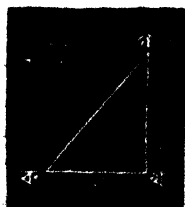
সমকোণিক ত্রিভুজের সমকোণ সম্মুখীন ভুজের বর্গ অপর দুই বাহুর অর্থাৎ ভুজ এবং কোটির বর্গের যোগ-তুল্য। (ব্যাঃ জ্যাঃ ৩৫শ প্রতিজ্ঞা) ∴

১ নিয়ম। ভূমিকোটির বর্গসমষ্টির মূল কর্ণ।

২ নিয়ম। ভূমিকর্ণের বর্গান্তরের মূল কোটি।

৩ নিয়ম। কোটিকর্ণের বর্গান্তরের মূল ভূমি।

ক খ গ সমকোণিক ত্রিভুজ, যাহার ক খ গ কোণ সমকোণ।

এই ত্রিভুজের ভূমি ক খ রেখা ভ অক্ষর দ্বারা নির্দ্দেশ কর, এবং কোটি ও কর্ণ খ গ ও ক গ

যথাস্ব ল এবং ক অক্ষর দ্বারা নির্দ্দেশ কর। এইক্ষণে ব্যবহারিক জ্যামিতির ৩৫ শ প্রতিজ্ঞা হইতে এই তিনটী সূত্র উৎপন্ন হইতে পারে, যথা—

সূত্র। (১) $\text{ক} = \sqrt{\text{ভ}^{২} + \text{ল}^{২}}$,

(২) $\text{ভ} = \sqrt{\text{ক}^{২} - \text{ল}^{২}}$, এবং

(৩) $\text{ল} = \sqrt{\text{ক}^{২} - \text{ভ}^{২}}$।

উদাহরণ ১। কোন সমকোণিক ত্রিভুজের ভূমি ৪০ এবং কোটি ৩০ ফুট, তাহার কর্ণ পরিমাণ কত হইবে?

১ম নিয়মানুসারে।

```
 ৪০      ৩০
 ৪০      ৩০
-----   -----
১৬০০    ৯০০
 ৯০০
-----
২৫০০ (৫০ = কর্ণ ক গ।
২৫
-----
 ০০
```

১ম সূত্রানুসারে।

$\sqrt{\text{৪০}^{২} + \text{৩০}^{২}} = \text{৫০} = \text{ক গ}$।

২। কর্ণপরিমাণ ৬৫ এবং ভূমিপরিমাণ ৫৬ ফুট, কোটি কত হইবে?

৬৫ × ৬৫ = ৪২২৫। ৫৬ × ৫৬ = ৩১৩৬।

৪২২৫ — ৩১৩৬ = ১০৮৯ (৩৩ ফুট = কোটি খ গ।

```
      ৯
   -----
৬৩) ১৮৯
    ১৮৯
```

৩। একটা প্রাচীর ৩৩¾ ফুট উচ্চ, এবং তাহার নীচেই ১৮ ফুট বিস্তার একটী খাল আছে, ন্যূন কল্পে কত ফুট লম্বা এক খানা মৈ হইলে তাহার উপর উঠিতে পারা যাইবে? উঃ। ৩৮¼ ফুট।

৪। একটী বর্গ ক্ষেত্রের এক পার্শ্বের পরিমাণ ১০০ গজ, তাহার কর্ণ রেখার পরিমাণ কত হইবে? উঃ। ১৪১.৪ গজ।

৫। একটী প্রাচীরের পার্শ্ব দিয়া একটা রাস্তা আছে। ঐ রাস্তার বিস্তার ৭ হাত। রাস্তার ধার হইতে ২ হাত অন্তরে ১৫ হাত দীর্ঘ এক খানা মৈ রাখিলে ঐ প্রাচীরের ঠিক উপরে লাগে। প্রাচীর কত হাত উচ্চ? উঃ। ১২ হাত।

৬। কোন সমবাহু ত্রিভুজের ভুজের পরিমাণ ১০ ফুট, তাহার লম্ব পরিমাণ কত হইবে? উঃ। প্রায় ৮ ফুট ৮ ইঞ্চ।

৭। কোন একটী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমিপরিমাণ ২৫ ফুট এবং ভুজদ্বয় প্রত্যেকে ৩২½ ফুট, তাহার লম্বপরিমাণ কত? উঃ। ৩০ ফুট।

৮। কোন বর্গ ক্ষেত্রের কর্ণপরিমাণ ১০ গজ, তাহার বাহুপরিমাণ কত হইবে? উঃ। ৭ গজ ০ ফুট ২½ ইঞ্চ।

৯। সমকোণিক ত্রিভুজের সমকোণপার্শ্ববর্ত্তী ভুজ দুইটীর পরিমাণ যদি ৩৩ হাত ও ৪৪ হাত হয়, তবে সমকোণ সম্মুখীন ভুজের পরিমাণ কত হইবে? উঃ। ৫৫ হাত।

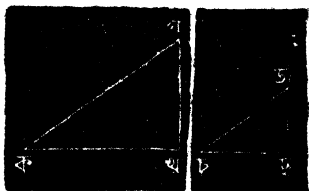
১০। এক দেওয়ালের ৩৫ ফুট অন্তর হইতে ৯১ ফুট লম্বা একটী বাঁশ ঠিক ঐ দেওয়ালের উপরিভাগে লাগান হইয়াছে, দেওয়ালটী কত উচ্চ? উঃ। ৮৪ ফুট।

১১। এক খানি সিঁড়ি ১০০ হস্ত উচ্চ একটী প্রাচীরের

সহিত লম্বভাবে সংলগ্ন হইয়া ঠিক্ তাহার মাথায় মাথায় ছিল; পরে যখন ঐ সিঁড়ির নিম্ন ভাগ ১০ হস্ত সরান হয়, তখন তাহার অগ্রভাগ প্রাচীরের কোন্ স্থানে সংলগ্ন ছিল স্থির কর? উঃ। প্রায় ১৯ ফুট ৬ ইঞ্চ।

২য় সম্পাদ্য।

যদি দুইটী সদৃশ ত্রিভুজ ক্ষেত্রের মধ্যে একটীর দুইটী বাহুর পরিমাণ নির্দ্দিষ্ট থাকে ও অপরটীর উক্ত নির্দ্দিষ্ট বাহুদ্বয়ের সবর্গীয় কোন বাহুর পরিমাণ জানা থাকে, তাহা হইলে অবশিষ্ট সবর্গীয় বাহুর পরিমাণ কিরূপে নির্ণয় হইবে।

নিয়ম। ক খ গ ও চ ছ জ দুই সদৃশ ত্রিভুজ এখন (৪৭ প্রতিজ্ঞানুসারে) ক খ : খ গ : : চ ছ : ছ জ, অথবা চ ছ : চ জ : : ক খ : ক গ।

উদা ১। যদি ৪ ফুট বাঁশ ভূমিতে লম্ব ভাবে ধরিলে তাহার ছায়া ৫ ফুট হয়, তাহা হইলে যে বৃক্ষ বা মন্দিরের ছায়া ৮৩ ফুট তাহার উচ্চতা কত?

ছ জ রেখাকে বাঁশ ও খ গ রেখাকে মন্দির বলিয়া নির্দ্দেশ কর, আর চ ছ ও ক খ রেখাদ্বয়কে বাঁশ ও মন্দিরের ছায়ায় অনুরূপ বলিয়া বোধ কর। এইক্ষণে বাঁশের অগ্রভাগ জ ছায়ার শেষ সীমা চ সংযুক্ত কর, এবং মন্দিরের অগ্রভাগ গ ছায়ার শেষ সীমা ক সংযুক্ত কর; তাহা হইলে ক খ গ ও চ ছ জ সদৃশ ত্রিভুজ হইবে।

তাহাতে চ ছ : ছ জ : : ক খ : খ গ,

অর্থাৎ ৫ : ৪ : : ৮৩ : ৬৬$\frac{২}{৫}$

৪

---

৫) ৩৩২

অতএব মন্দিরের উচ্চতা = ৬৬$\frac{২}{৫}$ ফুট।

যদি চারিটী রাশি সমানুপাতিক হয়, তাহা হইলে তাহাদের অন্ত্য রাশি দুইটীর গুণফল, মধ্যম রাশি দুইটীর গুণফলের সমান হইবে।

সমানুপাতের এই ধর্ম্ম থাকাতে অনায়াসে সপ্রমাণ হইতেছে যে, মধ্যম রাশি দুইটীর গুণফলকে অন্ত্য রাশি দুইটীর অন্যতর দ্বারা ভাগ করিলে অপর অন্ত্য রাশিটী লব্ধ হয়; এবং অন্ত্য রাশি দুইটীর গুণফলকে মধ্যম রাশিদ্বয়ের অন্যতর দ্বারা ভাগ করিলে অপর মধ্যম রাশিটী লব্ধ হয়।

২। যদি একটী বর্গ ক্ষেত্রের বাহুর পরিমাণ ৫ ফুট এবং কর্ণের পরিমাণ ৭.০৭১ ফুট হয়, তবে যে বর্গ ক্ষেত্রের কর্ণের পরিমাণ ৪ ফুট, তাহার বাহুর পরিমাণ কত হইবে?

উঃ। প্রায় ২ ফুট ১০ ইঞ্চ।

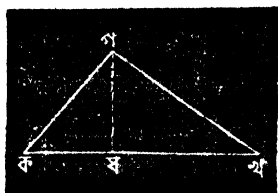
৩। চারি ফুট লম্বা এমত একটী বাঁশের ছায়া যদি ৩ ফুট হয়, তবে যে কীর্ত্তিস্তম্ভের ছায়ার পরিমাণ ১৫১$\frac{১}{২}$ ফুট, তাহার উচ্চতা কত? উঃ। ২০২ ফুট।

৪। দশ ফুট লম্বা এমত একটা যষ্টির ছায়া যদি ৭ ফুট হয়, তবে যে সকোণসূচীর ছায়া ১৪০ ফুট, তাহার উচ্চতা কত? উঃ। ২০০ ফুট।

৫। ৩½ হাত মানুষের ছায়া ৫¼ হাত, আর একটী বাটীর ছায়া ৪৫ হাত, বাটীটী কত উচ্চ? উঃ। ৩০ হাত।

৩য় সম্পাদ্য।

কোন ত্রিভুজের বাহুদ্বয় এবং ভূমির পরিমাণ পরিজ্ঞাত আছে, তাহার লম্বপরিমাণ কত নির্ণয় করিতে হইবে।

ক খ গ একটী ত্রিভুজের খ গ, ক গ বাহুদ্বয় এবং ভূমি ক খ-র পরিমাণ নির্দ্দিষ্ট আছে, তাহার লম্ব গ ঘ-র পরিমাণ ধার্য্য করিতে হইবে।

নিয়ম। খ ঘ ও ঘ ক ভূমির দুই খণ্ডের প্রত্যেকের পরিমাণ কত অগ্রে নির্ণয় করিতে হইবে। যদি খ গ দুইটী বাহুর মধ্যে বৃহত্তর হয়, তাহা হইলে খ ঘ খণ্ডটীও দুই খণ্ডের মধ্যে বৃহত্তর হইবে। এইক্ষণে ভূমির সহিত বাহুদ্বয়ের যোগের যাদৃশ অনুপাত, অর্থাৎ ক খ : খ গ + গ ক, বাহুদ্বয়ের অন্তরের সহিত ভূমিখণ্ডদ্বয়ের বিয়োগের তাদৃশ অনুপাত, অর্থাৎ খ গ — গ ক : খ ঘ — ঘ ক; অথবা ক খ : খ গ + গ ক :: খ গ — গ ক : খ ঘ — ঘ ক। ভূমির খণ্ডদ্বয়ের বিয়োগফল সমুদায় ভূমির পরিমাণে যোগ করিয়া, তদর্দ্ধ লইলেই বৃহত্তর খণ্ড খ ঘ-র পরিমাণ নির্ণয় হইবে; আর ঐ বিয়োগফল ভূমিপরিমাণ হইতে অন্তর করিয়া তদর্দ্ধ লইলেই ক্ষুদ্র খণ্ডের (ক ঘ-র) পরিমাণ নির্ণয় হইবে। পরে ঐ ভূমির

অন্যতর খণ্ডের পরিমাণের বর্গ তৎসন্নিহিত সূক্ষ্ম কোণ-সংলগ্ন ভুজের বর্গ হইতে অন্তর করিলে যাহা হয়, তাহার মূল লম্বের পরিমাণ হইবে।

নিয়মান্তর। ত্রিভুজ ক্ষেত্রের দুই ভুজের পরিমাণের সমষ্টিকে, সেই ভুজদ্বয়ের পরস্পর বিয়োগফল দ্বারা গুণ করিয়া, গুণফলকে ভূমিপরিমাণ দ্বারা ভাগ করিলে যে ফল হইবে, তাহা ভূমি পরিমাণে যোগ করিলে তাহার অর্দ্ধেক ভূমির বৃহৎ অংশের পরিমাণ হইবে; এবং ঐ ফল ভূমি-পরিমাণ হইতে অন্তর করিলে, তদর্দ্ধ ভূমির ক্ষুদ্রাংশের পরিমাণ হইবে। এইক্ষণে প্রত্যেক ভুজ ও তৎসন্নিহিত ভূমিখণ্ড দ্বারা এক একটী সমকোণিক ত্রিভুজ ক্ষেত্র উৎপন্ন হইবে, তাহা হইলে ১ম সম্পাদ্যের ২য় নিয়ম দ্বারা গ ঘ লম্বের পরিমাণ নির্ণয় হইবে।

গ ঘ লম্বের পরিমাণ ব্যবহারিক জ্যামিতির ৩৭শ প্রক্রিয়ার দ্বারাও নির্ণয় হইতে পারে।

সূত্র। যদি ক খ, খ গ ও ক গ ক্রমশঃ অ, আ এবং ই অক্ষর দ্বারা নির্দ্দেশ করা যায়, তাহা হইলে উপরি উক্ত অনুপাতানুসারে,

(১) $খ ঘ — ঘ ক = \frac{অ^2 — ই^2}{অ}$, এতদ্দ্বারা

(২) $খ ঘ = \frac{1}{2} \left\{ অ + \frac{আ^2 — ই^2}{অ} \right\}$, এবং

(৩) $ঘ ক = \frac{1}{2} \left\{ অ + \frac{আ^2 — ই^2}{অ} \right\}$।

উদাঃ ১। কোন ত্রিভুজের ভুজপরিমাণ ৪২, ৪০ ও ২৬ ফুট। ইহার দীর্ঘতম বাহুর উপর পতিত লম্বের পরিমাণ কত হইবে?

কখ : খগ + গক :: খগ — গক : খঘ — ঘক, অর্থাৎ, ৪২ : ৬৬ :: ১৪ : ২২, এবং ½ (৪২–২২) = ১০ ফুট = ঘক। কিম্বা শেষসূত্রানুসারে

$$ঘক = \frac{১}{২}\left\{৪২ — \frac{৪০^২ — ২৬^২}{৪২}\right\} = ১০ \text{ ফুট, এবং}$$

$$গঘ = \sqrt{গক^২ — ঘক^২} = \sqrt{২৬^২ — ১০^২} = ২৪ \text{ ফুট।}$$

২। ভূমি ৩০ ফুট এবং দুই বাহু ক্রমশঃ ২৫ এবং ৩৫ ফুট এমত এক ত্রিভুজ নির্দ্দিষ্ট আছে, তাহার লম্বপরিমাণ কত নির্ণয় কর? উঃ। প্রায় ২৪ ফুট ৬ ইঞ্চ।

৩। কখগ ত্রিভুজের গখ ১৫ হাত, কগ ১৩ হাত ও কখ ১৪ হাত হইলে, গঘ লম্বের পরিমাণ কত? উঃ। ১২ হাত।

১৫ + ১৩ = ২৮। ১৫—১৩ = ২; ২ × ২৮ = ৫৬। ৫৬ ÷ ১৪ = ৪।

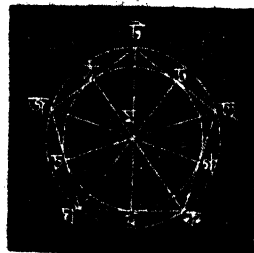
১৪—৪ = ১০; ১০ ÷ ২ = ৫ = কঘ।

১৪ + ৪ = ১৮; ১৮ ÷ ২ = ৯ = ঘখ।

$\sqrt{কঘ^২ — কগ^২}$ = গঘ, কিম্বা $\sqrt{৫^২ — ১৩^২}$ = ১২ = গঘ।

৪র্থ সম্পাদ্য।

একটী সমবাহুক ও সমকোণিক বহুভুজ ক্ষেত্রের বাহুর পরিমাণ নির্দ্দিষ্ট আছে, তাহার অন্তর্গত ও বহির্গত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ নির্ণয় করিতে হইবে।

কছটজঘ সমবাহুক বহুভুজের বাহুর পরিমাণ জানা আছে, উহার অন্তর্গত ও উপরি অঙ্কিত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ মখ ও মক-র পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। নিম্নলিখিত তালিকার বহুভুজের ভুজসংখ্যানুসারে, এই তালিকা হইতে অন্তর্গত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ পরিমাণ লইয়া, তাহা উক্ত বহুভুজের বাহুর পরিমাণ দ্বারা গুণ করিলে, উক্ত বহু ভুজের অন্তর্গত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ নির্ণয় হয় ; এবং সেই সংখ্যক ভুজের উপরি অঙ্কিত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ পরিমাণ লইয়া, উক্ত বহুভুজের বাহুপরিমাণ দ্বারা গুণ করিলে, ঐ বহুভুজের উপরি অঙ্কিত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধের পরিমাণ জানা যায়।

বহু ভুজসংক্রান্ত তালিকা।

বাহু সংখ্যা	আকার	অন্তর্গত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ-পরিমাণ।	বহির্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধের পরিমাণ।	ক্ষেত্রফল
৩	ত্রিকোণ	.২৮৮৭	.৫৭৭৩	.৪৩৩০
৪	চতুর্ভুজ বা বর্গ ...	.৫০০০	.৭০৭১	১.০০০০
৫	পঞ্চভুজ	.৬৮৮২	.৮৫০৬	১.৭২০৫
৬	ষড়ভুজ	.৮৬৬০	১.০০০০	২.৫৯৮১
৭	সপ্তভুজ	১.০৩৮৩	১.১৫২৪	৩.৬৩৩৯
৮	অষ্টভুজ	১.২০৭১	১.৩০৬৬	৪.৮২৮৪
৯	নবভুজ	১.৩৭৩৭	১.৪৬১৯	৬.১৮১৮
১০	দশভুজ	১.৫৩৮৮	১.৬১৮০	৭.৬৯৪২
১১	একাদশভুজ ...	১.৭০২৮	১.৭৭৪৭	৯.৩৬৫৬
১২	দ্বাদশভুজ ...	১.৮৬৬০	১.৯৩১৯	১১.১৯৬২

উদাহরণ ১। যে সমবাহুক ও সমকোণিক পঞ্চভুজ ক্ষেত্রের বাহুর পরিমাণ ৫ ফুট ১ ইঞ্চ, তাহার অন্তর্গত ও উপরি অঙ্কিত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধের পরিমাণ কত?

উঃ। প্রায় ৩ ফুট ৬ ইঞ্চ, এবং ৪ ফুট ৪ ইঞ্চ।

২। কোন সমবাহুক অষ্ট ভুজাকার পুষ্পোদ্যানের বাহুর পরিমাণ ২০৩½ গজ, উহার প্রত্যেক সম্মুখীন ভুজের মধ্য-স্থানে সংযোগ দ্বারা যে চারিটী রাস্তা উৎপন্ন হয়, সেই চারিটী রাস্তার দৈর্ঘ্যপরিমাণের সমষ্টি কত?

উঃ। ১৯৬৫.১৫৮৮ গজ।

৫ম সম্পাদ্য।

কোন বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধের পরিমাণ জানা থাকিলে, বৃত্তান্তর্গত সমচতুর্ভুজের বাহুর পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। ব্যাসার্দ্ধকে বর্গ করিয়া দ্বিগুণ কর, পরে তাহার বর্গ মূল লইলে সমচতুর্ভুজের বাহুর পরিমাণ হইবে।

উদাহরণ। যে বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ৪ হাত, তদন্তর্গত সম-চতুর্ভুজের বাহুর পরিমাণ কত? উঃ। প্রায় ৫.৬ হাত।

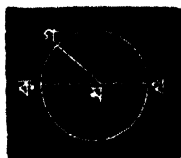
৬ষ্ঠ সম্পাদ্য।

কোন বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাসের পরিমাণ পরিজ্ঞাত থাকিলে পরিধির পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে, এবং পরিধির পরিমাণ পরিজ্ঞাত থাকিলে ব্যাসের পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম ১ম। ৭ : ২২ :: ব্যাস : পরিধি।

২২ : ৭ :: পরিধি : ব্যাস।

নিয়ম ২য়। ১ এর সহিত ৩.১৪১৬* এর যে অনুপাত, ব্যাসের সহিত পরিধির সেই অনুপাত।

৩.১৪১৬ এর সহিত ১ এর যে অনুপাত, পরিধির সহিত ব্যাসের সেই অনুপাত।

যদি ব অক্ষর দ্বারা ব্যাস, প অক্ষর দ্বারা পরিধি ও ত অক্ষর দ্বারা ৩.১৪১৬ রাশিটী নির্দ্দেশ করা যায়, তাহা হইলে নিম্ন সূত্রগুলি প্রাপ্ত হওয়া যাইবে।

যথা,—(১) প = ব × ত, এবং (২) ব = $\frac{\text{প}}{\text{ত}}$,

উদাঃ ১। যে বৃত্তের ব্যাস ১০ হাত, তাহার পরিধি কত?

প্রথম নিয়মানুসারে ৭ : ২২ :: ১০ : ৩১$\frac{৩}{৭}$

১০

৭) ২২০

পরিধি = ৩১$\frac{৩}{৭}$ হাত; কিম্বা ৩১.৪২৮৫৭ হাত।

দ্বিতীয় নিয়মানুসারে পরিধি = ৩১.৪১৬ হাত।

যদি গণনার অত্যন্ত সূক্ষ্মতা আবশ্যক না হয়, তাহা হইলে প্রথম নিয়মটী অবলম্বন করিতে হইবে; আর গণনার সূক্ষ্মতা আবশ্যক হইলে, দ্বিতীয় নিয়মটী অবলম্বন করিতে হইবে।

---

* যদি বৃত্তের ব্যাস এক সংখ্যাদ্বারা নির্দ্দেশ করা যায়, তাহা হইলে পরিধি ৩.১৪১৫৯২৬৫৩৫৮৯৭৯ &c. হইবে। অঙ্ক কসিবার সুবিধার নিমিত্ত কেবল ৪টী দশমিক অংশ গ্রহণ করা গেল।

২। যে বৃত্ত ক্ষেত্রের পরিধি ৫০ ফুট, তাহার ব্যাস কত?

প্রথম নিয়মানুসারে, ২২ : ৭ :: ৫০ : $\frac{৭ \times ৫০}{২২}$ = $\frac{৩৫০}{২২}$ = ১৫ $\frac{২০}{২২}$ = ১৫.৯০৯০ ফুট।

দ্বিতীয় নিয়ম বা সূত্রানুসারে, ব্যাস = $\frac{প}{ত}$ = ১৫.৯১৫৪ ফুট

৩। যদি পৃথিবীর ব্যাসের পরিমাণ ৭৯৫৮ মাইল হয়, তাহা হইলে পরিধির পরিমাণ কত?

উঃ। ২৫০০০.৮৫২৮ মাইল।

৪। যে গাড়ির চাকা ১ মাইল পথ অতিবর্ত্তন করিলে ৫০০ বার ঘুরে, তাহার ব্যাসের পরিমাণ কত?

উঃ। ৩ ফুট ৪.৩২ ইঞ্চ।

৫। যে বাষ্পীয় শকটের চাকার ব্যাস ৬ ফুট, তাহা এক হোরায় ৬০ মাইল পথ গমন করিলে এক সেকণ্ডে কতবার ঘুরিবে? উঃ। প্রায় ৪⅔ বার।

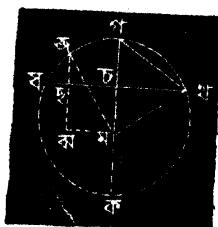
৬। চন্দ্রের পরিধিপরিমাণ ৬৮৫০ মাইল হইলে, উহার ব্যাসপরিমাণ কত হইবে? উঃ। ২১৮০.৪ মাইল।

৭। একটী ঘড়ীর কাঁটা ৩¼ মিনিটে ৫ ইঞ্চ সরিয়া যায়; কাঁটাটী কত লম্বা? উঃ। ১৪.৬৯ ইঞ্চ লম্বা।

৭ম সম্পাদ্য।

কোন বৃত্তচাপের জ্যা এবং শর জানা আছে, ঐ বৃত্তের ব্যাস ও চাপার্দ্ধের জ্যার পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

খ গ ঘ একটী বৃত্তের চাপ, উহার জ্যা খ ঘ ও শর গ চ-র পরিমাণ জানা থাকিলে, ব্যাস ক গ ও চাপার্দ্ধের

জ্যা খ গ-র পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। জ্যার পরিমাণ যত হইবে, তাহার অর্দ্ধেকের বর্গ করিয়া তাহাকে শর পরিমাণ দ্বারা ভাগ কর। পরে ভাগফলে শর-পরিমাণ যোগ করিলে ব্যাস পরিমাণ লব্ধ হইবেক। এবং ১ম সম্পাদ্যানুসারে প্রক্রিয়া করিলে চাপার্দ্ধের জ্যার পরিমাণ প্রাপ্ত হওয়া যায়।

যদি জ অক্ষর দ্বারা সমুদায় চাপের অর্দ্ধ জ্যা, চ দ্বারা চাপার্দ্ধের জ্যা, শ দ্বারা শর, আর ব দ্বারা বৃত্তের ব্যাস নির্দ্দেশ করা যায়, তাহা হইলে নিম্ন লিখিত সূত্রগুলি প্রাপ্ত হওয়া যাইবে। যথা,—

১ম। $ব = \frac{জ^২}{শ} + শ$, ২য়। $চ = \sqrt{জ^২ + শ^২}$,

৩য়। $ব = \frac{চ^২}{শ}$, ৪র্থ। $শ = \frac{চ^২}{ব}$, ৫ম। $চ = \sqrt{ব \times শ}$।

উদাঃ ১। যদি কোন চাপের জ্যার পরিমাণ ৪৮ ফুট ও শরপরিমাণ ১৮ ফুট হয়, তাহা হইলে ঐ চাপ যে বৃত্তের অংশ সেই বৃত্তের ব্যাসের পরিমাণ কত?

```
          ২৪ = ½ খ ঘ = খ চ
          ২৪
        ------
গচ = ১৮ ) ৫৭৬
        ------
          ৩২
          ১৮ = গ চ
          ---
          ৫০ ফুট = ক গ।
```

সুতরাং খ ম বা ব্যাসার্দ্ধ = ২৫ ফুট।

২। কোন চাপের জ্যার পরিমাণ ২৪০ ফুট ও শর ব উচ্চতার পরিমাণ ৩৪ ফুট হইলে, যে ব্যাসার্দ্ধ লইয়া ঐ চাপ অঙ্কিত হইয়াছে তাহার পরিমাণ কত হইবে?

১ম সূত্রানুসারে, ব্যাস $= \frac{১২০^২}{৩৪} + ৩৪ = ৪৫৭.৫৩$ ফুট।

সুতরাং ব্যাসার্দ্ধ $= ৪৫৭.৫৩ \div ২ = ২২৮.৭৬৫ =$ ২২৮ ফুট ৯ ইঞ্চ।

৩। যদি কোন চাপের জ্যার পরিমাণ ৪৮ ফুট এবং উচ্চতার পরিমাণ ৭ ফুট হয়, তাহা হইলে ঐ চাপার্দ্ধের জ্যার পরিমাণ কত হইবে?

২য় সূত্রানুসারে, চাপার্দ্ধের জ্যার পরিমাণ

$= \sqrt{জ^২ + শ^২} = \sqrt{২৪^২ + ৭^২} = ২৫$ ফুট।

৪। একটী বৃত্তাকার দূর্ব্বাক্ষেত্র আছে, তাহার ব্যাস-পরিমাণ ১০০, গজ, ঐ বৃত্তাকার ক্ষেত্রের মধ্য দিয়া একটী রাস্তা আছে এবং ঐ রাস্তার সহিত সমকোণিক হইয়া ব্যাসার্দ্ধের মধ্যস্থল দিয়া আর একটী রাস্তা গিয়াছে, এই শেষোক্ত রাস্তার পরিমাণ কত নির্ণয় করিতে হইবে।

১ম সূত্রটীর সমীকরণকে অবস্থানন্তর করিলে,

$জ = \sqrt{শ (ব - শ)} = \sqrt{২৫ (১০০ - ২৫)} = ৪৩.৩$ গজ।

ঐ রাস্তার পরিমাণ $= ৪৩.৩ \times ২ = ৮৬.৬$ গজ।

খ চ ম সমকোণিক ত্রিভুজ হইতেও উক্ত ফলটী প্রাপ্ত হওয়া যাইতে পারে।

৫। একটী সেতুর চাপার্দ্ধের জ্যার পরিমাণ ২৪ ফুট, এবং চাপের উচ্চতার পরিমাণ ১৬ ফুট হইলে, যে ব্যাসার্দ্ধ লইয়া ঐ চাপ অঙ্কিত হইয়াছে, তাহার পরিমাণ যত?

উঃ। ১৮ ফুট।

৮ম সম্পাদ্য।

বৃত্তের কোন চাপের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করিতে হইবে।

প্রথমতঃ। চাপে যত অংশ আছে তাহার পরিমাণ ও ব্যাসার্দ্ধের পরিমাণ নির্দ্দিষ্ট থাকিলে, নিম্ন লিখিত নিয়মটী অবলম্বন করিতে হয়। যথা,—

১ম নিয়ম। ১৮০°এর সহিত যেমন চাপাংশের অনুপাত, ব্যাসার্দ্ধের ৩.১৪১৬ গুণের সহিত উহার দৈর্ঘ্যের সেইরূপ অনুপাত।

প্রকারান্তর। বৃত্তের পরিধি স্থির করিয়া বৃত্তাংশের অংশপরিমাণ দ্বারা গুণ কর, পরে এই গুণফলকে ৩৬০ দ্বারা ভাগ করিলে ভাগফল বৃত্তাংশের দৈর্ঘ্যপরিমাণ হইবে।

দ্বিতীয়তঃ। সমুদায় চাপের এবং চাপার্দ্ধের জ্যার পরিমাণ নির্দ্দিষ্ট থাকিলে, নিম্ন লিখিত নিয়মটী অবলম্বন করিতে হয়। যথা,—

২য় নিয়ম। চাপার্দ্ধের জ্যার পরিমাণ যত হইবেক তাহাকে ৮ গুণ করিয়া, সেই গুণফল হইতে সমুদায় চাপের জ্যার পরিমাণ বিয়োগ কর; পরে বিয়োগফলের একতৃতীয়াংশ লইলেই চাপের দৈর্ঘ্যপরিমাণ প্রাপ্ত হওয়া যাইবে।

সূত্র। যদি ব্যাসার্দ্ধ অ অক্ষর দ্বারা, ১৮০° ব অক্ষর দ্বারা, চাপের অংশপরিমাণ চ অক্ষর দ্বারা, ৩.১৪১৬ ত অক্ষর

দ্বারা, এবং চাপের দৈর্ঘ্য দ অক্ষর দ্বারা নির্দ্দেশ করা যায় তাহা হইলে

$$দ = \frac{অ \times চ \times ভ}{ব}, \text{ এবং } অ = \frac{দ \times ব}{চ \times ভ}$$

উদাঃ ১। চাপ ৩০° এবং ব্যাসার্দ্ধ ৯ ফুট হইলে, চাপের দৈর্ঘ্য কত ?

১ম নিয়মানুসারে, ৩.১৪১৬
৯

১৮০ : ৩০ : : ২৮.২৭৪৪ : ৪.৭১২৪ ফুট।

১ম সূত্রানুসারে, দ বা চাপের দৈর্ঘ্য

$$= \frac{৯ \times ৩০ \times ৩.১৪১৬}{১৮০} = \frac{৩ \times ৩.১৪১৬}{২} = ৪.৭১২৪ \text{ ফুট।}$$

২। চাপ ৩০° এবং জ্যা ৯ ফুট ৫ ইঞ্চ হইলে, ঐ চাপ যে বৃত্তের অংশ, তাহার ব্যাসার্দ্ধের পরিমাণ কত ?

উঃ। দ্বিতীয় সূত্রানুসারে ব্যাসার্দ্ধ = প্রায় ১৮ ফুট।

৩। যদি সমুদায় চাপের জ্যা খ ঘ-র পরিমাণ ৪.৬৫৩৭৪ ফুট ও চাপার্দ্ধের জ্যা খ গ-র পরিমাণ ২.৩৪৯৪৭ ফুট হয়, তাহা হইলে চাপের দৈর্ঘ্য কত ?

দ্বিতীয় নিয়মানুসারে, ২.৩৪৯৪৭
৮

১৮.৭৯৫৭৬
৪.৬৫৩৭৪

৩)১৪.১৪২০২

চাপের দৈর্ঘ্য = ৪.৭১৪০০ ফুট।

৪। চাপ ১২° ১০´ বা ১২ $\frac{১^\circ}{৬}$ ও ব্যাসার্দ্ধ ১০ ফুট হইলে, ঐ চাপের দৈর্ঘ্য কত? উঃ। ১ম নিয়মানুসারে, ২.১২৩৪ ফুট।

সূত্র ৩য়। চাপ ৯০° অর্থাৎ বৃত্তের চতুর্থাংশের বেশী হইলে নিম্ন লিখিত সূত্রটী অবলম্বন করিতে হইবে। যথা.—

খ গ ঘ চাপের (পূর্ব্ব প্রতিকৃতি দেখ) চতুর্থাংশের জ্যা =

$$\sqrt{\tfrac{১}{২} ব \left(ব - \sqrt{ব^২ - চ^২} \right)}।$$

৫। যে গোল খিলানের জ্যা (খ ঘ) ৪৮ ফুট এবং উচ্চতা (গ চ) ১৮ ফুট, তাহার দৈর্ঘ্য কত?

৭ম সম্পাদ্যের ১ম ও ২য় সূত্রানুসারে ব = ক গ-র পরিমাণ = ৫০ ফুট; এবং চ = খ গ = ৩০ ফুট; এইক্ষণে উপরি উক্ত সূত্রানুসারে, খ গ ঘ চাপের চতুর্থাংশের জ্যা =

$$\sqrt{২৫ \left(৫০ - \sqrt{৫০^২ - ৩০^২} \right)} = ১৫.৮১১৩,$$ এবং

দ্বিতীয় নিয়মানুসারে, (১৫.৮১১৩ × ৮ — ৩০) ÷ ৩ = ৩২.১৬৩৫ ফুট = খ গ চাপ।

ইহার দ্বিগুণ ৬৪.৩২৭০ ফুট খ ঘ চাপের দৈর্ঘ্য।

এই প্রশ্নে কেবল দ্বিতীয় নিয়ম অবলম্বন করিয়া প্রক্রিয়া করিলে চাপের পরিমাণ ৬৪ ফুট হইবে, অর্থাৎ প্রকৃত পরিমাণ অপেক্ষা প্রায় ৪ ইঞ্চ ক্ষুদ্র হইবে।

৬। চাপ ৪৫ অংশ ও ব্যাস ৪ ফুট হইলে, ঐ চাপের দৈর্ঘ্য কত? উঃ। ১.৫৭০৮ ফুট

৭। বৃত্তাংশ ৩৪° ২০′ ও ব্যাস ৬ হাত হইলে, ঐ বৃত্তাংশের দৈর্ঘ্য কত? উঃ। ১.৭৯৭ হাত।

৮। বৃত্তের ব্যাস ৫ ফুট হইলে, তাহার ৪ ফুট পরিমিত চাপে কত অংশ থাকিতে পারে?

বৃত্তপরিধি ৩৬০ অংশের চাপ; সুতরাং প্রশ্নোল্লিখিত

বৃত্ত = ৫ × ৩.১৪১৬; ∴ ১° এরচাপ = $\frac{৫ \times ৩.১৪১৬}{৩৬০}$;

অতএব নির্দ্দিষ্ট চাপের অংশ সংখ্যা = ৪ ÷ ১° এর চাপ

= ৪ ÷ $\frac{৫ \times ৩.১৪১৬}{৩৬০}$ = ৯১.৬৭৩° = ৯১° ৪০′ ২২″।

৯। বৃত্তের ব্যাস ১৫ হাত হইলে, যে চাপের দৈর্ঘ্য ১৪ হাত, তাহার অংশ পরিমাণ কত? উঃ। ১০০° ১৬′ ২″।

৯ম সম্পাদ্য।

বৃত্তান্তর্গত কোন জ্যার প্রান্ত হইতে কিয়দ্দূর অন্তরে লম্ব উত্তোলন করিলে, তাহার পরিমাণ নির্দ্ধারিত করিতে হইবে।

খ ঘ জ্যার ঘ প্রান্ত হইতে (পূর্ব্ব প্রতিকৃতি দেখ) ঘ ছ দূরে ছ জ একটী লম্ব টানা হইয়াছে, ইহার পরিমাণ স্থির করিতে হইবে।

জ ছ বৃদ্ধি করিয়া ম ঝ-কে চ ছ-র সমান্তরাল করিয়া টান এবং ম জ সংযুক্ত কর। এইরূপে ম ঝ জ সমকোণিক ত্রিভুজে, জ ঝ² = ম জ² — ম ঝ², কিন্তু ম জ = ব্যাসার্দ্ধ

ও মঝ = চছ $\therefore$ জঝ^২ = $\left\{\frac{\text{ব্যাস}}{২}\right\}^২$—(চঘ—ছঘ)^২

মূলাকর্ষণ করিয়া,

জঝ = $\sqrt{\left\{\frac{\text{ব্যাস}}{২}\right\}^২ — (\text{চঘ} — \text{ছঘ})^২}$ = জছ + ছঝ

পক্ষানয়ন করিয়া,

জছ = $\sqrt{\left\{\frac{\text{ব্যাস}}{২}\right\}^২ — (\text{চঘ} — \text{ছঘ})^২}$ —চম $\because$ (চম = ছঝ)

= $\sqrt{\left\{\frac{\text{ব্যাস}}{২}\right\}^২ — (\text{চঘ} — \text{ছঘ})^২}$ — (মগ — গচ)

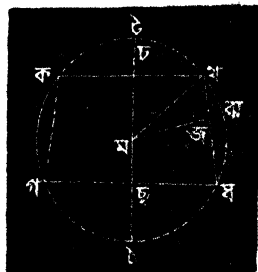
= $\sqrt{\left\{\frac{\text{ব্যাস}}{২}\right\}^২ — (\text{চঘ} — \text{ছঘ})^২}$ — মগ + গচ

= $\sqrt{\left\{\frac{\text{ব্যাস}}{২}\right\}^২ — (\text{চঘ} — \text{ছঘ})^২}$ — $\frac{\text{ব্যাস}}{২}$ + গচ

১০ম সম্পাদ্য।

যে মণ্ডলের সমান্তরাল দুইটী জ্যা কখ, গঘ এবং বিস্তার চছ পরিজ্ঞাত আছে, তাহার ব্যাস কত নির্ণয় করিতে হইবে।

সূত্র। যদি অ = ½ কখ = কচ, আ = ½ গঘ = গছ, প = চছ এবং ব = ব্যাস, টঠ = ২ × মখ বা ব্যাসার্দ্ধ, তাহা হইলে,

$ব = \sqrt{\left\{প^2 + ২(আ^2 + অ^2) + \left(\frac{আ^2 - অ^2}{প}\right)^2\right\}}$;

এবং $ক গ = খ ঘ = \sqrt{(প^2 + আ - অ^2)}$, আর

$জ ঝ = \frac{1}{2} ব - \frac{1}{2}\sqrt{\left\{(আ + অ)^2 + \left(\frac{আ^2 - অ^2}{প}\right)^2\right\}}$

উদাঃ ১ কোন বৃত্তাকার কটিবন্ধের দুইটী সমান্তরাল বাহুর পরিমাণ ৬ ও ৮ ফুট এবং বিস্তার ৭ ফুট হইলে, বৃত্তব্যাসের পরিমাণ কত হইবে?

ব বা ব্যাস $= \sqrt{\left\{৭^2 + ২(৪^2 + ৩^2) + \left(\frac{৪^2 - ৩^2}{৭}\right)^2\right\}}$

$= \sqrt{৪৯ + ৫০ + ১} = ১০$ ফুট।

২। উপরি উক্ত উদাহরণে খ ঘ জ্যার, এবং জ ঝ উচ্চতার পরিমাণ কত নির্ণয় কর?

১ম সূত্র দ্বারা ব্যাসের পরিমাণ নির্ণয় করিয়া ২য় ও ৩য় সূত্র অবলম্বন কর।

$খ ঘ = \sqrt{(৭^2 + ৪ - ৩)} = \sqrt{৪৯ + ১} = ৭.০৭$ ফুট,

এবং $জ ঝ = \frac{1}{2} ১০ - \frac{1}{2}\sqrt{\left\{(৪ + ৩)^2 + \left(\frac{৪^2 - ৩^2}{৭}\right)^2\right\}}$

$= ৫ - \frac{1}{2}\sqrt{৪৯ + ১} = ১.৪৬৫$ ফুট।

৩। মণ্ডলের দুইটী সমান্তরাল জ্যার পরিমাণ ৬ ও ৮ ফুট এবং বিস্তার ১ ফুট হইলে ব্যাস কত হইবে?

উঃ। ১০ ফুট।

৪। যে বৃত্তাকার কটিবন্ধের দুইটী সমান্তরাল জ্যার পরিমাণ ১৬ এবং ১২ ফুট, আর বৃত্তের ব্যাসের পরিমাণ ২০ ফুট, ঐ কটিবন্ধের বিস্তার কত? উ। ১৪ ফুট।

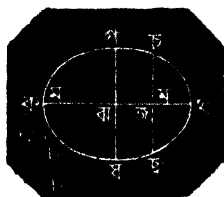
১১শ সম্পাদ্য।

কোন বৃত্তাভাস ক্ষেত্রের নিম্ন লিখিত চারিটী অংশের মধ্যে কোন তিনটীর পরিমাণ নির্দ্দিষ্ট থাকিলে, অবশিষ্টটীর পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

ক খ গরিষ্ঠ ব্যাস, গ ঘ লঘিষ্ঠ ব্যাস, জ ঝ এব্‌সিসা এবং চ জ অর্ডিনেট।

সূত্র। যদি গ অক্ষর দ্বারা গরিষ্ঠ ব্যাসার্দ্ধ ঝ খ, ল অক্ষর দ্বারা লঘিষ্ঠ ব্যাসার্দ্ধ গ ঝ, অ অক্ষর দ্বারা এব্‌সিসা এবং আ অক্ষর দ্বারা অর্ডিনেট নির্দ্দেশ করা যায়, তাহা হইলে,

$$অ = \frac{গ}{ল}\sqrt{ল^২ - আ^২},\quad আ = \frac{ল}{গ}\sqrt{গ^২ - অ^২},$$

$$গ = \frac{ল \times অ}{\sqrt{ল^২ - আ^২}},\ এবং\ ল = \frac{গ \times আ}{\sqrt{গ^২ - অ^২}}\ ;\ আর$$

কেন্দ্র হইতে অধিশ্রয়ের অন্তর ঝম $= \sqrt{গ^২ - ল^২}$।

উদাঃ ১। যে বৃত্তাভাস ক্ষেত্রের গরিষ্ঠ ব্যাস ৩০ ফুট, লঘিষ্ট ব্যাস ২০ ফুট, এবং এব্‌সিসা ৩ ফুট, তাহার অর্ডিনেটের পরিমাণ কত? দ্বিতীয় সূত্রানুসারে,

অর্ডিনেট চ জ $=$ আ $\frac{১০}{১৫}\sqrt{১৫^২ - ৩^২} = ৯.৭৯৮$ ফুট।

২। গরিষ্ঠ ব্যাস ৭০ ফুট, লঘিষ্ঠ ব্যাস ৫০ ফুট এবং অর্ডিনেট ২০ ফুট হইলে, এব্‌সিসা কত হইবে?

উঃ। প্রথম সূত্রানুসারে, এব্‌সিসা জ ঝ = ২১ ফুট।

৩। গরিষ্ঠ ব্যাস, অর্ডিনেট এবং এব্‌সিসা ক্রমশঃ ১৮০, ১৬ ও ৫৪ ইঞ্চ হইলে, লঘিষ্ঠ ব্যাসের মান কত হইবে?

উঃ। ৪র্থ সূত্রানুসারে, লঘিষ্ঠ ব্যাস = ৪০ ইঞ্চ।

৪। লঘিষ্ঠ ব্যাসের মান ৫০ ফুট, অর্ডিনেট ২০ ফুট এবং এব্‌সিসা ২১ ফুট হইলে, গরিষ্ঠ ব্যাসের মান কত হইবে?

উঃ। তৃতীয় সূত্রানুসারে, গরিষ্ঠ ব্যাস = ৭০ ফুট।

৫। গরিষ্ঠ ব্যাস ক খ ১০০গজ, এবং লঘিষ্ঠ ব্যাস গ ঘ ৬০ গজ হইলে, ঝ কেন্দ্র হইতে ম অধিশ্রয় পর্য্যন্ত দূরত্বপরিমাণ কত হইবে? উঃ। শেষের সূত্রানুসারে ঝ ম = ৪০ গজ।

৬। পৃথিবীর নিরক্ষবৃত্তস্থ ব্যাসের পরিমাণ ৭৮৯৯ মাইল এবং মেরুস্থ ব্যাস ৭৯২৬ মাইল হইলে, যে বৃত্তাভাস পরিধি পৃথিবীর উভয় মেরু দিয়া গমন করে, তাহার দুই অধিশ্রয়ের দূরত্বপরিমাণ কত?

উ। ৬৫৪ মাইল; অথবা পৃথিবীর কেন্দ্র হইতে বৃত্তা-ভাসের অধিশ্রয় পর্য্যন্ত ৩২৭ মাইল।

১২শ সম্পাদ্য।

বৃত্তাভাস ক্ষেত্রের গরিষ্ঠ ও লঘিষ্ঠ ব্যাস-পরিমাণ জানা আছে, উহার পরিধিপরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

১ম নিয়ম। গরিষ্ঠ ও লঘিষ্ঠ ব্যাস দুইটীর সমষ্টির অর্দ্ধেককে ৩.১৪১৬ দিয়া গুণ কর। গুণফল পরিধিপরি-মাণের প্রায় সমান হইবে।

২য় নিয়ম। গরিষ্ঠ ও লঘিষ্ঠ ব্যাস সমষ্টির অর্দ্ধেকের সহিত তদুভয়ের বর্গ সমষ্টির অর্দ্ধেকের মূল যোগ করিয়া, সেই যোগফলের অর্দ্ধেককে ৩.১৪১৬ দিয়া গুণ করিলে, গুণফল পরিধি-পরিমাণের প্রায় সমান হইবে।

উদাঃ ১। যে বৃত্তাভাস ক্ষেত্রের গরিষ্ঠ ব্যাস ১৫ ফুট ও লঘিষ্ঠ ব্যাস ১০ ফুট, তাহার পরিধিপরিমাণ কত?

উঃ। প্রথম নিয়মানুসারে ৩৯ ফুট ৩$\frac{১}{৪}$ ইঞ্চ।

উঃ। দ্বিতীয় নিয়মানুসারে প্রায় ৩৯ ফুট ৭ ইঞ্চ।

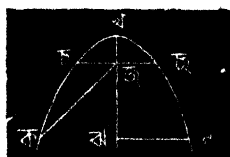
যদি গরিষ্ঠ ব্যাসের খ প্রান্ত হইতে খ জ অন্তরে জ চ একটী লম্ব উত্তোলন করা যায়, তাহা হইলে জ চ-র পরিমাণ নিম্নলিখিত সমানুপাতে নিরূপিত হইবে।

$\text{খ ঝ}^2 : \text{ঝ গ}^2 :: \text{খ জ} \times \text{জ ক} : \text{জ চ}^2$, সমানুপাতের নিয়মানুসারে $\text{খ ঝ}^2 \times \text{জ চ}^2 = \text{ঝ গ}^2 \times \text{খ জ} \times \text{জ ক}$,

$$\therefore \text{জ চ}^2 = \frac{\text{ঝ গ}^2}{\text{খ ঝ}^2} \times \text{খ জ} \times \text{জ ক}।$$

$$\text{অথবা}\quad \text{জ চ} = \frac{\text{ঝ গ}}{\text{খ ঝ}} \sqrt{\text{খ জ} \times \text{জ ক}}।$$

১৩শ সম্পাদ্য।

ক খ গ ক্ষেপণী ক্ষেত্র, জ অধিশ্রয়, এই ক্ষেত্রের চ ছ পারামিটার, খ ঝ এব্‌সিসা অর্থাৎ সর্ব্বাধিক বিস্তার ও ঝগ অর্ডিনেট অর্থাৎ তলার্দ্ধ রেখা; এই রেখাত্রয়ের মধ্যে কোন দুইটীর পরিমাণ জানা থাকিলে, অবশিষ্টটীর পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

যদি চ ছ পারামিটার প অক্ষর দ্বারা, খ ঝ এব্‌সিসা আ অক্ষর দ্বারা ও ঝ গ অর্ডিনেট অ অক্ষর দ্বারা নির্দ্দেশ করা যায়, তাহা হইলে সূত্রগুলি এই রূপে লিখিত হইতে পারে। যথা, আ $= \frac{অ^২}{প}$, অ $= \sqrt{প.আ}$, এবং প $= \frac{অ^২}{আ}$ ।

উদাঃ ১। ক খ গ ক্ষেপণী ক্ষেত্রের পারামিটার চ ছ ৫০ ফুট, এবং অর্ডিনেট ঝ গ ৬০ ফুট, তাহার এব্‌সিসা খ ঝ-র পরিমাণ কত? উঃ। ১ম সূত্রানুসারে

এব্‌সিসা বা আ $= \frac{অ^২}{প} = \frac{৬০^২}{৫০} =$ ৭২ ফুট।

যে রেখা বৃত্তাভাসের কেন্দ্র দিয়া না যাইয়া তাহার পরিধির উভয় পার্শ্বে সমাপ্ত হয়, এবং উহার ব্যাস দ্বারা সমদ্বিখণ্ড হয়, তাহাকে এই ব্যাসের ডবল বা দ্বিগুণ অর্ডিনেট কহে। আর বৃত্তাভাসের কেন্দ্র হইতে অর্ডিনেট পর্য্যন্ত দূরত্বপরিমাণকে এব্‌সিসা কহে।

বৃত্তাভাসের লঘিষ্ঠ ও গরিষ্ঠ ব্যাসের তৃতীয় অনুপাতীরকে পারামিটার কহে।

যে রেখার উভয় প্রান্ত ক্ষেপণী ক্ষেত্রের কুটিল রেখার দ্বারা সীমাবদ্ধ হয়, এবং যাহা কোন ব্যাস দ্বারা সমদ্বিখণ্ড হয়, তাহাকে এই ব্যাসের দ্বিগুণ অর্ডিনেট কহে। আর ব্যাসের যে অংশ অর্ডিনেট দ্বারা ছেদিত হয় তাহাকে এব্‌সিসা কহে।

২। যে ক্ষেপণী ক্ষেত্রের পারামিটার ১০ হাত ও অর্ডিনেট ৪ হাত, তাহার এব্‌সিসার পরিমাণ কত? উঃ। ১.৬ হাত।

৩। যে ক্ষেপণী ক্ষেত্রের এব্‌সিসা ৪ হাত এবং অর্ডিনেট ১০ হাত, তাহার পারামিটারের পরিমাণ কত?

উঃ। ২৫ হাত।

১৪শ সম্পাদ্য।

কোন ক্ষেপণী ক্ষেত্রের সর্ব্বাধিক বিস্তার ও তলার্দ্ধ রেখার পরিমাণ জানা আছে, তাহার চাপের দৈর্ঘ্যপরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

যদি অ অক্ষর দ্বারা তলার্দ্ধ রেখা ও আ দ্বারা সর্ব্বাধিক বিস্তার নির্দ্দেশ করা যায়, তাহা হইলে।

খ গ চাপার্দ্ধ = প্রায় $\sqrt{\frac{8}{3} আ^2 + অ^2}$

উদা ১। খ জ ৩ ফুট ও জ ছ ৬ ফুট হইলে, ক্ষেপণী ক্ষেত্রের চাপার্দ্ধ খ চ-র পরিমাণ কত?

উঃ। খ চ $= \sqrt{\frac{8}{3} ৩^2 + ৬^2} =$ ৬ ফুট ১১$\frac{১}{২}$।

২। যে ক্ষেপণী ক্ষেত্রের এব্‌সিসা ২ হাত ও অর্ডিনেট ৬ হাত, তাহার চাপার্দ্ধের পরিমাণ কত? উঃ। ৬.৪২৯১।

লীলাবতীর প্রশ্ন।

১। ভুজপরিমাণ ১২ হইলে কোটি এবং কর্ণ অকরণী* হয়, এমত কএক সমকোণিক ত্রিভুজ নির্দ্দেশ কর।

উঃ। ১৬, ২০। ৯, ১৫। ৩৫, ৩৭ ইত্যাদি।

২। কর্ণপরিমাণ ৮৫ হইলে ভুজকোটি অকরণী হয়, এমত কতিপয় সমকোণিক ত্রিভুজ নির্দ্দেশ কর।

উঃ। ৬১, ৫৮। ৪০, ৭৫।

৩। ভুজ কোটি এবং কর্ণ অকরণী হয়, এমত কতিপয় সমকোণিক ত্রিভুজ নির্দ্দেশ কর।

উঃ। ৩, ৪, ৫। ৫, ১২, ১৩। ১২, ১৬, ২০।

---

* যে রাশির মূল আকর্ষণ করিতে হইলে কোন ভাগশেষ না থাকে তাহাকে অকরণী কহে।

৪। ৩২ হাত উচ্চ একটা বাঁশ ভূমির উপর দণ্ডায়মান আছে, বায়ুর বেগে অকস্মাৎ কোন স্থলে ভগ্ন হওয়াতে, ভগ্নাংশ নত হইয়া পড়িয়া বাঁশের মূলের ১৬ হস্ত দূরে ভূমিসংলগ্ন হইল, এইক্ষণে মূল হইতে কত হাত উচ্চে ঐ বাঁশ ভগ্ন হইয়াছে? উঃ। ১২ হস্ত।

৫। ৯ হাত উচ্চ এক স্তম্ভের মূলে একটী সর্পের গর্ত্ত আছে। স্তম্ভের যত পরিমাণ তাহার তিন গুণ দূর হইতে সর্প গর্ত্তে আসিতেছে, এমন সময়ে স্তম্ভোপরি উপবিষ্ট এক ময়ূর তাহা দেখিয়া সর্পের উপরে আসিয়া পড়িল। যে স্থলে ময়ূর সর্পকে ধরিল, তাহা স্তম্ভাগ্র হইতে যত দূর, তথা হইতে প্রথম লক্ষ্য স্থানও তত দূর। এখন গর্ত্ত হইতে কত দূরে সর্প ধরা পড়িল? উঃ। ১২ হস্ত দূরে।

৬। একটী কমলকলিকা কোন হ্রদের গর্ভ হইতে উঠিয়া জলের উপর বিতস্তি পরিমাণ উন্নত ছিল, পরে, বায়ুর মন্দ মন্দ সঞ্চালনে ক্রমশঃ নত হইয়া দুই হস্ত দূরে গিয়া জলমগ্ন হইল। এইক্ষণে ঐ জল কত গভীর ছিল তাহা স্থির কর? উ। ৩$\frac{৩}{৪}$ হাত।

৭। কোন কীর্ত্তি স্তম্ভের তল হইতে এক শত হস্ত ঊর্দ্ধে দুই ব্যক্তি উপবিষ্ট ছিল, এবং সেই স্তম্ভের মূলের দুই শত হস্ত দূরে এক জলাশয়ের কূলে একটী বড় বোলমাছ নড়িতেছে দেখিয়া, ঐ দুই ব্যক্তির মধ্যে এক জন নামিয়া জলাশয়ে মাছের নিকট আসিল, অপর ব্যক্তি না নামিয়া স্তম্ভের উপর আরো কিয়দ্দূর পর্য্যন্ত সোজা উঠিয়া, কর্ণ পথে

ঐ মাছকে লক্ষ্য করিয়া একটী শর নিক্ষেপ করিল; কিন্তু দ্বিতীয় ব্যক্তির ঊর্দ্ধে উঠন ও শরটীর গমন পথ এতদুভয়ের সমষ্টি প্রথম ব্যক্তির গমন পথের সমান। এইক্ষণে দ্বিতীয় ব্যক্তি স্তম্ভের উপর কত দূর পর্য্যন্ত উঠিয়াছিল? উঃ। ৫০ হস্ত।

৮। কোন সমকোণিক ত্রিভুজের ভুজ ও কোটি পরিমাণের অন্তর ৭ এবং কর্ণপরিমাণ ১৩ হইলে, ভুজ কোটির পৃথক্ পৃথক্ পরিমাণ কত? উঃ। ৫, ১২।

৯। দুইটী বাঁশ পরস্পর ৫ হাত দূরে আছে, একটী ১৫ হস্ত উচ্চ অন্যটী ১০ হস্ত উচ্চ, উভয়ের অগ্র-সূত্র দ্বারা পরস্পরের মূলের সহিত সংযুক্ত হইলে, যে স্থলে দুই সূত্রের সম্পাত হইবে তাহার উন্নতি কত? উঃ। ৮ হাত।

১০। যে বৃত্তের ব্যাসপরিমাণ ২০০০, তাহার ভিতরে অঙ্কিত সমবাহুক ত্রিভুজের ভুজপরিমাণ কত? উঃ। ১৭৩২$\frac{১}{২০}$।

১১। ঐ রূপ বৃত্তমধ্যে অঙ্কিত সমবাহুক চতুর্ভুজের পরিমাণকত? উঃ। ১৪১৪$\frac{১৩}{৬০}$।

১২। ঐ রূপ বৃত্তমধ্যে অঙ্কিত সমবাহুক পঞ্চভুজ ও ষড়্ভুজের পরিমাণ কত? উঃ। ১১৭৫$\frac{১৭}{৩০}$, ১০০০।

১৩। ঐ রূপ বৃত্ত মধ্যে অঙ্কিত সমবাহুক সপ্তভুজ, অষ্টভুজ ও নবভুজ প্রত্যেকের পরিমাণ কত?

উঃ। ৮৬৭$\frac{৭}{১২}$, ৭৬৫$\frac{১১}{৩০}$, ৬৮৩$\frac{১৭}{২০}$।

১৪। বৃত্তের ব্যাসপরিমাণ ২৪০ হস্ত নিরূপিত আছে, এবং পরিধি সমান অষ্টাদশ অংশে বিভক্ত আছে, এইক্ষণে তাহার একাংশ, দুই অংশ, তিন অংশ ইত্যাদি নবাংশ পর্য্যন্ত পৃথক্ পৃথক্ চাপের জ্যার পরিমাণ কি হইবে?

উঃ। ৪২, ৮২, ১২০, ১৫৪, ১৮৬, ২০৮, ২২৬, ২৩৬, ২৪০।

তৃতীয় ভাগ।

ভূমিপরিমাণ।

ভূমি মাপিবার ধারা।

৫৭৬ বর্গ অঙ্গুলিতে	...	১ হাত
৫ বর্গ হাতে	...	১ কাঁচ্চা
২০ বর্গ হাতে বা ৪ কাঁচ্চায়	...	১ ছটাক /০
৪ ছটাকে ৮০ বর্গ হাতে বা ৫ বর্গ কাঠায়	...	১ পোয়া ।০
৪ পোয়াতে, ১৬ ছটাকে, বা ৩২০ হাতে	...	১ কাঠা /০
২০ বর্গ কাঠায় অথবা ৬৪০০ বর্গ হাতে	...	১ বিঘা ১/০
৩২৪ ইঞ্চতে	...	১ বর্গ হাত
১৪৪ বর্গ ইঞ্চে	...	১ বর্গ ফুট
৯ বর্গ ফুটে	...	১ বর্গ গজ
৪৮৪০ বর্গ গজে	...	১ একর
৬৪০ একরে	...	১ বর্গ মাইল
১৪৪০০ বর্গ ফুটে	...	১ বিঘা

১৬০০ বর্গ গজ বা ১৪৪০০ বর্গ ফুট } ... = ৬৪০০ বর্গ হস্ত = ১/ বিঘা

৭২০ বর্গফুট = ৩২০ বর্গ হস্ত = ৵১ কাঠা
৪৫ ঐ = ২০ ঐ = /০ ছটাক

বর্গ গজের নিয়ম এই যে, তিন ফুটে চলিত যে গজ, তাহার বর্গ হইলে অর্থাৎ দীর্ঘ প্রস্থে পূরণ করিলে (৩ × ৩ = ৯ ফুট) এক বর্গ গজ = ৪ বর্গ হস্ত।

অতএব ১৬০০ বর্গ গজ × ৯ = ১৪৪০০ বর্গফুট। আর কি বিঘাতে ৮০ হস্ত × ৮০ হস্ত = ৬৪০০ বর্গ হস্ত।

কি হস্তে ১॥০ দেড় ফুট, এই জন্য ৮০ হস্ত × ১॥০ ফুট = ১২০ ফুট। আর ১২০ × ১২০ = ১৪৪০০ বর্গ ফুটে ৬৪০০ বর্গ হস্ত হইল।

২।০ সওয়া দুই বর্গ ফুটে এক বর্গ হস্ত হয়, কারণ ১॥০ × ১॥০ = ২।০ সওয়া দুই। বর্গ ফুটকে বর্গ হস্ত করিতে হইলে, যত ফুট থাকিবে, তাহাকে চতুর্গুণ করিয়া ৯ দিয়া ভাগ করিতে হয়; এবং বর্গ হস্তকে ২।০ সওয়া দুই গুণ করিলে বর্গ ফুট নির্ণয় হয়। যেমন, ১ বিঘা অথবা ৬৪০০ বর্গ হস্ত × ২।০ = ১৪৪০০ বর্গ ফুট। এবং ১৪৪০০ বর্গ ফুট × ৪ = ৫৭৬০০, ৫৭৬০০ ÷ ৯ = ৬৪০০ বর্গ হস্ত = ১/০ বিঘা।

১ উদাহরণ। ইংরাজী ১ একর ভূমি বঙ্গদেশীয় কাঠাতে পরিবর্ত্তিত কর।

১ একর = ৪৩৫৬০ বর্গ ফুট; ইহাকে ১৪৪০০ ভাগ করিলে = ৩$\frac{৩৬০}{১৪৪০০}$ হয়। ৩৬০ বর্গফুট = অর্দ্ধ কাঠা।
∴ এক একর = ৩/০ বিঘা ॥০ কাঠা।

২। ইংরাজী ১ এক রূড ভূমি বঙ্গদেশীয় কাঠাতে পরিবর্ত্তিত কর।

এক রূড = ১০৮৯০ বর্গ ফুট, ১০৮৯০ × ৪ ÷ ৯ = ৪৮৪০ বর্গ হস্ত। ৪৮৪০ ÷ ৩২০ = ১৫ কাঠা + ৪০ অবশিষ্ট। ৪০ বর্গ হস্ত = ৵০ ছটাক।

∴ এক রূড = ৸০ কাঠা ৵০ ছটাক।

৩। ইংরাজী ১ পোল ভূমি বঙ্গদেশীয় কাঠাতে পরিবর্ত্তিত কর।

এক পোল = ২৭২$\frac{১}{৪}$ বর্গ ফুট, ২৭২$\frac{১}{৪}$ × ৪ ÷ ৯ = ১২১ বর্গ হস্ত। ১২১ ÷ ২০ = ।৶০ ছটাক ১ বর্গ হস্ত।

৪। ইংরাজী ১২৩ একর ২ রূড ৩৭ পোল ৩ গজে বঙ্গদেশীয় কত ভূমি হইবে ?

উঃ। ৩৭৪ বিঘা ।০ কাঠা ৸০ ছটাক ৯ হস্ত।

৫। বঙ্গদেশীয় ১/০ বিঘা ভূমি ইংরাজী একরে পরিবর্ত্তিত করিলে কত ভূমি হইবে ?

১ বিঘা = ৬৪০০ বর্গ হস্ত = ১৪৪০০ বর্গ ফুট। অতএব ঐ ১৪৪০০ বর্গ ফুট ইংরাজী বর্গ পরিমাণের মাপের হিসাবে = ১ রূড ১২ পোল ২৭ গজ।

৬। বঙ্গদেশীয় ১৭ বিঘা ।৪ কাঠা ।/০ ছটাকে ইংরাজী কত ভূমি হইবে ?

উঃ। ৫ একর ৩ রূড ৩ পোল ২৪ গজ ২$\frac{১}{৪}$ ফুট।

গণ্টরের চেইনের দ্বারা ভূমির মাপ হয়। ঐ চেইন ৪ পোল, কিম্বা ২২ গজ, অথবা ৬৬ ফুট দীর্ঘ, এবং ১০০ লিঙ্কতে বিভাজিত হওয়াতে প্রতি লিঙ্কের পরিমাণ

৭ ৯২/১০০ ইঞ্চ। ১ বর্গ চেইন প্রতি ৪৮৪ বর্গ গজ অথবা এক একরের দশাংশের একাংশ থাকে। এই মতে দশ বর্গ চেইনের কাত ৪৮৪০ বর্গ গজে এক একর হয়।

বঙ্গদেশীয় মাপ ইংরাজী মাপে পরিবর্ত্তিত।

বিঘা	কাঠা		একর	রূড্	পোল	গজ	ফুট	বর্গ ইঞ্চ
,,	/১ কাঠা	=			২	১৯	৪	৭২
,,	/২ ঐ	=			৫	৮	৬	১০৮
,,	/৩ ঐ	=			৭	২৮	২	৩৬
,,	/৪ ঐ	=			১০	১৭	৪	৭১
,,	।০ ঐ	=			১৩	৬	৬	১০৮
,,	॥০ ঐ	=			২৬	১৩	৪	৭২
১	বিঘা	=		১	১২	২৭	,,	,,
২	ঐ	=		২	২৫	২৩	৬	১০৮
৩	ঐ	=		৩	৩৮	২০	৪	৭২
৪	ঐ	=	১	১	১১	১৭	২	৩৬
৫	ঐ	=	১	২	২৪	১৪	,,	,,
১০	ঐ	=	৩	১	৮	২৮	,,	,,
২০	ঐ	=	৬	২	১৭	২৫	৬	১০৮
৩০	ঐ	=		৩	২৬	২৩	৪	৭২
৪০	ঐ	=	১৩	,,	৩৫	২১	২	৩৬
৫০	ঐ	=	১৬	২	৪	১৯	,,	,,
১০০	ঐ	=	৩৩	,,	৯	৭	৬	১০৮

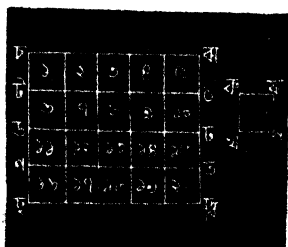
১ম সম্পাদ্য। সমচতুর্ভুজ, আয়ত, রম্বস ও রম্বৈড্ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল স্থির করিবার নিয়ম।

১ম নিয়ম। ক্ষেত্র সমচতুর্ভুজ হইলে, তাহার বাহুর পরিমাণকে বর্গ করিলে ক্ষেত্রফল স্থির হয়।

২য়। ক্ষেত্র রম্বস হইলে, ভুজপরিমাণকে লম্বপরিমাণ দ্বারা গুণ করিলে ক্ষেত্রফল স্থির হয়।

৩য়। ক্ষেত্র আয়ত হইলে, দৈর্ঘ্যপরিমাণকে প্রস্থ-পরিমাণ দ্বারা গুণ করিলে ক্ষেত্রফল স্থির হয়।

৪র্থ। ক্ষেত্র রম্বৈড্ হইলে, তাহার দীর্ঘ ভুজের সম্মুখীন কোণ হইতে তদুপরি লম্বপাত করিয়া, সেই ভুজ ও লম্বের পরিমাণকে পরস্পর গুণ করিলে ক্ষেত্রফল স্থির হয়।

যে ক্ষেত্র বা ভূমির দৈর্ঘ্য ১ হস্ত ও বিস্তার ১ হস্ত, তাহার ক্ষেত্রফল ১ বর্গহস্ত, অথবা তাহার কালি ১ হাত কহা যায়। ঐরূপ, যে ক্ষেত্র বা ভূমির দৈর্ঘ্য ১ অঙ্গুলি ও বিস্তার ১ অঙ্গুলি হইবে, তাহার ক্ষেত্রফল ১ বর্গ অঙ্গুলি হয়। যদি ক খ ও ক ঘ উভয় রেখার পরিমাণ ১ অঙ্গুলি করিয়া হয়, তাহা হইলে ক খ গ ঘ চিহ্নিত ক্ষেত্রটীর ক্ষেত্রফল ১ বর্গ অঙ্গুলি হইবে। চ ছ জ ঝ চিহ্নিত ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৫ অঙ্গুলি ও বিস্তার ৪ অঙ্গুলি হইলে

স্পষ্টই দেখা যাইতেছে যে, উহার ক্ষেত্রফল ২০ বর্গ অঙ্গুলি হইবে; কারণ উহাকে ক খ গ ঘ চিহ্নিত ক্ষেত্রের সমান ২০ টী ক্ষেত্রে বিভাগ করা যাইতে পারে। অতএব, স্পষ্ট প্রতীয়মান হইতেছে যে, সমচতুর্ভুজ বা আয়ত ভূমির ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইলে দৈর্ঘ্যকে বিস্তার দিয়া গুণ করিতে হয়।

ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য, বিস্তার ও ক্ষেত্রফল দ, ব ও ফ অক্ষর দ্বারা নির্দ্দেশ করিলে, সূত্রত্রয় এইরূপে লেখা যাইতে পারে। যথা, ফ = দ × ব, দ = $\frac{\text{ফ}}{\text{ব}}$, এবং ব = $\frac{\text{ফ}}{\text{দ}}$।

উদাহরণ ১। যে আয়ত ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৭ ফুট ও বিস্তার ৪ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে।
প্রথম সূত্রানুসারে ৭ × ৪ = ২৮ বর্গ ফুট = ক্ষেত্রফল।

২। যে সমচতুর্ভুজ ক্ষেত্রের ভুজ ১৮ ইঞ্চ তাহার ক্ষেত্রফল কত?

```
              ১৮
              ১৮
      ┌    │ ────
      │ ১২ │ ৩২৪
১৪৪ ┤    │ ────
      │ ১২ │ ২৭
      └    │ ────
```

ক্ষেত্রফল = ২$\frac{১}{৪}$ বর্গফুট।

৩। যে ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৭ ফুট ৮ ইঞ্চ ও বিস্তার ৩ ফুট ১০ ইঞ্চ, তাহার ক্ষেত্রফল কত?

৭ ফুট	৮ ইঞ্চ	
৩	১০	
২৩	০	
৬	৪	৮ অংশ
২৯	৪	৮

কোন ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ মিশ্র রাশির দ্বারা প্রকাশিত হইলে, সেই রাশিদ্বয়কে রৈখিক হাতে আনিয়া পরস্পর গুণ কর, গুণফল যত বর্গ হাত হইবে তত গণ্ডা ধরিয়া পরিবর্ত্তিত কর, করিলে যত পণ তত ছটাক, যত চোক তত পোয়া, যত কাহন তত কাঠা কালি হইবে; পরে কাঠাকে বিঘায় আনিলেই হইবে। যদি দৈর্ঘ্যে বা প্রস্থে বা উভয়েতেই ছটাক থাকে, তাহা হইলে উভয়কেই ছটাকে আনিয়া গুণ কর, গুণফল যত বর্গ ছটাক হইবে, তত কাক কালি ধরিয়া কড়ায় পরে গণ্ডায় আন, তৎপরে গণ্ডার সংখ্যাকে পূর্ব্ববৎ পরিবর্ত্তিত কর।

৪। যে ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ১॥২ ও বিস্তার ১॥০, তাহার ক্ষেত্রফল কত?

এখানে, ক্ষেত্রফল = ১॥২ × ১॥০ = ১২৮ হাত × ১২০ = ১৫৩৬০ বর্গ হস্ত = ৪৮ কাহন = ৪৮ কাঠা = ২।৩; কিম্বা ১৫৩৬০ বর্গহাত = ১৫৩৬০ গণ্ডা কালি; এখন ১৫৩৬০ গণ্ডাকে পণ, চোক, কাহনে আনিলেই হইবে। অথবা, ৬৪০০ বর্গ হাতে ১ বিঘা, ৩২০ বর্গ হাতে

১ কাঠা, ৮০ বর্গ হাতে ১ পোয়া, এবং ২০ বর্গ হাতে ১ ছটাক; অতএব ১৫৩৬০ কে ৬৪০০ দিয়া ভাগ করিলে, ভাগফল বিঘা এবং ভাগশেষ বর্গ হাত হইবে; পরে ভাগশেষকে ৩২০ দিয়া ভাগ করিলে ভাগফল কাঠা এবং ভাগশেষ বর্গ হাত হইবে, ইত্যাদি। যথা—

২০) ১৫৩৬০ গণ্ডা
———
৪) ৭৬৮ পণ ... ০ গঃ
———
৪) ১৯২ চোক ... ০ পঃ
———
২০) ৪৮ কাহন ... ০ চোঃ
———
২ বিঘা ... ৮ কাহঃ

অথবা ৬৪০০) ১৫৩৬০ (২ বিঘা
১২৮০০
———
৩২০) ২৫৬০ (৮ কাঠা
২৫৬০

অতএব উত্তর বিঃ ২। ৩ অর্থাৎ ২ বিঘা ৮ কাঠা।

ভুমির এত হাত দৈর্ঘ্য এত হাত বিস্তার কত কালি হইবে প্রশ্ন হইলে, যে কেবল বর্গহস্ত দ্বারা কালি নির্দ্দেশ করিতে হয় এমত নহে, বিঘা, কাঠা, ছটাক দ্বারা কালি নির্দ্দেশ করাই রীতি। এখন এক বর্গ বিঘাতে ৬৪০০ বর্গ হাত। যদি এক বর্গ হস্তকে ১ গণ্ডা ধরা যায়, তাহা হইলে ১ বিঘায় ৬৪০০ গণ্ডা হইবেক। কিন্তু ৬৪০০ গণ্ডার ২০ কাহন। সুতরাং ১ বিঘায় ২০ কাহন হইবে। তাহা হইলেই, ঐরূপ এক কাহনকে ১ কাঠা ও ১ পণকে ১ ছটাক ধরা যাইতে পারে। বর্গহস্ত

ধরিয়া কালি করিবার সময় যদি দৈর্ঘ্য ও বিস্তার বিঘা ও কাঠায় লিখিত থাকে, এবং কালি বর্গ হস্ত দ্বারা নির্দ্দেশ করিতে হয়, তাহা হইলে প্রথমতঃ বিঘা ও কাঠা প্রভৃতিকে রৈখিক হাতে পরিবর্ত্তিত করিতে হয়।

আর্য্যাতেই লিখিত হইয়াছে যে, ভূমি ৮০ হাত লম্বা হইলেই তাহাকে রৈখিক এক বিঘা কহে। যে ভূমির ৮০ হাত দৈর্ঘ্য ও ৮০ হাত বিস্তার, তাহার কালি এক বিঘা কহিয়া থাকে; সুতরাং ৮০ × ৮০ = ৬৪০০ বর্গ হস্ত হইলে এক বিঘা কালি অর্থাৎ এক বর্গ বিঘা হয়। পুনশ্চ, ৪ হাত লম্বা হইলেই এক কাঠা কহে; এবং এক বিঘা দৈর্ঘ্য ও এক বিঘা বিস্তার হইলে যেরূপ এক বিঘা কালি কহিয়া থাকে; এক কাঠা দৈর্ঘ্য ও এক কাঠা বিস্তার হইলে সেই রূপে ৪০০ বর্গ কাঠায় এক বর্গ বিঘা হইত; কারণ ২০ কাঠা দৈর্ঘ্য ও ২০ কাঠা বিস্তার হইলে এক বর্গ বিঘা অথবা এক বিঘা কালি হয়। কিন্তু রৈখিক ২০ কাঠায় যেমন রৈখিক ১ বিঘা ধরা যায়, তেমনি ২০ কাঠা কালিতেও ১ বিঘা কালি ধরা রীতি। সুতরাং ১ কাঠা কালির পরিমাণ ৬৪০০/২০ = ৩২০ বর্গ হস্ত হইল। তাহা হইলেই যে ভূমির ১ বিঘা দৈর্ঘ্য ও ১ কাঠা বিস্তার, তাহার কালি ১ কাঠা কহা যাইতে পারে; কারণ ৮০ × ৪ = ৩২০।

ক্ষেত্রফল স্থির করিবার সঙ্কেত শুভঙ্করের কাঠাকালি ও বিঘাকালির আর্য্যাতে পরিষ্কাররূপে নির্দ্দিষ্ট আছে। শুভঙ্করের কাঠাকালি ও বিঘাকালির সঙ্কেত এই ;—

কাঠা কালি। কাঠায় কাঠায় ধূলপরিমাণ।
বিংশতি * গণ্ডায় কাঠায় প্রমাণ।

বিঘাকালি। কুড়ো † বা কুড়োবা কুড়োবা লীজ্যে।
কাঠায় কুড়োবায় কাঠা লীজ্যে।
কাঠায় কাঠায় ধূলপরিমাণ।
বিংশতি গণ্ডায় কাঠার প্রমাণ।

নিয়ম ১ম। গুণকের প্রত্যেক শ্রেণীস্থ রাশি দ্বারা গুণ্যের প্রত্যেক শ্রেণীস্থ রাশিকে গুণ কর, এবং ঐ রাশিদ্বয়ের একটী অথবা উভয়টীই বিঘা হইলে ২য় নিয়মানুসারে গুণফল নির্ণয় করিয়া বামে লিখ, অন্যথা ৩য় নিয়মানুসারে গুণফল নির্ণয় করিয়া ডাইনে লিখ।

২য়। বিঘায় বিঘায় গুণ করিয়া বিঘা, বিঘায় কাঠায় গুণ করিয়া কাঠা, বিঘায় পোয়ায় পোয়া, বিঘায় ছটাকে ছটাক ইত্যাদি ধর।

৩য়। কাঠায় কাঠায় গুণ করিয়া যত তত গণ্ডা, কাঠায় পোয়ায় যত তত কড়া, কাঠায় ছটাকে যত তত কাক্, পোয়ায় পোয়ায় যত তত কাক্, পোয়ায় ছটাকে যত তত সিকি কাক্ বা ৫ তিল, ছটাকে ছটাকে যত তত সওয়া তিল।

৪র্থ। পোয়ায় পোয়ায় অথবা পোয়ায় ছটাকে গুণ না

* এই সঙ্কেত অবলম্বন করিয়া এ প্রদেশে জমির কালি স্থির হইয়া থাকে। পূর্ব্বে "দশ বিশ গণ্ডায়" বলা রীতি ছিল; এইক্ষণে শুভঙ্কর ব্যবসায়ী গুরুমহাশয়েরা প্রায় সকলেই বিশ গণ্ডায় বলিয়া থাকেন।

† কোন কোন অঞ্চলে বিঘাকে কুড়ো কহে।

করিয়া, পোয়া ও ছটাক্‌কে ছটাকে আনিয়া একবারে ছটাকে ছটাকে গুণ করা সুবিধা, এবং গুণফল যত হইবে তত বার সওয়া তিল ধরিয়া ডাইনে না লিখিয়া, তত কাক্‌ কালি ধরিয়া একবারে বামে লেখা সুবিধা। পরে তৃতীয় নিয়মানুসারে যে সকল গুণফল উৎপন্ন হইয়াছে, সেই সকলকে একত্র যোগ করিয়া যাহা হইবে, তাহার পণ প্রতি কাঠা, বুড়ি প্রতি পোয়া, গণ্ডা প্রতি ১৬ গণ্ডা, কড়া প্রতি ৪ গণ্ডা, কাক্‌ প্রতি গণ্ডা, প্রতি ৫ তিলে কড়া ধরিয়া বামের গুণফল সমূহে যোগ করিলেই যোগফল নির্ণেয় ক্ষেত্র-ফল হইবে।

উদাহরণ ৫ম। যে সমচতুষ্কোণ ভূমির দৈর্ঘ্য বিঘা ১১ ৷১৷৶ এবং প্রস্থ বিঘা ২৴৩৸৴ তাহার ক্ষেত্রফল কত?

```
১১৷ ১ ৷৶
 ২৴ ৩ ৸৴            ৴১৩
─────────
২২৴                  ১৷৴
 ১৴ ২               ৮৸৶
                   ─────
      ৸৶            ৶৩।
 ১ ৷ ৩
  । ৩৸৶
        ৫৷৶
   ৴৷ ৶১২
───────────
২৫ । ১৸৶১৭৷৶
```

১১ বিঃ × ২ বিঃ = ২২ বিঃ, ২ বিঘা × ১১ কাঠা = ২২ কাঠা = ১ বিঃ ২ কাঃ, ২ বিঃ × ৭ ছঃ = ১৪ ছ, বামে লিখ। পরে ৩ কাঠা × ১১ বিঃ = ৩৩ কাঠা = ১ বিঃ ১৩ কাঃ বামে লিখ। পরে ৩ কাঃ × ১১ কা = ৩৩ গণ্ডা = ১ পণ ১৩ গণ্ডা ডাইনে লিখ। পরে ৩ কাঃ × ৭ ছঃ = ২১ কাক্‌

= ১ গণ্ডা ৫ কাক্ ডাইনে লিখ। পরে ১৩ ছ × ১১ বিঃ = ১৪৩ ছঃ (১৪৩ পণ = ৮ কাহন ১৫ পণ, স্মুতরাং) ১৪৩ ছঃ = ৮ কাঃ ১৫ছঃ বামে লিখ। পরে ১৩ ছঃ × ১১ কাঠা = ১৪৩ কাক্ (১০০ পণে ৬ কাহন ৪ পণ, আর ৪৩ পণে ২ কাহন ১১ পণ, ৮ কাহন ১৫ পণ, স্মুতরাং ১৪৩ কাক্) = ৮ গণ্ডা ১৫ কাক্ ডাইনে লিখ। অবশেষে ১৩ ছঃ × ৭ ছঃ = ৯১ বর্গ ছটাক = ৯১ কাক্ কালি (৯১ পণ ৫ কাহন ১১ পণ, স্মুতরাং) ৯১ কাক্ = ৫ গণ্ডা ১১ কাক্ একবারে বামে লিখ। ডানিদিকের গুণফলগুলি যোগ করায় ৶৩৷ হইল, যাহার ২ পণে ২ কাঠা, ৩ গণ্ডার ৪৮ গণ্ডা ৵০ পণ ৮ গণ্ডা, ১ কড়ার ১ × ৪ = ৪ গণ্ডা ধরিলে ২ কাঠা আধ পোয়া ১২ গণ্ডা হয়, যাহাকে বামের গুণফল সমূহে যোগ কর।

উক্ত প্রক্রিয়া এরূপে আরও সংক্ষেপ করা যায়।

১১৷ ১ ।৵০	প্রথমে ২ বিঘা × ৭ ছঃ =
২ /৩৵০	১৪ ছ, ১৪ ছ, নামে, হাতে
২৩/ ২৸৵০	শূন্য। পরে ২ বি × ১১
২/ ১৸৵০	কা = ২২ কা, ১ বিঃ ২ কা;
৫।৵০	২ কাঠা নামে, হাতে ১
/ ২৶১২	বিঃ; ২ বিঃ × ১১ বি =
২৫ ।১৸৶ ১৭ ।৶	২২ বি আর ১ বি = ২৩
	বি। তৎপরে ঐরূপে ১১
	বি × ১৩ ছ, এবং ১১ বি

× ৩ কাঠা গুণ করিলে বি ২/১৸৶ হয়। (১১ বি ×

২ বি আর ধরা হইবে না, কারণ একবার ধরা হইয়াছে)। অবশিষ্ট প্রক্রিয়া পূর্ব্বের মত তাহা দৃষ্ট হইতেছে।

যে সমচতুষ্কোণ দৈর্ঘ্যে ১১ বিঘা ও প্রস্থে ২ বিঘা, তাহার কালি ২২ বর্গ বিঘা; যাহার দৈর্ঘ্য ১১ বিঘা কিন্তু প্রস্থ ২ কাঠা তাহার কালি বর্গ বিঘা না হইয়া ২২ কাঠা হইবে। ইহার যুক্তি ক্ষেত্র অঙ্কিত করিয়া দেখিলেই প্রতীত হইবে। ক খ গ ঘ একটী আয়ত ক্ষেত্র, ইহার দৈর্ঘ্য ১১ বিঘা, প্রস্থ ২ কাঠা। ইহার দৈর্ঘ্যকে ১১ ভাগ কর, তাহা হইলে প্রত্যেক খণ্ড দৈর্ঘ্যে ১ বিঘা ও প্রস্থে ২ কাঠা হইবে। এইক্ষণে ১ বিঘার রৈখিক পরিমাণ ৮০ হাত ও দুই কাঠার রৈখিক পরিমাণ ৪ হাত করিয়া ৮ হাত; অনন্তর প্রতি খণ্ডের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থপরিমাণ গুণ করিলে প্রতীয়মান হইবে যে, প্রত্যেকের কালি ২ কাঠা করিয়া সমুদায় ক্ষেত্রের কালি ২২ কাঠা হইবে; যথা ৮০ × ৮ = ৬৪০ = ২ বর্গ কাঠা, যেহেতু ৩২০ বর্গ হাতে এক কাঠা হয়। এক খণ্ডে দুই কাঠা হইলে ১১ খণ্ডে কাজে কাজেই ২২ কাঠা হইবে। এরূপে যে সমচতুষ্কোণের দৈর্ঘ্য ৬ বিঘা এবং প্রস্থ ৫ ছটাক, তন্মধ্যে ৬ × ৫ = ৩০টী বর্গ ছটাক হইবে। সুতরাং তাহার কালি ৩০ ছটাক ইত্যাদি। এই নিমিত্ত "কুড়োবা কুড়োবা কুড়োবা লীজ্যে, কাঠায় কুড়োবা, কাঠা লীজ্যে" অর্থাৎ বিঘায় বিঘায় বিঘা, বিঘায় কাঠায় কাঠা ইত্যাদি ধরিতে হয়।

অপর, যেহেতু ২০ গণ্ডায় ১ পণ, এবং ২০ ধূলে অর্থাৎ ২০ বর্গ কাঠায় ১ কাঠা কালি, এই নিমিত্ত যত বর্গ কাঠা

হয়, শুভঙ্কর ব্যবসায়ীরা লঘুকরণ সহজ হইবে বলিয়া তত গণ্ডা ধরিয়া পণে পরিবর্ত্তিত করেন, পরে যত পণ হয় তত কাঠা কালি ধরেন। যথা ৪ কাঠা × ১০ কাঠা কত কালি? ৪ × ১০ = ৪০ বর্গ কাঠা (বা ধূল) ৪০ গণ্ডায় ২ পণ, সুতরাং ২ কাঠা উত্তর। এই নিমিত্ত "কাঠায় কাঠায় ধূল পরিমাণ, বিংশতি গণ্ডায় কাঠার প্রমাণ" অথবা "কাঠায় কাঠায় যত তত গণ্ডা" এবং তত গণ্ডার "পণ প্রতি কাঠা" ধরিতে হয়। অপর, যেহেতু ২০ বর্গ কাঠায় ১ কাঠা কালি, অতএব ৫ বর্গ কাঠায় ১ পোয়া কালি, এই নিমিত্ত উল্লিখিত রূপ ৫ গণ্ডায় ১ পোয়া, বা "বুড়ি প্রতি পোয়া" ধরিতে হয়। ১ বর্গ কাঠায় ১৬ বর্গ হাত = ১৬ গণ্ডা কালি, এই নিমিত্ত "গণ্ডা প্রতি ১৬ গণ্ডা" (বা গণ্ডা প্রতি ১৬ তিল) হয়।

পূর্ব্ববৎ ক্ষেত্র অঙ্কিত করিয়া দেখিলে প্রতীয়মান হইবে যে, ৫ কাঠা × ৪ পোয়া = ২০ বর্গ পোয়া, ৩ কাঠা × ৭ ছ = ২১ বর্গ ছটাক, ইত্যাদি, এখন যে কারণে এক এক বর্গ কাঠাকে এক এক গণ্ডা ধরা যায়, সেই কারণেই এক এক বর্গ পোয়াকে এক এক কড়া ধরিতে হয়, কেননা ৪ বর্গ পোয়ায় ১ বর্গ কাঠা হয় এবং ৪ কড়ায় ১ গণ্ডা হয়; এবং ঐ হিসাবে এক এক বর্গ ছটাকে এক এক কাক্ ধরিতে হয়, কেননা ৪ কাকে ১ কড়া এবং ৪ টী বর্গ ছটাকেও ১ টী বর্গ পোয়া হয়, এই নিমিত্ত "কাঠায় পোয়ায় যত তত কড়া, কাঠায় ছটাকে যত তত কাক্" ইত্যাদি।

অপর, যেহেতু ১ বর্গ পোয়া = ৪ বর্গ হাত = ৪ গণ্ডা

কালি, এবং যত বর্গ পোয়া হয় তত কড়া ধরা যায়, এই নিমিত্ত "কড়া প্রতি ৪ গণ্ডা" ধরিতে হয়, এবং ঐ হিসাবে "কাক্ প্রতি গণ্ডা" ধরিতে হয় ইত্যাদি।

ক্ষেত্র অঙ্কিত করিয়া দেখ, যে সমচতুষ্কোণ দৈর্ঘ্যে ৮ বিঘা ৬ কাঠা ৭ ছটাক, এবং প্রস্থে ৪ বিঘা তাহার মধ্যে এই রূপ তিনটী সমচতুষ্কোণ হয়;—একটীর কালি ৪ বিঘা × ৮ বিঘা, আর একটীর কালি ৪ বি × ৬ কা, আর একটীর কালি ৪ বি × ৭ ছ। যদি প্রথমোক্ত সমচতুষ্কোণের প্রস্থ আর ৩ কাঠা বৃদ্ধি করা যায়, তাহা হইলে দৃষ্ট হইবে যে, সমুদায় বর্দ্ধিত সমচতুষ্কোণের মধ্যে ঐ তিনটী সমচতুষ্কোণ হইয়া আরও এই রূপ তিনটী সমচতুষ্কোণ হয়; একটীর কালি ৩ কা×৮ বি, আর একটীর কালি ৩ কা × ৬ কাঠা, আর একটীর কালি ৩ কা × ৭ ছ। অতএব বর্দ্ধিত সমচতুষ্কোণ ঐ ছয়টী সমচতুষ্কোণের সমষ্টি। কি নিমিত্ত গুণকের প্রত্যেক শ্রেণীস্থ রাশিদ্বারা গুণ্যের প্রত্যেক শ্রেণীস্থ রাশিকে গুণ করিতে হয়, তাহার যুক্তি এখন স্পষ্ট প্রতীয়মান হইয়েছে। ঐরূপ গুণ করিলে বস্তুতঃ কোন প্রস্তাবিত সমচতুষ্কোণকে কতকগুলি সমচতুষ্কোণে বিভাগ পূর্ব্বক প্রত্যেকের ক্ষেত্রফল পৃথক্ পৃথক্ করিয়া নির্ণয় করা হয়; পরে সেই ফলগুলির সমষ্টি লইলেই প্রস্তাবিত ক্ষেত্রের কালি লব্ধ হয়।

৬। যে জমির দৈর্ঘ্য ৫ হাত ২ অঙ্গুলি, বিস্তার ৪ হাত ৪ অঙ্গুলি, তাহার পরিমাণ কত বর্গ হস্ত?

৫ হাত, ২ অঙ্গুলি = ১২২ অঙ্গুলি,

৪ ঐ ৪ ঐ = ১০০ ঐ

সুতরাং, জমির পরিমাণ = ১২২ × ১০০ = ১২২০০ বর্গ অঙ্গুলি = $\frac{১২২০০}{৫৭৬}$ * বর্গহস্ত = ২১ $\frac{১০৪}{৫৭৬}$ বর্গহস্ত = ২১ $\frac{১৩}{৭২}$ বর্গহস্ত।

এই প্রশ্নটীর আর এক প্রকারে সমাধান করা যাইতে পারে। যথা,

হঃ—অঃ
৫—২
৪—৪
―――――
২০—৮
　২০ $\frac{৮}{২৪}$
―――――
২১—৪ $\frac{১}{৩}$

৭। একটী ঘরের মেজে ১৫ ফুট ১০ ইঞ্চ দীর্ঘ ও ৮ ফুট ৪ ইঞ্চ প্রস্থ; ঐ ঘরের মেজে কত ফুট কালি?

ফুঃ　ইঃ
১৫ — ১০
৮ — ৪
―――――
১২০ — ০
৬ — ৮
৫ — ৩$\frac{১}{৩}$
―――――
১৩১ — ১১$\frac{১}{৩}$

---

* সমচতুষ্কোণ ভূমির ক্ষেত্রফল স্থির করা যেমন, কাপড় ইত্যাদি অন্য অন্য সমচতুষ্কোণ সামগ্রীর পরিমাণ স্থির করাও সেই রূপ। এত হাত এত অঙ্গুলি দৈর্ঘ্য ও এত হাত এত অঙ্গুলি বিস্তার-এরূপ লিখিত থাকিলে অথবা উক্ত হইলে, প্রথমতঃ দৈর্ঘ্য ও বিস্তার উভয়কেই এক পরিমাণে আনিতে হয়, অর্থাৎ অঙ্গুলে পরিবর্ত্তিত করিতে হয়; তাহার পরে, ঐ দুয়ের গুণ করিলেই বর্গাঙ্গুলি ফল স্থির হয়। ঐ ফলকে, ২৪ × ২৪ = ৫৭৬ দিয়া ভাগ করিলেই কত বর্গহস্ত তাহা স্থির হয়।

সপকালি করিবার সময় ১৩ হাত লম্বা ও ১ হাত প্রস্থ হইলে ১ হাত ধরে।

" দীর্ঘে সপ যত হাত, প্রস্থ দিয়া পুর তাত।

তেরো দিয়া হরে আন, সপকালি তবে জান ॥"

৮। যে বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ৫০০ বর্গ হস্ত, তাহার বাহুর পরিমাণ কত?

এখানে, বর্গক্ষেত্রের বাহু = $\sqrt{\text{দৈর্ঘ্য} \times \text{বিস্তার}}$,

অর্থাৎ বর্গক্ষেত্রের বাহু = $\sqrt{৫০০}$ = ২২.৩৬০৭ ফুট = প্রায় ২২ ফুট ৪$\frac{১}{৩}$ ইঞ্চ।

৯। যে বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল এক একর, তাহার বাহুর পরিমাণ কত? উঃ। প্রায় ৬৯.৬ গজ।

১০। বর্গ ক্ষেত্রের পার্শ্ব সকল কত পরিমাণের হইলে, উহার ক্ষেত্রফল ২১২ দীর্ঘ ও ১৮৩ বিস্তৃত সমআয়ত ক্ষেত্রের সমান হইবে? উঃ। ১৬৯.০৪৪ হাত।

১১। এক ব্যক্তির ২৫০ হাত দীর্ঘ ৭২ হাত বিস্তৃত এক খণ্ড ভূমি ছিল, সে ৩০০ হাত দীর্ঘ এক খণ্ড সমান দরের ভূমির সহিত ঐ ভূমি বিনিময় করিল, তাহার নূতন ভূমির বিস্তার কত? উঃ। ৬০ হাত।

১২। যে উঠানের দৈর্ঘ্য ২৩ ফুট ও বিস্তার ১৪½ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ৩৭$\frac{১}{১৮}$ বর্গ গজ।

১৩। সকোণসূচীর ভূমি সমচতুরস্র হইলে, যদি তাহার পার্শ্বের পরিমাণ ৬৯৩ ফুট হয়, তাহা হইলে ঐ সকোণসূচী যে ভূমির উপর দণ্ডায়মান আছে, তাহার ক্ষেত্রফল কত একর? উঃ। ১১ একার ৪ পোল।

১৪। যে দীর্ঘিকা ৬$\frac{1}{4}$ একর ভূমি ব্যাপ্ত, তাহার এক দিকের পরিমাণ কত? উঃ। ১৭৩.৯২ গজ।

১৫। যদি কোন মেজেতে প্রস্তর বসাইবার খরচ প্রত্যেক বর্গ গজে ৪ সিলিং ১০ পেন্স পড়ে, তাহা হইলে যে ঘরের দৈর্ঘ্য ৪২ ফুট এবং প্রস্থ ২৩ ফুট ১০$\frac{1}{2}$ ইঞ্চ তাহাতে প্রস্তর বসাইতে কত ব্যয় হইবেক?

উঃ। ২৬ পাউণ্ড ১৮ সিলিং ৬$\frac{3}{4}$ পেন্স।

১৬। যে আয়ত ক্ষেত্রের পার্শ্বদ্বয়ের পরিমাণ যথাশ্ব ৩০০ হাত ও ২৭ হাত, তাহার সমান বর্গ ক্ষেত্রের এক পার্শ্বের পরিমাণ কত? উঃ। ৯০ হাত।

১৭। একটী চতুরস্র প্রাঙ্গনের পরিসর যদি ২৬ গজ ৫ ইঞ্চ হয়, এবং উহার ক্ষেত্রফল ৬৮৩ বর্গ গজ ২ ফুট ২৫ ইঞ্চ হয়, তাহা হইলে প্রাঙ্গনটী যে সমচতুরস্রাকার তাহা প্রমাণ কর। উঃ। উহার দৈর্ঘ্য ২৬ গজ ৫ ইঞ্চ।

১৮। এক খণ্ড গালিচার দৈর্ঘ্য ২৪ হাত ও প্রস্থ $\frac{1}{2}$ হাত; আর এক খণ্ড গালিচার দৈর্ঘ্য ৮ হাত; এখন ইহার প্রস্থ কত হাত হইলে পূর্ব্বোক্ত গালিচার সমান হইবে।

উঃ। ১$\frac{1}{2}$ হাত।

১৯। একটী কুঠরির পরিমাণ ২৬ ফুট × ৩৫ ফুট; ২ ফুট ৪ ইঞ্চ চৌড়া বহরের গালিচা কত গজ হইলে তাহাকে ঢাকিতে পারা যাইবে? উঃ। ১৩০ গজ।

২০। একটী সমচতুরস্র ঘরের দৈর্ঘ্য ১৮ ফুট ৯ ইঞ্চ,

যে মাছুর ২ ফুট ৩ ইঞ্চ চৌড়া তাহার কত গজ হইলে উহা আচ্ছাদিত হইবে? উঃ। ৫২ গজ ৩ ইঞ্চ।

২১। যদি উক্ত ঘর ১৩ ফুট ৪ ইঞ্চ উচ্চ হয়, আর উহার দেওয়াল কাগজে মুড়িতে হয়, তাহা হইলে যে কাগজ ১ ফুট ৪ ইঞ্চ চৌড়া তাহার কত গজ আবশ্যক হইবে?

উঃ। ২৫০ গজ।

২২। যদি দরওয়াজা প্রস্তুত করিবার মজুরি প্রতি বর্গ ফুটে ২ সিলিং ৩ পেন্স করিয়া পড়ে, তবে যে দ্বার ৭ ফুট ৩ ইঞ্চ লম্বা ও ৩ ফুট ৬ ইঞ্চ চৌড়া তাহার মজুরি কত হইবে? আর ঐ দরওয়াজার গলনের কালি কত?

উঃ। { মজুরি ২ পাউণ্ড ১৭ সিলিং ১ পেন্স।
কালি ২৫ $\frac{3}{8}$ বর্গ ফুট।

২৩। যে সমচতুষ্কোণ ভূমির কালি এক বিঘা ১৬ কাঠা ১৩ ছটাক এবং প্রস্থ ৯ কাঠা ৮ ছটাক, তাহার দৈর্ঘ্য কত? ৩ গণ্ডা ২ কড়া কালিকে বর্গ ফুট কর?

উঃ। ৩ বিঘা ১৭ কাঠা ৮ ছটাক। ৭ বর্গ ফুট ১২৬ ইঞ্চ।

২৪। ৩ বিঘা ১২ কাঠা দীর্ঘ এমন এক সমচতুষ্কোণ ভূমির মধ্যস্থলে একটী সমচতুরস্র পুষ্করিণী আছে, এবং ঐ পুষ্করিণীর প্রত্যেক পাড়ে যে জমি আছে তাহার প্রস্থ ।২৸৹ সাত কাঠা তিন পুয়া; ঐ পুষ্করিণীর জলকর কত এবং পাড় কত? উঃ। ৭ ৸৪।/১৬ ; ৪৸৪।/৮

২৫। "চারি হাত বর্গ' ও "৪ বর্গ হাত, ইহাদের অন্তর কত? উঃ। ১২ বর্গ হস্ত।

২৬। এক খণ্ড আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ১৩৭৫ লিঙ্ক প্রস্থ ৯ লিঙ্ক; উহাতে কত একর ভূমি আছে?

উঃ। ১ একর ১ রূড ৯ পোল।

২৭। যদি প্রতি বর্গ ফুটের মূল্য ৩ সিলিং ৬ পেন্স হয়, তবে যে ভূমির দৈর্ঘ্য ২৪ ফুট ৩ ইঞ্চ ও বিস্তার ৭ ফুট ৬ ইঞ্চ, তাহার দাম কত? উঃ। ৩১ পাঃ ১৬ সিঃ ৬৩/৪ পেঃ।

২য় সম্পাদ্য। ত্রিভুজ ক্ষেত্রের কালি।

১ম নিয়ম। ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইলে উহার যে দিক হয় এক দিক মাপ কর, এবং ঐ দিকের সম্মুখীন কোণ হইতে উহার উপর একটী লম্ব টানিয়া তাহার পরিমাণ স্থির কর; তাহার পরে, ঐ দুয়ের গুণফলের অর্দ্ধেক লইলেই ক্ষেত্রফল স্থির হইবে।

ক্ষেত্র সমকোণিক ত্রিভুজ হইলে ভুজপরিমাণকে কোটি পরিমাণ দ্বারা গুণ করিয়া যাহা হয়, তদর্দ্ধ লইলে ক্ষেত্রফল

বর্গ ক্ষেত্রের কর্ণ ব্যক্ত থাকিলে তাহার ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। কর্ণপরিমাণকে বর্গ করিয়া তাহার অর্দ্ধেক লইলেই ক্ষেত্রফল স্থির হয়।

যদি কোন বর্গ ক্ষেত্র বা রম্বসের দুইটী কর্ণ নির্দ্দিষ্ট থাকে, তাহা হইলে ঐ বর্গ ক্ষেত্র বা রম্বসের ক্ষেত্রফল এইরূপে নির্ণীত হইবে।

নিয়ম। কর্ণদ্বয়ের গুণফলের অর্দ্ধেক লইলেই ক্ষেত্রফল স্থির হয়।

স্থির হয়। যথা ক খ গ সমকোণিক ত্রিভুজের (১৮১ পৃষ্ঠার প্রতিকৃতি দেখ) খ গ কোটি দ্বারা ক খ গুণ করিয়া অর্দ্ধাংশ লইলে ক্ষেত্রফল স্থির হয়।

ক্ষেত্র সমকোণিক ত্রিভুজ না হইয়া অন্য কোন আকারের হইলে, লম্বাধার ভুজের পরিমাণকে লম্বপরিমাণ দ্বারা গুণ করিয়া যাহা হয় তদর্দ্ধ লইলে ক্ষেত্রফল স্থির হয়। যথা, ক খ গ সূক্ষ্মকোণিক ত্রিভুজ ক্ষেত্রের লম্ব গ ঘ দ্বারা ক খ গুণ করিয়া অর্দ্ধাংশ হইলে কালি হয়।

২য় নিয়ম। ত্রিভুজ ক্ষেত্রের তিনটী দিকের পরিমাণ জানা থাকিলেও ক্ষেত্রফল স্থির হইতে পারে। তিন দিকের পরিমাণ একত্রে যোগ করিয়া তাহার অর্দ্ধেক যাহা হইবে, তাহা স্বতন্ত্র করিয়া রাখ। তাহার পরে, ঐ অর্দ্ধেক হইতে প্রত্যেক দিকের পরিমাণ স্বতন্ত্র স্বতন্ত্র বিয়োগ করিলে যে তিনটী রাশি হইবে, সেই রাশিত্রয় ও ঐ অর্দ্ধেককে পরস্পর ধারাবাহিক গুণ করিয়া, গুণফলের বর্গ মূল স্থির কর। ঐ বর্গমূল ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল হইবে।

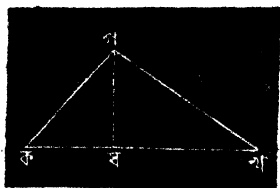
উদাহরণ ১। ক খ গ ত্রিভুজের ভূমি ক খ ৪২ ফুট এবং লম্ব গ ঘ ৩৩ ফুট; উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে?

প্রথম নিয়মানুসারে ৪২ × ৩৩ ÷ ২ = ৬৯৩; এবং ৬৯৩ ÷ ৯ = ৭৭ বর্গগজ।

২। কোন ত্রিভুজের ক্ষেত্রের ভুজ পরিমাণ যথাক্রমে ১৩, ১৪ এবং ১৫ ফুট, উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে?

দ্বিতীয় নিয়মানুসারে।

```
  ১৩            ২১
  ১৪             ৬
  ১৫           ----
-----          ১২৬
২ ) ৪২           ৭
-----          ----
  ২১           ৮৮২
                 ৮
               ----
               ১০৫৬
```

```
        ১০৫৬ ( ৮৪ বর্গকূট
         ৬৪
        ----
  ১৬৪ ) ৬৫৬
        ৬৫৬
```

ভুজ পরিমাণের সমষ্টির অর্দ্ধেক

```
          ২১   ২১   ২১
          ১৩   ১৪   ১৫
অবশিষ্ট  ---  ---  ---
           ৮    ৭    ৬
```

অতএব, ক্ষেত্রফল = ৮৪ বর্গ ফুট ÷ ৯ = ৯⅓ বর্গগজ।

৩। কোন ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ভুজপরিমাণ, ৩০, ৪০ ও ৫০ হস্ত, উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে?

এই উদাহরণে, ভুজপরিমাণের সমষ্টির অর্দ্ধেক = $\frac{৩০ + ৪০ + ৫০}{২}$ = ৬০ হস্ত;

৬০ − ৩০ = ৩০; ৬০ − ৪০ = ২০; ৬০ − ৫০ = ১০;

অতএব, ক্ষেত্রফল = $\sqrt{৬০ \times ৩০ \times ২০ \times ১০}$ বর্গহস্ত = $\sqrt{৩৬০০০০}$ বর্গ হস্ত = ৬০০ বর্গ হস্ত।

৪। কোন ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ভূমিপরিমাণ ৪০ ফুট, এবং কোটিপরিমাণ ৩০ ফুট হইলে, উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে? উঃ। ৬৬⅔ বর্গ গজ।

৫। যে ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ভুজপরিমাণ ২০, ৩০ এবং ৪০ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত হইবে? উঃ। ৩২.২৭ বর্গ গজ।

৬। যে ত্রিভুজ ক্ষেত্রের এক ভুজ ২৮৪, ও শীর্ষ কোণ হইতে তদুপরি লম্বপরিমাণ ১।০, তাহার ক্ষেত্রফল স্থির কর? উঃ। বিঘা ১৮১৮৶০।

৭। ৩২, ৪৮, ৬৪ হাত পরিমিত তিন ভুজবিশিষ্ট ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল অপেক্ষা, ১৫০ হাত দীর্ঘ ও ৪৫ হাত বিস্তৃত আয়ত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত গুরু বা লঘু?

উঃ। ৬০০৩.৪ ইঞ্চ বর্গহস্ত গুরু।

৮। যে সমকোণিক ত্রিভুজের কর্ণপরিমাণ ১০২½ ফুট, ও ভূমিপরিমাণ ১০০ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত?

উঃ। ১২৫ বর্গ গজ।

৯। যে ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ভূমিপরিমাণ ১২১ গজ এবং কালি এক একর, তাহার কোটিপরিমাণ কত? উঃ। ৮০ গজ।

১০। ক খ গ ত্রিভুজের ভূমি ক খ ৯৪৫ লিঙ্ক, এবং লম্ব গ ঘ ৪৮০ লিঙ্ক, উহার ক্ষেত্রফল কত?

উঃ। ২ একর ১ রুড ২ পোল।

১১। যদি এক একর ভূমির দাম ৩৭০ পাউণ্ড হয়, তাহা হইলে যে ত্রিকোণাকার ক্ষেত্রের ভুজপরিমাণ ১৪৬.৫, ১১৯.৫, এবং ৪২.৫ গজ তাহার মূল্য কত?

উঃ। ৪২১ পাঃ ১৩ শিঃ ১০ পেঃ।

১২। যে বর্গ ক্ষেত্রের কর্ণপরিমাণ ৬ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ১৮ বর্গফুট।

১৩। যে আয়ত ক্ষেত্রের কর্ণপরিমাণ ১০ ফুট এবং

একটী বাহুর পরিমাণ ৮ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত?

উঃ। ৪৮ বর্গ ফুট।

৩য় সম্পাস্থ। ট্রাপিজৈড্ ক্ষেত্রের কালি।

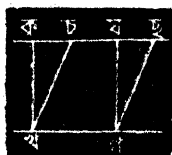
নিয়ম। ট্রাপিজৈডের যে দুই বাহু সমান্তরাল সেই বাহুদ্বয়ের সমষ্টিকে, তাহাদিগের অন্তর্গত লম্ব রেখার পরিমাণ দ্বারা গুণ করিলে যাহা হয়, তাহার অর্দ্ধেক লইলেই ক্ষেত্রফল স্থির হইবে।

সমান্তরাল ভুজদ্বয়ের মধ্যে একটীর প্রান্ত হইতে অপরটীর উপর লম্বপাত করিয়া, সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমষ্টির অর্দ্ধেককে লম্বদ্বারা গুণ করিলে গুণফল ক্ষেত্রের পরিমাণ হইবে।

উদাহরণ ১। ক খ গ ছ ট্রাপিজৈড্; খগ ও কছ দুইটী সমান্তরাল ভুজ পরস্পর ৭.৫ এবং ১২.২৫ ফুট, আর খগ ও কছ রেখাদ্বয়ের অন্তর গঘ ১৫.৪ ফুট, উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে?

১২.২৫
৭৫

১৯.৭৫
১৫.৪

৭৯০০
৯৮৭৫
১৯৭৫

ক্ষেত্রফল =

২) ৩০৪.১৫০ (১৫২.০৭৫ বর্গ ফুট।

২। যে ট্রাপিজৈড্ ক্ষেত্রের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের পরিমাণ ক্রমশঃ ২১ ফুট ৩ ইঞ্চ ও ১৮ ফুট ৬ ইঞ্চ, আর উহাদের অন্তর ৮ ফুট ৫ ইঞ্চ, তাহার ক্ষেত্রফল কত?

উঃ। ১৬৭ বর্গ ফুট, ৩′ ৪″ ৬‴।

৩। ক খ গ ছ ট্রাপিজৈড্ ক্ষেত্রে খ গ ও ক ছ দুইটী সমান্তরাল ভুজ যথাক্রমে ৪.৬ চেইন ও ৩ চেইন এবং গ ঘ ৬.০৩৭ চেইন, উহার ক্ষেত্রফল কত?

উঃ। ২ একর ১ রূড ৭ পোল।

৪। যে ট্রাপিজৈড্ ক্ষেত্রের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের পরিমাণ যথাক্রমে ৮০ এবং ৬০ লিঙ্ক এবং অন্তর ৮৪০ লিঙ্ক, তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ২ রূড ১৪ পোল।

৪র্থ সম্পাস্ত। ট্রাপিজিয়ম অর্থাৎ বিষম চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের কালি।

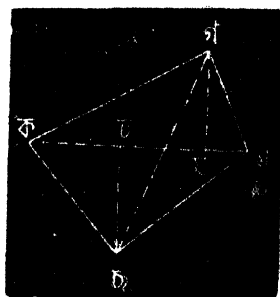
প্রথমতঃ। ট্রাপিজিয়ম ক্ষেত্রকে কর্ণ রেখা দ্বারা ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভাগ করিয়া, ঐ ত্রিভুজক্ষেত্রদিগের ক্ষেত্র-ফল, পূর্ব্বলিখিত দুই নিয়মের যে কোন নিয়মের দ্বারা স্থির করিয়া সমষ্টি করিলেই, ঐ ক্ষেত্রের বা ভূমির ক্ষেত্রফল স্থির হয়।

কিম্বা, কর্ণ রেখার উপর অপর দুইটী সম্মুখীন কোণ হইতে দুইটী লম্ব টানিয়া, ঐ দুই লম্বের সমষ্টিকে কর্ণ রেখা দ্বারা গুণ করিলে যে গুণফল প্রাপ্ত হওয়া যায়, তাহার অর্দ্ধেক লইলেই ক্ষেত্রফল স্থির হয়।

দ্বিতীয়তঃ। ট্রাপিজিয়ম ক্ষেত্রের সম্মুখীন দুইটী কোণ

যদি পরস্পর পরস্পরের ক্রোড়স্থ কোণ হয়, অর্থাৎ উভয়ের যোগে যদি দুই সমকোণ তুল্য হয়; তাহা হইলে উহার চারিটী বাহুর পরিমাণ যোগ করিয়া তার অর্দ্ধেক হইতে প্রত্যেক দিকের পরিমাণ স্বতন্ত্র স্বতন্ত্র বিয়োগ করিয়া যে চারিটী রাশি হইবেক, তাহাদের ধারাবাহিক গুণফলের বর্গ মূল স্থির কর। ঐ বর্গ মূল ট্রাপিজিয়মের ক্ষেত্রফল হইবেক।

উদাহরণ ১। ক গ খ ছ বিষম চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের কর্ণরেখা ক খ ৪২ হস্ত এবং গ ঘ ও চ ছ দুইটী লম্ব যথাক্রমে ১৮ ও ১৬ হস্ত। উহার ক্ষেত্রফল কত?

১৮
১৬
——
৩৪ সমষ্টি,
৪২
——
৬৮
১৩৬
———— ক্ষেত্রফল =
২) ১৪২৮ (৭১৪ বর্গহস্ত

উদাহরণ ২। ক গ খ ছ বিষম চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের ক গ, গ খ, খ ছ ও ছ ক যথাক্রমে ১৫, ১৩, ১৪ এবং ১২ হাত, এবং কর্ণরেখা ক খ ১৬ হাত। উহার ক্ষেত্রফল কত।

ক খ	১৬	ক খ	১৬
ক গ	১৫	খ ছ	১৪
গ ঘ	১৩	ছ ক	১২

২) ৪৪ সমষ্টি
২২ ২২ ২২ অর্দ্ধেক
১৬ ১৫ ১৩
৬ ৭ ৯
৭
৪২
৯
৩৭৮
২২
৭৫৬
৭৫৬

২) ৪২ সমষ্টি
২১ ২১ ২১ অর্দ্ধেক
১৬ ১৪ ১২
৫ ৭ ৯
৭
৩৫
৯
৩১৫
২১
৩১৫
৬৩০

$\sqrt{৮৩১৬}$ = ৯১.১৯২১। $\sqrt{৬৬১৫}$ = ৮১.৩৩২৬

ক গ খ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = ৯১.১৯২১

ক ছ খ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = ৮১.৩৩২৬

অতএব, ক গ খ ছ বিষম

চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল = ১৭২.৫২৪৭ বর্গ হস্ত।

৩। যে বিষম চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের চারিটী বাহু যথাক্রমে ২৪, ২৬, ২৮ ও ৩০ হস্ত এবং সম্মুখীন দুইটী কোণ পরস্পর পরস্পরের ক্রোড়স্থ কোণ, তাহার ক্ষেত্রফল কত?

উঃ। দ্বিতীয় নিয়মানুসারে ৭২৩.৯৮৯ হস্ত।

৪। কোন বিষম চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের দক্ষিণ দিকের পরিমাণ ২৭.৪০ চেইন, পূর্ব্ব দিকের পরিমাণ ৩৫.৭৫ চেইন, উত্তর দিকের পরিমাণ ৩৭.৫৫ চেইন, পশ্চিম

দিকের পরিমাণ ৪১.০৫ চেইন, এবং দক্ষিণ-পশ্চিম কোণ হইতে উত্তর-পূর্ব্ব কোণ পর্য্যন্ত অঙ্কিত কর্ণ রেখার পরিমাণ ৪৮.৩৫ চেইন, তাহার ক্ষেত্রফল স্থির কর?

উঃ। ১২৩ একর ১১.৮৬৫৬ পোল।

৫। যে বিষম চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের কর্ণ পরিমাণ ১০৮$\frac{১}{২}$ ফুট, এবং কর্ণের উপর পতিত দুইটী লম্বের পরিমাণ ৬৫$\frac{১}{৪}$ ও ৬০$\frac{১}{৪}$ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ৭৫৯$\frac{১}{২}$ বর্গ গজ।

৬। কোন বিষম চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের চারিটী ভুজপরিমাণ ১২, ১৩, ১৪ ও ১৫ হস্ত এবং সম্মুখীন কোণদ্বয় পরস্পর পরস্পরের ক্রোড়স্থ কোণ। উহার ক্ষেত্রফল কত?

উঃ। ১৮০.৯৯৭ হস্ত।

৭। ক গ খ ছ বিষম চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের ক গ-র পরিমাণ = ৩১৪ ফুট, গ খ-র পরিমাণ = ২৩২ ফুট, খ ছ-র পরিমাণ = ২২৮$\frac{১}{২}$ ফুট, ছ ক-র পরিমাণ = ২৬৬$\frac{১}{২}$ ফুট এবং ক খ কর্ণের পরিমাণ = ৪১৭$\frac{১}{২}$ ফুট, উহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ৭০৭২$\frac{৩}{৪}$ বর্গ গজ।

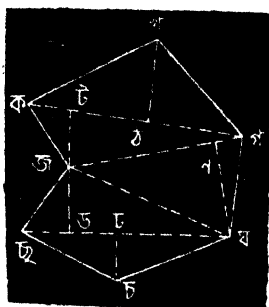
৮। ক গ খ ছ ট্রাপিজিয়ম ক্ষেত্রের কর্ণ ক খ = ২০ গজ, এবং ছ চ ও গ ঘ লম্ব দুইটী যথাক্রমে ৪.২ গজ ও ৩.৮ গজ; এইক্ষণে ঐ ক্ষেত্রটীতে পাথর বসাইতে হইলে কত বর্গ গজ পাথর লাগিবে? উঃ। ৮০ বর্গ গজ।

৫ম সম্পাদ্য। বিষম বহুভুজ ক্ষেত্রের কালি।

নিয়ম। বিষম বহুভুজ ক্ষেত্রকে ত্রিভুজ চতুর্ভুজাদি ক্ষেত্রে বিভক্ত করিয়া, তত্তৎ ক্ষেত্রের ফলজ্ঞাপক সূত্র

দ্বারা প্রত্যেকের ফল নির্ণয় পূর্ব্বক সমষ্টি করিলে কালি হইবে।

উদাহরণ ১ম। ক খ গ ঘ চ ছ জ বিষম বহুভুজ ক্ষেত্রের নিম্ন লিখিত কর্ণ ও লম্বের পরিমাণ নির্দ্দিষ্ট আছে, উহার ক্ষেত্রফল কত?

ক গ = ৫.৫
ছ ঘ = ৫.২
জ গ = ৪.৪
জ ট = ১.৩
খ ঠ = ১.৮
জ ড = ১.২
চ ঢ = ০.৮
ঘ ণ = ২.৩

১ মতঃ ক খ গ জ বিষম চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল সমাধান কর।

১.৩
১.৮
―
৩.১
৫.৫
―
১.৫৫
১৫.৫
―
১৭.০৫

২ মতঃ জ ঘ চ ছ বিষম চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল সমাধান কর।

১.২
০.৮
―
২.০
৫.২
―
১০.৪০

৩ মতঃ জ গ ঘ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সমাধান কর।

৪.৪
২.৩
―
১.৩২
৮.৮
―
১০.১২

১৭.০৫ = ২ কখগজ ক্ষেত্রের কালি।

১০.৪০ = ২ জঘচছ ঐ।

১০.১২ = ২ গজঘ ত্রিভুজের কালি।

২)৩৭.৫৭ = ২ কখগঘছজক বিষম বহুভুজের কালি।

১৮.৭৮৫ = কখগঘচছজ বিষম বহুভুজের কালি।

২। কখগঘজ পঞ্চকোণিক ক্ষেত্রের যদি কগ কর্ণের পরিমাণ ৪০ হাত এবং উহার উপর পতিত খঠ ও জট দুইটী লম্বের পরিমাণ ক্রমশঃ ৮ ও ৯ হাত, আর জগ কর্ণ ও তদুপরি পতিত ঘম লম্বের পরিমাণ ক্রমশঃ ৩৮ ও ৬ হাত হয়, তাহা হইলে ঐ পঞ্চকোণিক ক্ষেত্রের কালি কত? উঃ। ৪৫৪ হাত।

৩। কোন একটী বিষম বহুভুজ ক্ষেত্রের প্রথম ভুজের পরিমাণ ৪০ হাত, দ্বিতীয় ভুজ ১৩০ হাত, তৃতীয় ভুজ ৬০ হাত, চতুর্থ ভুজ ৭০ হাত, ও পঞ্চম ভুজ ৮০ হাত, এবং তাহার প্রথম ও পঞ্চম ভুজের অন্তর্ব্বর্ত্তী কোণ হইতে, দ্বিতীয় ও তৃতীয় ভুজের অন্তর্ব্বর্ত্তী কোণ পর্য্যন্ত যে রেখা টানা যায় তাহার পরিমাণ ১৫০ হাত, ও শেষোক্ত কোণ হইতে চতুর্থ ও পঞ্চম ভুজের অন্তর্ব্বর্ত্তী কোণ পর্য্যন্ত যে রেখা টানা যায় তাহার পরিমাণ ১২০ হাত। ক্ষেত্রটীর ক্ষেত্রফল কত স্থির কর। উঃ। ৭৬৬২.১ বর্গ হস্ত।

৬ষ্ঠ সম্পাদ্য। সমবাহু এবং সমকোণিক বহুভুজ ক্ষেত্রের কালি।

১ম নিয়ম। বহুভুজ ক্ষেত্রের সমুদায় দিকের পরিমাণ

একত্রে যোগ করিয়া, সেই যোগফলকে বহুভুজের কেন্দ্র হইতে তাহার কোন বাহুর উপর পতিত লম্বের পরিমাণের অর্দ্ধেকের দ্বারা গুণ কর, ঐ গুণফল সমবাহুক ও সমকোণিক বহুভুজের ক্ষেত্রফল হইবে।

২য় নিয়ম। ২য় ভাগ ৪র্থ সম্পাদ্যের নীচে বৃত্তান্তর্গত বহুভুজের ক্ষেত্রফলের যে তালিকা দেওয়া গিয়াছে, সেই তালিকা হইতে উল্লিখিত ক্ষেত্রফল লইয়া সমকোণিক ও সমবাহুক ক্ষেত্রের বাহুপরিমাণ দ্বারা তাহাকে গুণ কর, এই গুণফল সমকোণিক ও সমবাহুক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হইবে।

সূত্র। যদি ব অক্ষর দ্বারা বহুভুজের এক বাহু, যথা ছ ঝ নির্দ্দেশ করা যায়, বহুভুজের কেন্দ্র ম হইতে ছ ঝ বাহুতে পতিত ম ক লম্ব ল অক্ষর দ্বারা নির্দ্দেশ করা যায়, স অক্ষর দ্বারা বহুভুজের বাহুসংখ্যা নির্দ্দেশ করা যায়, এবং অ অক্ষর দ্বারা বহুভুজ যত সংখ্যক হইবেক সেই সংখ্যার (২ ভাগ ৪র্থ সম্পাদ্যের তালিকায় লিখিত) ক্ষেত্রফল ব্যক্ত করা যায়; তাহা হইলে,

$$\text{ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2}\,\text{স} \times \text{ল} \times \text{ব}, \quad \text{এবং ক্ষেত্রফল} = \text{অ} \times \text{ব}^2;$$

$$\text{আর ব} = \sqrt{\frac{\text{ক্ষেত্রফল}}{\text{অ}}} = \frac{\text{২ ক্ষেত্রফল}}{\text{স} \times \text{ল}} \text{ এবং ল} = \frac{\text{২ ক্ষেত্রফল}}{\text{স} \times \text{ব}}$$

বহুভুজের ক্ষেত্রফল, তাহার পরিমিতির আয়ত অথবা বাহু সকলের সমষ্টি ও বহুভুজের ভিতরে অঙ্কিত বৃত্তের কর্কটের অর্দ্ধেকের গুণফল তুল্য।

ম ক যদি অন্তর্গত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ হয়, তাহা হইলে ম ছ ঝ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = ছ ঝ × ½ ম ক।

এইক্ষণে বহুভুজ ক্ষেত্রের ম বিন্দু হইতে তাহার প্রত্যেক কোণে রেখা টানিলে প্রতীয়মান হইবে যে, ক্ষেত্রে যত বাহু আছে ততগুলি ত্রিভুজ ও তাহারা প্রত্যেকে ম ছ ঝ ত্রিভুজের সদৃশ হইবে; অতএব বহুভুজের ক্ষেত্রফল = বাহুসংখ্যা × ছ ঝ × ½ ম ক; কিম্বা বাহুসংখ্যা × ছ ঝ = পরিমিতি।

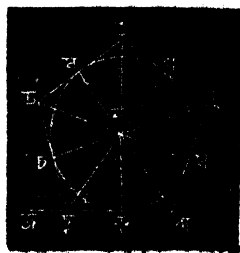
∴ বহুভুজের ক্ষেত্রফল = পরিমিতি × ½ ম ক।

উদাহরণ ১। যে সমবাহুক ও সমকোণিক পঞ্চভুজের ছ ঝ বাহুর পরিমাণ ২৫ ফুট ও তদুপরিস্থ ম ক লম্বের পরিমাণ ১৭.২০৫, তাহার ক্ষেত্রফল কত?

১ম নিয়মানুসারে।

১৭.২০৫
২৫ × ৫ = ১২৫ = সমুদায় বাহুর সমষ্টি।

৮৬০২৫
৩৪৪১০
১৭২০৫

২)২১৫০.৬২৫

ক্ষেত্রফল = ১০৭৫.৩১২ বর্গ ফুট।

২য় নিয়মানুসারে।

তালিকা অনুসারে পঞ্চ ভুজের

ক্ষেত্রফল = ১.৭২০৫

৬২৫ = ২৫²

৮৬০২৫

৩৪৪১০

১০৩২৩০

ক্ষেত্রফল = ১০৭৫.৩১২৫ বর্গ ফুট।

২। যে ষড়ভুজের বাহুর পরিমাণ ২০ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ১০৩৯.২৪ বর্গ ফুট।

৩। যে সমবাহুক ত্রিভুজের ভুজপরিমাণ ২০ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ১৭৩.২০ বর্গ ফুট।

৪। এক সমবাহুক অষ্টভুজের বাহুর পরিমাণ ২০ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ১৯৩১.৩৬ বর্গ ফুট।

৫। যে অষ্টভুজের বাহুর পরিমাণ ৪.৯৭০৫ ও তদুপরি পতিত লম্বের পরিমাণ ৬, তাহার ক্ষেত্রফল কত?

উঃ। ১১৯.২৯২।

৬। যে ষড়ভুজের বাহুর পরিমাণ ১৭ ফুট ৬ ইঞ্চ ও তদুপরি পতিত লম্বের পরিমাণ ১৮ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ১১৫২.৫ বর্গ ফুট।

৭। যে সমত্রিভুজের ভুজ এবং কোটি ৮ ও ৬ হাত, তাহার ভিতরে অঙ্কিত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধের পরিমাণ কত?

উঃ। ২ হাত।

৮। যে ত্রিভুজের ভূমি ১৮ হাত ও কর্ণ ৩০ হাত, তাহার ভিতরে অঙ্কিত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ কত? উঃ। ৬ হাত।

৯। যে তুল্যকোণিক ও সমবাহুক দশভুজের বাহুর পরিমাণ ২০ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত?

উঃ। ৩০৭৭.৬৮ বর্গ ফুট।

১০। যে সমবাহুক ও তুল্যকোণিক দশভুজের ক্ষেত্রফল ১৬ বর্গ ফুট, তাহার বাহুর পরিমাণ কত?

তৃতীয় সূত্রানুসারে, বাহু বা ব = $\sqrt{\frac{\text{ক্ষেত্রফল}}{\text{অ}}}$, অর্থাৎ,

$\sqrt{\frac{১৬}{৭.৬৯৪২}}$ = ১.৪৪২ ফুট = ১ ফুট ৫.৩ ইঞ্চ।

১১। ফি ফুট বেড়া দিতে ফুট করা ৪ সিলিং ৮ পেন্স খরচে যে সমবাহুক অষ্টভুজাকৃতি বাগানের বেড়া দিতে ৮৪০ পাউণ্ড পড়িয়াছে, তাহার অন্তর্গত ভূমিতে কঙ্কর দিতে কত ব্যয় হইবে, যদি খোয়া দিবার খরচ প্রতি বর্গ গজ পিছু ১০½ পেন্স হয়।

উঃ। ৪৭৫২ পাউণ্ড ১৯ সিলিং ১½ পেন্স।

৭ম সম্পাদ্য। বৃত্তক্ষেত্রের কালি।

কোন বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাস বা ব্যাসার্দ্ধ জানা আছে, উহার ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে।

১ম নিয়ম। ব্যাসকে বর্গ করিয়া তাহাকে ৩.১৪১৬ দিয়া গুণ করিলে, গুণফলের চতুর্থাংশ বৃত্তক্ষেত্রের কালি হইবে।

নিয়মান্তর। ব্যাসার্দ্ধের বর্গকে ৩.১৪১৬ দিয়া গুণ করিলে উহা বৃত্তক্ষেত্রের কালি হইবে। যদি গণনার অত্যন্ত সূক্ষ্মত আবশ্যক না হয়, তাহা হইলে ঐ বর্গকে ২২ দিয়া গুণ করিয়া ৭ দিয়া ভাগ করিলে কালি স্থির হইবে।

কোন বৃত্তক্ষেত্রের পরিধি পরিজ্ঞাত আছে, উহার ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে।

২য় নিয়ম। পরিধির বর্গকে .০৭৯৫৮ দিয়া গুণ করিলে বৃত্তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হইবে; কিম্বা পরিধিকে বর্গ করিয়া তাহার চতুর্থাংশকে ৩.১৪১৬ দিয়া ভাগ করিলে, ভাগফল বৃত্তক্ষেত্রের কালি হইবে।

নিয়মান্তর। পরিধি যত হইবেক, তাহার অর্দ্ধেকের বর্গ করিয়া, তাহাকে ৩.১৪১৬ দিয়া ভাগ কর। ভাগফল বৃত্তের ক্ষেত্রফল হইবে। যদি গণনার অত্যন্ত সূক্ষ্মতা আবশ্যক না হয়, তাহা হইলে, ঐ বর্গকে ৭ দিয়া গুণ করিয়া ২২ দিয়া ভাগ করিলেই পর্য্যাপ্ত হইবে।

কোন বৃত্তক্ষেত্রের পরিধি ও ব্যাস জানা আছে, উহার ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে।

৩য় নিয়ম। পরিধিকে ব্যাস দিয়া গুণ করিয়া, গুণফলের চতুর্থাংশ লও; উহা বৃত্তের ক্ষেত্রফল হইবে।

বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ও পরিধি অ ও প অক্ষর দ্বারা নির্দ্দেশ কর। আর ব্যাসের ৩.১৪১৬ গুণ পরিধি ত অক্ষর দ্বারা নির্দ্দেশ কর, তাহা হইলে এই সূত্রগুলি প্রাপ্ত হওয়া যাইবে। যথা—

ক বা ক্ষেত্রফল = ত × অ², এবং অ = $\sqrt{\frac{ক}{ত}}$;

আর ক্ষ = $\frac{প^2}{৪ \times ত}$ = ½ অ × প, এবং প = $\sqrt{৪ ক \times ত}$,

উদাহরণ ১ম। যে বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাসার্দ্ধ ৫ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত?

১ম নিয়মানুসারে ক্ষেত্রফল = ৩.১৪১৬ × ৫² = ৩.১৪১৬ × ২৫ = ৭৮.৫৪ বর্গ ফুট।

২য়। যে বৃত্তক্ষেত্রের পরিধি ১৩২ হাত, তাহার ক্ষেত্রফল কত?

সূক্ষ্মগণনা করিতে হইলে, ২য় নিয়মানুসারে,

ক্ষেত্রফল $\left\{\frac{১৩২}{২}\right\}^2$ ÷ ৩.১৪১৬ = $\frac{৬৬^2}{৩.১৪১৬}$ =

$\frac{৪৩৫৬}{৩.১৪১৬}$ = ১৩৮৬.৫৫ বর্গহস্ত।

স্থূল গণনা করিলে, ক্ষেত্রফল = $\left\{\frac{১৩২}{২}\right\}^2 \times \frac{৭}{২২}$ =

৬৬² × $\frac{৭}{২২}$ = ৪৩৫৬ × $\frac{৭}{২২}$ = $\frac{৩০৪৯২}{২২}$ = ১৩৮৬ বর্গহস্ত।

অতএব, স্থূল গণনা ও সূক্ষ্ম গণনায় বিস্তর প্রভেদ নাই।

৩য়। যে বৃত্তক্ষেত্রের পরিধি ৮০ হাত ও ব্যাস ২৫.৪৬৪ হাত, তাহার ক্ষেত্রফল কত?

এখানে ক্ষেত্রফল = $\frac{পরিধি \times ব্যাস}{৪}$ = $\frac{৮০ \times ২৫.৪৬৪}{৪}$

= ২০ × ২৫.৪৬৪ = ৫০৯.২৮ বর্গ হস্ত।

৪র্থ। যে বৃত্তক্ষেত্রের পরিধি ১০.৯১৫৬ গজ, তাহার ক্ষেত্রফল কত বর্গ ফুট? উঃ। ৮৬.৫৯৩৩।

৫ম। ৩৬, ৪৮ ও ৬০ হাত ভুজপরিমিত একটী ত্রিভুজ ক্ষেত্র, ৩০ হাত দীর্ঘ ও ২৮ হাত বিস্তৃত একটী বর্গ ক্ষেত্র, এবং ৩০ হাত ব্যাসবিশিষ্ট একটী বৃত্তক্ষেত্র, এই তিনটীর মধ্যে কোন্‌টীর ক্ষেত্রফল গুরু? উঃ। প্রথমটীর।

৬ঠ। যে বৃত্তক্ষেত্রের পরিধি ১৩২ হাত, তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ১৩৫৪.৭ বর্গহস্ত।

৭ম। যে বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাস ২৮ হাত এবং পরিধি ৮৮ হাত, তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ৬১৬ বর্গ হস্ত।

৮ম। যে বৃত্তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল এক একর, তাহার পরিধি কত? উঃ। ২৪৬ গজ ১ ফুট ১০$\frac{১}{৩}$ ইঞ্চ।

৯ম। যে সমচতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল ১৮ বর্গ হাত তদ্বহিস্থ বৃত্তের ব্যাস কত হইবে? উঃ। ৬ হাত।

ক ম খ বৃত্তখণ্ডের ক্ষেত্রফল = ক খ চাপ × $\frac{১}{২}$ ম ক; ∴ ক খ অংশ বৃত্তপরিধিতে যত বার ধারণ করে × ম ক খ-র ক্ষেত্রফল = ক খ অংশ বৃত্তপরিধিতে যত বার ধারণ করে × ক খ × $\frac{১}{২}$ ম ক, অর্থাৎ ক খ গ বৃত্তের ক্ষেত্রফল = ক খ গ পরিধি × $\frac{১}{২}$ ম ক।

অনুমান। যে বৃত্তের ব্যাস এক একক, যদি তাহার পরিধি ড অক্ষর দ্বারা নির্দ্দেশ করা যায়, তাহা হইলে ব্যবহারিক জ্যামিতির ৭৯তি প্রতিজ্ঞানুসারে,

ড : ক খ গ পরিধি : : ১ : ২ ম ক; ∴ ক খ গ পরিধি = ২ ড × ম ক; এবং পূর্ব্বোক্ত প্রক্রিয়া দ্বারা ক খ গ

বৃত্তের ক্ষেত্রফল = কখগ পরিধি × ½ মক = ২ত × মক × ½ মক = ত × মক²।

৮ম সম্পাদ্য। দুই ঐককেন্দ্রিক বৃত্তের পরিধির অন্তর্গত অঙ্গুরীয় আকারের ভূমির ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে।

১ম নিয়ম। বহির্বেষ্টন ও অন্তর্বেষ্টনের সমষ্টিকে বিস্তারের অর্দ্ধেক দ্বারা গুণ কর।

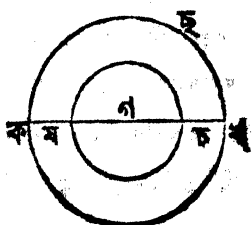
২য় নিয়ম। বহির্বৃত্তের ও অন্তর্বৃত্তের ব্যাস দুইটীর সমষ্টিকে তাহাদের বিয়োগফল দিয়া গুণ করিয়া গুণফলকে ·৭৮৫৪ দিয়া গুণ কর।

৩য় নিয়ম। বহির্বেষ্টন ও বিস্তারের গুণফল হইতে, ৩.১৪১৬ ও বিস্তারের বর্গের গুণফল বিয়োগ কর।

৪র্থ নিয়ম। অন্তর্বেষ্টন ও বিস্তারের গুণফল ৩.১৪১৬ ও বিস্তারের বর্গের গুণফল যোগ কর।

৫ম নিয়ম। বহির্বৃত্তের ও অন্তর্বৃত্তের ব্যাস দুইটীর বর্গের বিয়োগফলের চতুর্থাংশকে ৩.১৪১৬ দিয়া গুণ কর।

৬ষ্ঠ নিয়ম। বহির্বৃত্তের ও অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ দুইটীর বর্গের অন্তরকে ৩.১৪১৬ দিয়া গুণ কর; কিম্বা বহির্বৃত্তের ক্ষেত্রফল হইতে অন্তর্বৃত্তের ক্ষেত্রফল বিয়োগ কর।

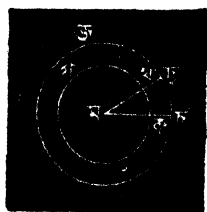
৭ম নিয়ম। বহির্বৃত্তের ও অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ দুইটীর সমষ্টিকে তাহাদের বিয়োগফল দিয়া গুণ করিয়া, গুণফলকে ৩.১৪১৬ গুণ করিলে অঙ্গুরীয় আকারের ভূমির ক্ষেত্রফল স্থির হইবে।

উদাহরণ ১। দুইটী ঐককেন্দ্রিক বৃত্তের ক খ ও ঘ চ ব্যাসদ্বয় ২০ ও ১২ ফুট, ঐ দুই বৃত্তপরিধির মধ্যগত অঙ্গুরীয় আকারের ভূমির ক্ষেত্রফল কত?

ক গ =	১০	৩.১৪১৬
ঘ গ =	৬	৬৪
যোগফল	১৬	১২.৫৬৬৪
বিয়োগফল	৪	১৮৮.৪৯৬
গুণফল	৬৪	২০১.০৬২৪ = ক্ষেত্রফল।

২। দুইটী ঐককেন্দ্রিক বৃত্তের ব্যাসদ্বয় যথাক্রমে ২০ ও ১০ হস্ত, ঐ দুইটী বৃত্তপরিধির মধ্যগত অঙ্গুরীয় আকারের ভূমির কালি কত? উঃ। ২৩৫.৬২ বর্গ হস্ত।

৩। যে অঙ্গুরীয় আকারের ভূমির বহির্বেষ্টনের ব্যাস ৬ ফুট ও অন্তর্বেষ্টনের ব্যাস ৪ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত।

উঃ। ১৫.৭০৮।

উদাহরণ ৪। যদি চ ছ জ ও ক খ গ দুই সমকেন্দ্রিক বৃত্তের বহির্বেষ্টন জ ছ চ ৬৬ হাত, অন্তর্বেষ্টন ক খ গ ৪৪ হাত এবং বিস্তার ক চ ৩½ হাত হয়, তবে ঐ বেষ্টনদ্বয়ের অন্তর্গত ভূমির কালি কত?

এখানে, ক্ষেত্রফল = (বহির্বেষ্টন + অন্তর্বেষ্টন) × $\frac{\text{বিস্তার}}{২}$

= (৬৬ + ৪৪) × $\frac{৭}{৪}$ = ১১০ × $\frac{৭}{৪}$ = $\frac{৭৭০}{৪}$ = ১৯২½ বর্গ হস্ত।

৫। একটী অঙ্গুরীয় আকার ক্ষেত্রের বহির্বেষ্টন ৮৮ হাত, অন্তর্বেষ্টন ৪৪ হাত এবং বিস্তার ৭ হাত, উহার ক্ষেত্রফল কত স্থির কর। উঃ। ৪৬২ বর্গ হস্ত।

৬। একটী বাষ্পীয় যন্ত্রের পিষ্টন প্রস্তুত করিতে হইবে যাহার ফাঁড়ের ক্ষেত্রফল ১১৯২ বর্গ গজ হইবে; এখন যদি ঐ পিষ্টনের ধাতু ১ ইঞ্চ পুরু হয়, তবে উহার অন্তর্ব্যাস ও বহির্বেষ্টনের পরিমাণ কত স্থির কর।

উঃ। { অন্তর্ব্যাসপ্রায় ৩৯ ইঞ্চ। বহির্বেষ্টন ১০ ফুট ৮$\frac{৬}{৭}$ ইঞ্চ।

৭। একটী গোলাকার মন্দিরের ভিত্তির চৌড়া ১ ফুট, ও অভ্যন্তরীণ মেজের পরিসর ৪৮ ফুট, উহার ভিত্তির কালি কত? উঃ। ১৫৩.৯৩৮৪ বর্গ ফুট।

৯ম সম্পাদ্য। কোন বৃত্তচ্ছেদকের ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে।

১ম নিয়ম। ব্যাসার্দ্ধকে বৃত্তচ্ছেদকের চাপের অর্দ্ধেক দিয়া গুণ করিলে ক্ষেত্রফল স্থির হয়; কিম্বা ব্যাসকে বৃত্তচ্ছেদকের পরিমাণ দিয়া গুণ করিয়া, গুণফলের চতুর্থাংশ লও; উহা বৃত্তচ্ছেদকের ক্ষেত্রফল হইবে।

২য় নিয়ম। ৩৬০ অংশের সহিত বৃত্তচ্ছেদকের চাপের পরিমাণগত অংশে যাদৃশ অনুপাত; বৃত্তের ক্ষেত্রফলের সহিত বৃত্তচ্ছেদকের ক্ষেত্রফল তাদৃশ অনুপাত।

সূত্র। ক অর্থাৎ ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২}$ অ $\times$ চাপ, এবং অ $= \frac{২ ক}{চাপ}$।

উদাহরণ। গ ক ঘ গ বৃত্তচ্ছেদকের ব্যাসার্দ্ধ ১০ হস্ত ও জ্যা ক খ ১৬ হস্ত, উহার ক্ষেত্রফল কত?

১০০ = ক গ²

৬৪ = ক চ²

৩৬ (৬ = গ চ

১০ = গ ঘ

৪ = চ ঘ

১৬ = চ ঘ²

৬৪ = ক চ²

৮০ (৮.৯৪৪২৭১৯ = ক ঘ

৮

৭১.৫৫৪১৭৫২

১৬

৩) ৫৫.৫৫৪১৭৫২

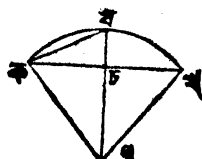
২) ১৮.৫১৮০৫৮৪ ক ঘ খ চাপ

৯.২৫৯০২৯৭ = চাপার্দ্ধ

১০ = ব্যাসার্দ্ধ

অতএব গকঘখ বৃত্তচ্ছেদকের ক্ষেত্রফল } = ৯২.৫৯০২৯৭ বর্গ হস্ত।

২। কোন বৃত্তচ্ছেদকের চাপের পরিমাণ ৯৬ অংশ এবং ব্যাস ৩ ফুট; উহার ক্ষেত্রফল কত?

.৭৮৫৪ = $\frac{১}{৪}$ ত (৩.১৪১৬ এর চতুর্থাংশ)
৯ = ৩^{২}

৭.০৬৮৬ = সমুদায় বৃত্তের ক্ষেত্রফল।

এইক্ষণে, ২য় নিয়মানুসারে, ৩৬০° : ১১° : : ৭.০৬৮৬, অতএব বৃত্তচ্ছেদকের ক্ষেত্রফল,

৩০° : ৮° : : ৭.০৬৮৬ : ১.৮৮৪৯৬ বর্গ হস্ত।

৩। যে বৃত্তচ্ছেদকের চাপ ২০ এবং ব্যাসার্দ্ধ ১০ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ১১$\frac{১}{৯}$ বর্গ গজ।

৪। একটী বৃত্তচ্ছেদকের চাপের জ্যা ১২ ফুট, এবং ব্যাসার্দ্ধ ১৮ ফুট, উহার ক্ষেত্রফল কত স্থির কর।

উঃ। ১১০ $\frac{১}{২৪}$ বর্গ ফুট।

৫। বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ২৮৯ ফুট হইলে ঐ বৃত্তের ১৮৭° ৩৭´ পরিমিত ছেদকের ক্ষেত্রফল কত হইবে?

উঃ। ১৫১৯৪ বর্গ গজ।

৬। যে বৃত্তচ্ছেদকের ব্যাসার্দ্ধ ২৫ ফুট এবং চাপের পরিমাণ ১৪৭° ২৯´, তাহার কালি কত স্থির কর।

উঃ। প্রায় ৮০৪.৪ বর্গ ফুট।

৭। যদি একটী বৃত্তচ্ছেদকের চাপের জ্যার পরিমাণ ২৪ ফুট ও চাপের শর বা উচ্চতা ৬ ফুট হয়, তাহা হইলে উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে? উঃ। ২০৮.৫৭২ বর্গ ফুট।

৮। যদি বৃত্তচ্ছেদক বৃত্তার্দ্ধ অপেক্ষা বৃহৎ হয়, ও তাহার জ্যার পরিমাণ ১২ ফুট এবং ব্যাসের পরিমাণ ১৫ ফুট হয়, তাহা হইলে উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে? উঃ। ১২৪$\frac{১}{২}$ বর্গ ফুট।

৯। কোন বৃত্তচ্ছেদকের ক্ষেত্রফল ৯ বর্গ ফুট এবং

ব্যাস ৫ ফুট ; ঐ বৃত্তচ্ছেদকের চাপের অংশপরিমাণ কত?

এখানে, সমুদায় বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= ৫^{২} \times .৭৮৫৪$;

$\therefore$ ১° পরিমিতি বৃত্তচ্ছেদকের ক্ষেত্রফল $= \dfrac{৫^{২} \times .৭৮৫৪}{৩৬০}$,

অতএব নির্দ্দিষ্ট বৃত্তচ্ছেদকের অংশপরিমাণ $=$ ৯ $\div$ ১° বৃত্তচ্ছেদকের ক্ষেত্রফল $= ৯ \div \dfrac{৫^{২} \times .৭৮৫৪}{৩৬০} =$ ১৬৫° ০′ ৪″।

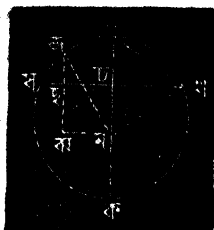
১০। যে বৃত্তচ্ছেদকের ক্ষেত্রফল ১৮ বর্গ ফুট, ও ব্যাস ৯ ফুট, তাহার অংশপরিমাণ কত? উঃ। ১০১° ৫১′ ৩২″।

১০ম সম্পাদ্য। কোন বৃত্তখণ্ডের ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে।

১ম নিয়ম। বৃত্তখণ্ডের চাপ দ্বারা যে বৃত্তচ্ছেদক হইতে পারে, তাহার ক্ষেত্রফল পূর্ব্ব সম্পাদ্যের দ্বারা সমাধান কর ; পরে বৃত্তখণ্ডের জ্যা ও বৃত্তচ্ছেদকের দুইটী ব্যাস দ্বারা যে ত্রিভুজ ক্ষেত্র উৎপন্ন হয়, তাহার কালি করিয়া পূর্ব্ব লব্ধ ক্ষেত্রফল হইতে বিয়োগ কর, বিয়োগফল বৃত্তখণ্ডের ক্ষেত্রফল হইবে।

২। বৃত্তখণ্ড সামিবৃত্ত অপেক্ষা বৃহৎ হইলে অবশিষ্ট বৃত্তখণ্ডের কালি নির্ণয় করিয়া সমুদায় বৃত্তের কালি হইতে বিয়োগ কর, বিয়োগফল উক্ত বৃহৎ খণ্ডের কালি হইবে।

উদাহরণ ১। ঘ জ গ খ চ ঘ বৃত্তখণ্ডের জ্যা ঘ খ-র পরিমাণ ১২ ফুট এবং ব্যাসার্দ্ধ গ ম বা খ ম ১০ ফুট হইলে, উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে?

এখানে, প্রথমে গ চ ও খ গ-র পরিমাণ স্থির কর, আর দ্বিতীয় ভাগের ৮ম সম্পাদ্যের দ্বারা ঘ গ খ চাপের দীর্ঘতার পরিমাণ নির্দ্দেশ কর। পরে ১ম নিয়মানুসারে ঘ গ খ বৃত্তখণ্ডের পরিমাণ স্থির করিতে হইবে, যথা ;—

$\text{চ ম} = \sqrt{\text{খ ম}^2 - \text{খ চ}^2} = \sqrt{১০^2 - ৬^2} = ৮,$

$\text{গ চ} = \text{গ ম} - \text{চ ম} = ১০ - ৮ = ২,$ এবং

$\text{খ গ} = \sqrt{\text{খ চ}^2 + \text{গ চ}^2} = \sqrt{৬^2 + ২^2} =$ ৬.৩২৪৫৫৫ ; এতদ্দ্বারা ঘ গ খ চাপের দীর্ঘতা

$= \frac{৬.৩২৪৫৫৫ \times ৮ - ১২}{৩} = \frac{৩৮.৫৯৬৪}{৩}$, এবং

১ম নিয়মানুসারে গ খ ঘ বৃত্তখণ্ডের পরিমাণ =

$\frac{1}{2}\left(\frac{৩৮.৫৯৬৪}{৩} \times ১০\right) - \frac{1}{2}(১২ \times ৮) = ১৬.৩২৭৪$

বর্গ ফুট।

২। গ খ ঘ ঙ বৃত্তখণ্ডের ঘ গ খ কুটিল রেখার পরিমাণ ৩৭° ও ব্যাসার্দ্ধ ২৪ ফুট হইলে, উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে? উঃ। ১২.৩ বর্গ ফুট।

৩। একটী বৃত্ত অঙ্কিত কর যাহার ব্যাসার্দ্ধ ৮; অনন্তর ১৫ ব্যাসার্দ্ধ লইয়া আর একটী বৃত্ত এরূপে অঙ্কিত কর যে, ইহার পরিধি পূর্ব্ব অঙ্কিত বৃত্তের কেন্দ্র দিয়া গমন

করে; এক্ষণে দুইটী বৃত্তের পরিধির অন্তর্গত স্থানের বর্গ পরিমাণ কত? উঃ। ৫৯.০৭।

৪। যে বৃত্তখণ্ডের শর-পরিমাণ ২ ফুট এবং জ্যা ২০ ফুট, তাহার কালি কত স্থির কর। উঃ। ২৬.৮৭৩১৮।

৫। একটী বৃত্তখণ্ডের শর ১৮ ফুট, এবং ব্যাস ৫০ ফুট, উহার ক্ষেত্রফল কত। উঃ। ৬৩৯.৬২৫।

৬। যদি একটী বৃত্তখণ্ডের জ্যার পরিমাণ ১৬ ফুট ও ব্যাসের পরিমাণ ২০ ফুট হয়, তাহা হইলে উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে। উঃ। ৪৪.৭২৯২।

৭। বৃত্তপরিধি ২৫ ফুট হইলে যদি বৃত্ত খণ্ডের চাপ ঐ বৃত্তের ষড়াংশ হয়, তাহা হইলে বৃত্ত খণ্ডের কালি কত?

উঃ। ১.৪৩১২ বর্গ ফুট।

৮। একটী বৃত্তখণ্ডের জ্যা ৪০ ফুট ও শর ৮ ফুট হইলে, উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে? উঃ। ২১৯.৭৩ বর্গ ফুট।

১১শ সম্পাদ্য। বৃত্তাকার মণ্ডলের ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে।

(দ্বিতীয় ভাগের ১০ম সম্পাদ্যের প্রতিকৃতি দেখ)

নিয়ম। মণ্ডলকে একটী বিষম চতুর্ভুজ ক্ষেত্রে বিভাগ কর, যথা ক খ ঘ গ। পরে ক খ ঘ গ বিষম চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল ও খ ক ঘ ও ক গ দুইটী বৃত্তখণ্ডের কালি, ৩য় ও ৯ম সম্পাদ্যের দ্বারা সমাধান করিয়া ক্ষেত্রফলগুলি যোগ কর, যোগফল মণ্ডলের কালি হইবে।

উদাহরণ ১। যে বৃত্তাকার কটিবন্ধের বিস্তার ৪২ ফুট

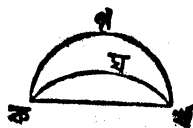
এবং দুইটী সমান্তরাল জ্যার পরিমাণ ৪৮ ও ৩৬ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ২৫৩.৫১ বর্গ গজ

২। একটী মণ্ডলের দুইটী সমান্তরাল জ্যার প্রত্যেকের পরিমাণ ১০০ গজ. এবং ব্যাসার্দ্ধের পরিমাণ ৭২ গজ, তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ১৩৫০০[illegible] বর্গ গজ।

৩। যে বৃত্তাকার কটিবন্ধের দুইটী সমান্তরাল জ্যার [illegible]ত্যেকের পরিমাণ ২$\frac{১}{২}$ ফুট, এবং যাহার ব্যাসার্দ্ধ পরিমাণ ১$\frac{২}{৩}$ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত স্থির কর।

উঃ। প্রায় ৬[illegible] বর্গ ফুট।

১২শ সম্পাদ্য। ক গ খ ঘ ক অর্দ্ধচন্দ্রাকৃতি ভূমির ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে।

ক গ খ ঘ ক অর্দ্ধচন্দ্রাকৃতির দুইটী চাপের জ্যা ক খ দ্বারা যে ক গ খ ও ক ঘ খ বৃত্তখণ্ড উৎপন্ন হইয়াছে তাহাদের ক্ষেত্রফল ৯ম সম্পাদ্যের দ্বারা সমাধান কর। পরে বহিঃস্থ বৃত্তখণ্ডের ক্ষেত্রফল হইতে অন্তরস্থ বৃত্তখণ্ডের ক্ষেত্রফল বিয়োগ করিলে অর্দ্ধচন্দ্রাকৃতি ভূমির কালি হইবে।

উদাহরণ ১। যে অর্দ্ধচন্দ্রাকৃতি ভূমির জ্যা ক খ ২৪ ফুট, এবং যাহার দুইটী চাপের শরদ্বয় ৫ ও ৩$\frac{১}{২}$ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ২০[illegible] বর্গ ফুট।

২। যে অর্দ্ধচন্দ্রাকৃতি ভূমির জ্যা ৪০ ফুট, এবং যাহার দুইটী চাপের শরদ্বয় ৪ ও ২০ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত?

উঃ। ৫৭.৪৬৭ বর্গ গজ।

১৩শ সম্পাদ্য। ত্রিভুজের অন্তর্গত ও বহিঃস্থ বৃত্তক্ষেত্রের কালি।

১ম নিয়ম। ত্রিভুজের দ্বিগুণিত ক্ষেত্রফলকে তিনটী বাহুর সমষ্টি দ্বারা ভাগ করিলে, ভাগফল ঐ ত্রিভুজের অন্তর্গত বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাসার্দ্ধের সমান হইবে। সুতরাং ৭ম সম্পাদ্যানুসারে ব্যাসার্দ্ধের বর্গকে ৩.১৪১৬ দিয়া গুণ করিলে ঐ বৃত্তের ক্ষেত্রফল হইবে।

২য় নিয়ম। ত্রিভুজের বাহুত্রয়কে পরস্পর গুণ করিয়া গুণফলকে ত্রিভুজের দ্বিগুণিত ক্ষেত্রফল দ্বারা ভাগ করিলে, ভাগফল ঐ ত্রিভুজের বহিঃস্থ বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাসের সমান হইবে। সুতরাং ব্যাসার্দ্ধের বর্গকে ৩.১৪১৬ দিয়া গুণ করিলে গুণফল ত্রিভুজের বহিঃস্থ বৃত্তক্ষেত্রের কালি হইবে।

১ম উদাহরণ। যে ত্রিভুজের ভুজ এবং কোটি যথাক্রমে ৮ ও ৬ হাত, তাহার ভিতরে অঙ্কিত বৃত্তের কালি কত?

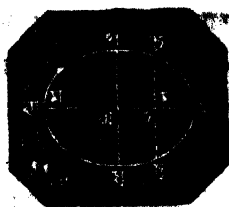
ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = ৮ × ৬ ÷ ২ = ২৪; ত্রিভুজের অন্তর্গত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ = ২৪ × ২ ÷ (৬+৮+১০) = ২, বৃত্তের কালি = ২^{২} × ৩.১৪১৬ = ১২.৫৬৬৪ বর্গহস্ত।

২য়। যে ত্রিভুজের ভূমি ১৮ হাত ও কর্ণ ৩০ হাত, তাহার ভিতরে অঙ্কিত বৃত্তের কালি কত? উঃ। ১১৩.০৯৭৬ হাত।

৩য়। ত্রিভুজের বাহুত্রয় যথাক্রমে ৩, ৪, ও ৫ হইলে উহার বহিঃস্থ বৃত্তের কালি কত হইবে? উঃ। ১৯.৭০৮০।

১৪শ সম্পাদ্য। বৃত্তাভাস ক্ষেত্রের কালি।

১ম নিয়ম। বৃত্তাভাসের ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইলে উহার গরিষ্ঠ ও লঘিষ্ঠ ব্যাসের গুণফলকে '৭৮৫৪ দিয়া গুণ করিলেই হয়।

নিয়মান্তর। বৃত্তাভাস ক্ষেত্রের লঘিষ্ঠ ব্যাসার্দ্ধকে গরিষ্ঠ ব্যাসার্দ্ধ দিয়া গুণ করিয়া গুণফলকে ৩.১৪১৬ দিয়া গুণ করিলে, উহার ক্ষেত্রফল স্থির হয়।

উদাহরণ ১। যে বৃত্তাভাস ক্ষেত্রের গরিষ্ঠ ব্যাস ৬ হাত ও লঘিষ্ঠ ব্যাস ৪ হাত, তাহার কালি কত?

এখানে, কালি = গরিষ্ঠ ব্যাস × লঘিষ্ঠ ব্যাস × '৭৮৫৪
= ৬ × ৪ × '৭৮৫৪ = ১৮.৮৪৯৬ বর্গহস্ত।

২। [illegible] মধ্যে একটী অণ্ডাকার পুষ্পবীথিকার গরিষ্ঠ [illegible] লঘিষ্ঠ ব্যাস ২০০ ফুট, ঐ পুষ্পবীথিকার কালি [illegible]?

[illegible] গজ = ১ একার ৩১৬ বর্গ গজ।

৩। যে [illegible] গরিষ্ঠ ব্যাস ২১৪ হাত এবং লঘিষ্ঠ ব্যাস ১৯২ হাত, তাহার ক্ষেত্রফল কত?

উঃ। ৩২২৭০.৫১৫২।

৪। যে বৃত্তাভাসের গরিষ্ঠ ব্যাস ৭০ গজ এবং লঘিষ্ঠ ব্যাস ৫০ গজ, তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ২৭৪৮ বর্গ গজ ৮ ফুট।

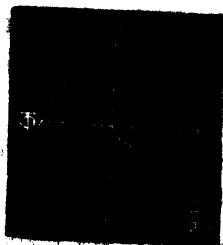
৫। কোন বৃত্তাভাসের গরিষ্ঠ ও লঘিষ্ঠ ব্যাসার্দ্ধ যথাক্রমে ৪১ ও ২৫, যে বৃত্তের পরিমাণ এই বৃত্তাভাসের সমান, তাহার সামিব্যাসের পরিমাণ কত? উঃ। ৩৫।

৬। যে বৃত্তাভাসের গরিষ্ঠ ও লঘিষ্ঠ ব্যাস যথাক্রমে ৪৪ ও ৩০ হাত, তাহার ক্ষেত্রফল কত? এবং যদি গরিষ্ঠ ব্যাসের এক প্রান্ত হইতে ১০ হাত দূরে পরিধি পর্য্যন্ত একটি লম্ব অঙ্কিত করা যায়, তাহা হইলে ঐ লম্বেরই বা পরিমাণ কত হইবে?

উঃ। ৮০১.১ বর্গ হস্ত। লম্ব=১৮৬.৮৫ হস্ত।

১৩শ সম্পাদ্য। ক্ষেপণী * আকারের ভূমির ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে।

১ম নিয়ম। অক্ষদণ্ডের পরিমাণকে ভূমিপরিমাণ দ্বারা গুণ করিয়া, গুণফলের অংশত্রয়ের দুই অংশ লইলেই ক্ষেপণী আকারের ভূমির ক্ষেত্রফল স্থির হয়।

উদাহরণ ১। ক খ গ ক্ষেপণী আকারের ভূমির অক্ষদণ্ড বা সর্ব্বাধিক বিস্তার ক খ ২ ফুট এবং উহার ভূমি ক গ ১২ ফুট, উহার ক্ষেত্রফল কত?

* ক্ষেপণী অসীম, সুতরাং তাহার কালি নিরূপণ করা দুঃসাধ্য; অতএব ক্ষেপণী ক্ষেত্রের কালি করিতে হইবে এ প্রশ্নে ক্ষেপণীর এক খণ্ডের পরিমাণ বুঝাইবে।

এখানে, ক্ষেত্রফল = $\frac{১}{২}$ × ১২ × ২ = ১৬ বর্গ ফুট।

২। যে ক্ষেপণীর তলরেখা ২০ ফুট এবং অক্ষদণ্ড বা সর্ব্বাধিক বিস্তার ১৮ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ২৪০ বর্গ ফুট।

৩। যে ক্ষেপণীর তলরেখা ১২০ হাত এবং সর্ব্বাধিক বিস্তার ১০ হাত, তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ৮০০ বর্গ হস্ত।

১৬শ সম্পাদ্য। কগছঘ ক্ষেপণীমণ্ডলের কালি করিতে হইবে।

নিয়ম। ক্ষেপণীমণ্ডলের উভয় পার্শ্বের পরিমাণকে ত্রিঘাত করিয়া একটী ত্রিঘাত হইতে অপরটী বিয়োগ কর। পরে ঐ বিয়োগফলকে ক্ষেপণীমণ্ডলের বিস্তারের দ্বিগুণ পরিমাণ দ্বারা গুণ কর, এবং ঐ গুণফলকে পার্শ্বদ্বয়ের বর্গান্তরের তিন গুণ দিয়া ভাগ কর। ভাগফল ক্ষেপণীমণ্ডলের কালি হইবে।

১। কগছঘ ক্ষেপণীমণ্ডলের কগ ও ছঘ পার্শ্বদ্বয় যথাক্রমে ৬ ও ১০ হাত এবং বিস্তার খচ ৪ হাত, উহার ক্ষেত্রফল কত?

ছঘ পার্শ্ব = ১০ বর্গ ১০০ ঘন ১০০০
কগ ঐ = ৬ ,, ৩৬ ,, ২১৬

৬৪ বিয়োগফল ৭৮৪
৩ ৮ = ২ খচ

১৯২) ৬২৭২
৫৭৬
৫১২
৩৮৪
১২৮

৩২ $\frac{১২৮}{১৯২}$ = ৩২ $\frac{২}{৩}$ = ক্ষেত্রফল

২। যে ক্ষেপণীমণ্ডলের পার্শ্বদ্বয় যথাক্রম ৬ ও ২০ ফুট এবং সর্ব্বাধিক বিস্তার ৩ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত?

উঃ। ২৪½ বর্গ ফুট।

১৭শ সম্পাদ্য। সরল বা বক্রাকার রেখা দ্বারা বেষ্টিত বিষম ক্ষেত্রের কালি করিতে হইবে।

প্রথমতঃ। ক্ষেত্র অপ্রশস্ত এবং লম্বা হইলে নিম্নলিখিত নিয়মটী অবলম্বন করিতে হইবে। যথা—

ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্যকে সমান্তর কতিপয় লম্ব রেখা দ্বারা বিভাগ করিয়া, প্রথম ও শেষ লম্ব রেখার যোগার্দ্ধপরিমাণের সহিত ঐ দুই রেখার মধ্যগত সমস্ত অঙ্কিত লম্ব রেখার পরিমাণ যোগ কর। পরে ঐ যোগফলকে বিস্তার অর্থাৎ লম্ব রেখাগুলির সাধারণ ব্যবধানপরিমাণ দ্বারা গুণ করিলে, গুণফল বিষম ক্ষেত্রের কালি হইবে।

দ্বিতীয়তঃ। ক্ষেত্র অপ্রশস্ত ও লম্বা এবং উহার দৈর্ঘ্য অসমান্তর রেখাদ্বারা বিভাজিত হইলে, নিম্নলিখিত নিয়মদ্বয় অবলম্বন করিতে হইবে।

১ম। ক্ষেত্রের অন্তর্গত বিষম চতুর্ভুজ ও ত্রিভুজাদি ক্ষেত্রের পৃথক্ পৃথক্ কালি করিয়া সমষ্টি করিলে ক্ষেত্রফল স্থির হয়।

২য়। ক্ষেত্রের সমুদায় বিস্তার অর্থাৎ লম্ব রেখাগুলির পরিমাণ যোগ করিয়া, যোগফলকে বিস্তার রেখার সংখ্যার দ্বারা ভাগ করিলে, ভাগফল উক্ত ক্ষেত্রের বিস্তারের গড়

হইবে; পরে ঐ গড় বিস্তারকে ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য দিয়া গুণ করিলে যাহা হইবে তাহাই ক্ষেত্রের কালি।

উদাহরণ ১। ক খ গ ঘ একটী বিষম ক্ষেত্র, ইহা ঘ ক, চ ছ, জ ঝ, ট ঠ ও গ খ পাঁচটী সমান্তর রেখা দ্বারা বিভাজিত হইয়াছে। যদি ঘ ক ৮.২ ফুট, চ ছ ৭.৪ ফুট, জ ঝ ৯.২ ফুট, ট ঠ ১০.২ ফুট, গ খ ৮.৬ ফুট এবং ইহাদের মধ্যগত ব্যবধান ৫০ ফুট হয়, তাহা হইলে উক্ত ক্ষেত্রের কালি কত স্থির কর।

প্রথম প্রণালীর ১ম নিয়ম দ্বারা

```
        ৮.২
        ৮.৬
       -----
  ২ ) ১৬.৮ = যোগফল
       -----
        ৮.৪ = যোগার্দ্ধ
        ৭.৪
        ৯.২
       ১০.২
       -----
       ৩৫.২
         ৫০
    ---------
কালি = ১৭৬০.০ বর্গফুট।
```

২। এক খানি অসরল তক্তা লম্বে ২৫ ফুট এবং উহার ৬টী সমান্তর লম্ব বিস্তারের পরিমাণ ১৭.৪, ২০.৬, ১৪.২,

১৬.৫, ২০.১ এবং ২৪.৪ ইঞ্চ হইলে, উক্ত অসরল ভূজার কালি কত স্থির কর। উঃ। ৩০১১২ বর্গফুট।

তৃতীয়তঃ। ক্ষেত্রের বিস্তার অধিক ও তাহার ধার অসরল হইলে, তাহাকে এরূপ চতুর্ভুজ অথবা ত্রিভুজাদি ক্ষেত্রে বিভাগ কর যাহাতে কার্য্যসৌকর্য্য হয়; অনন্তর ঐ চতুর্ভুজ বা ত্রিভুজ সমুদায়ের কালি কর। পশ্চাৎ ঐ চতুর্ভুজ ও ত্রিভুজাদির বাহু হইতে ক্ষেত্রের বক্রাকার সীমাভাগে কতিপয় লম্ব পাত করিয়া যে কএক খণ্ড ভূমি হইবে, সে সমুদায়ের কালি একত্র করিয়া উক্ত চতুর্ভুজ ও ত্রিভুজাদি ক্ষেত্রের কালিতে যোগ করিলে প্রকৃত ক্ষেত্রের কালি হইবে। অত্যন্ত সূক্ষ্ম হিসাব করিতে না হইলে ভূমির দশ পনর জায়গার দৈর্ঘ্যের গড় ও দশ পনর জায়গার বিস্তারের গড় ধরিয়া, পরস্পর গুণ করিলে যে গুণফল হয়, তাহাই ধরা গিয়া থাকে।

উদাহরণ। ক খ গ ঘ চ ছ জ চিহ্নিত ভূমির কালি করিতে হইলে, উহাকে ক খ ছ জ ও খ গ চ ছ দুইটী বিষম চতুর্ভুজ ক্ষেত্রে এবং গ ঘ চ ত্রিভুজ ক্ষেত্রে বিভাগ কর। পরে ক খ, ক জ, চ ঘ ও গ ঘ হইতে ক্ষেত্রের বক্র সীমা পর্য্যন্ত কতিপয়

লম্ব রেখা পাত কর। অনন্তর ৪র্থ সম্পাদ্য দ্বারা ক ছ ও খচ কর্ণ রেখার উপর লম্ব পাত করিয়া ক খ ছ জ ও খ গ চ ছ বিষম চতুর্ভুজের কালি, এবং দ্বিতীয় সম্পাদ্য দ্বারা গ ঘ চ ত্রিভুজের কালি, পরে ১৭শ সম্পাদ্য দ্বারা অবশিষ্ট ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র অংশের ক্ষেত্রফল স্থির করিয়া, সমুদায় সমষ্টি করিলে ক খ গ ঘ চ ছ জ চিহ্নিত ভূমির কালি হইবে।

১৮শ সম্পাদ্য। বরজিয়া কালি।

প্রতি বরজে দুইটী সারি অর্থাৎ স্তম্ভ থাকে এবং প্রত্যেক সারিতে যতগুলি পাণবৃক্ষশ্রেণী থাকে তাহাকে মীরি অর্থাৎ থাম কহে। তাহা প্রস্থে দুই মুষ্টি ও দৈর্ঘ্যে ১০ হাত ৫ মুষ্টি হইয়া থাকে। ঐ মীরি সকলের মধ্য দিয়া পাণবৃক্ষ তুলিয়া দিবার জন্য এক হাত পরিসর ক্ষুদ্র পথ থাকে তাহাকে পিলী বলে। দশটী মীরির পর এক বড় পথ রাখে। দশ মিরীতে এক আনা হয়। সারিদ্বয় মধ্য দিয়া যে বড় পথ রাখে তাহাকে পোয়া কহে, তাহার পরিসর ১ হাত ৩ মুষ্টি অর্থাৎ ১।। হাত।

মীরির মধ্যে দৈর্ঘ্য প্রস্থে দুই মুষ্টি চতুষ্কোণ স্থলের চারি কোণে চারিটী শলাকা পুঁতিয়া থাকে, তাহাকে দর বলে। প্রত্যেক মীরিতে, এই রূপ ১০ টী দর সমান ব্যবধানে অর্থাৎ ৫ মুষ্টি অন্তর এক একটী দর স্থাপন করিয়া, সেই প্রোথিত শলাকা সমুদায়ের মস্তকে একটী দীর্ঘ কাটি বাঁধা যায়; এবং ঐ পাঁচ মুষ্টি ব্যবধানে প্রত্যেক পার্শ্বে চারিটী শলাকা সমান অন্তর, অর্থাৎ এক এক মুষ্টি অন্তরে এক এক শলাকা

পুঁতিয়া তাহাদের অগ্র, উপরিস্থ কাটির সহিত সংযোগ করিয়া দেওয়া যায়। প্রত্যেক শলাকার মূলে এক একটী পাণবৃক্ষ রোপণ করিয়া ঐ শলার সহিত বান্ধে। তাহাতে প্রত্যেক মীরিতে ১১২ টী পাণবৃক্ষ থাকিয়া ষোল আনা বরজে ১৭১২০ টী পাণবৃক্ষ রোপিত হইয়া থাকে।

বরজ পরিমাণ।

১০ দরে	১ মীর।
১০ মীরিতে	১ আনা কিম্বা পণ।
৪ আনাতে	১ চৌক।
৪ চৌকে	১ কাহন কিম্বা ষোল আনায় বরজ।

বরজ কালি।

বরজ মাপের কালি শুন সর্ব্বজন।
দাগ সারি থাম আগে করিবে পাতন॥
এ তিন ক্রমেতে গুণ যত থাম হবে।
থাম প্রতি দুই গণ্ডা ধরিয়া লইবে॥
আসল যতেক গণ্ডা একুন করিয়া।
বিশ গণ্ডা কি আনায় লিখিবে বুঝিয়া॥

উদাঃ। যদি তিনটী বরজের প্রত্যেকটীতে ৫টী সারি ও প্রতি সারিতে ৪০টী থাম থাকে, তাহা হইলে কত আনা বরজ হইবে?

৩ × ৫ × ৪০ = ৬০০, ৬০০ × ২ = ১২০০,

১২০০ ÷ ১২ = ৬০ পণ = ৩৸০ তিন কাহন বার পণ।

চতুর্থ ভাগ।

ঘন পরিমাণ।

ভূমি পরিমাণ কালে কেবল দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ ধরিলেই চলে, কিন্তু পুষ্করিণী প্রস্তুত কালে কত পরিমাণে মৃত্তিকা খনন করা হইল, তাহা নির্ণয় করিতে হইলে, কেবল দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ ধরিলেই চলেনা, দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, গভীরতা এই তিনই ধরা আবশ্যক; যাহার দৈর্ঘ্য প্রস্থ ও গভীরতা এই তিনই ধরিতে হয় তাহাকে ঘনক্ষেত্র কহে। যে ঘনক্ষেত্রের ছয়টী পৃষ্ঠ সমচতুষ্কোণ ধরাতল ক্ষেত্র, এবং যাহার দৈর্ঘ্য ১ হাত, প্রস্থ ১ হাত, এবং বেধ ১ হাত, তাহাকে ১ ঘন হাত পরিমিত ক্ষেত্র কহে।

ঘন পরিমাণের ধারা।

২৪×২৪×২৪ বা ১৩৮২৪ ঘন অঙ্গুলে ... ১ ঘন হস্ত।

১২×১২×১২ বা ১৭২৮ ঘন ইঞ্চে ... ... ১ ঘন ফুট।

৩×৩×৩ বা ২৭ ঘন ফুটে ... ... ১ ঘন গজ।

২৭৭.২৭৪ অথবা প্রায় ২৭৭¼ } ঘন ইঞ্চে ...... ১ গেলন।

৫১২০০০০০০০০০ ঘন হস্তে ... ... ১ ঘন ক্রোশ

১ম সম্পাদ্য। একটী সমকোণীক ও সমবাহুক ঘন বস্তুর ঘনফল স্থির করিতে হইবে।

নিয়ম। সমকোণিক ও সমবাহুক ঘন বস্তুর দৈর্ঘ্য বিস্তার ও বেধের ধারাবাহিক গুণফল করিলে ঘনফল স্থির হয়।

এক অঙ্গুলি দৈর্ঘ্য ও এক অঙ্গুলি বিস্তার হইলে যে রূপ এক বর্গঅঙ্গুলি হয়, সেই রূপ এক অঙ্গুলি দৈর্ঘ্য এক অঙ্গুলি বিস্তার ও এক অঙ্গুলি বেধ হইলে এক ঘন অঙ্গুলি কহা যায়। একটা কাষ্ঠ খণ্ড যাহার সকল পৃষ্ঠই সমচতুষ্কোণ, যদি এক অঙ্গুলি দীর্ঘ, এক অঙ্গুলি বিস্তৃত ও এক অঙ্গুলি উচ্চ হয়, তাহা হইলে উহার পরিমাণ এক ঘন অঙ্গুলি কহা যাইতে পারে। ঐ রূপ যে বস্তুর দৈর্ঘ্য এক হস্ত, বিস্তার এক হস্ত, ও বেধ এক হস্ত তাহার পরিমাণ এক ঘন হস্ত। যে বস্তুর দৈর্ঘ্য দুই হস্ত, বিস্তার দুই হস্ত, ও বেধ দুই হস্ত, তাহাকে প্রথমতঃ সমান দুই খণ্ডে ছেদ করিলে, এক এক খণ্ডের দৈর্ঘ্য দুই হস্ত, বিস্তার দুই হস্ত ও বেধ এক হস্ত হয়। পুনর্ব্বার ঐ খণ্ডগুলির প্রত্যেককে সমান দুই খণ্ডে বিভাগ করিলে, এক এক খণ্ডের দৈর্ঘ্য দুই হস্ত, বিস্তার এক হস্ত ও বেধ এক হস্ত হয়; এবং সর্ব্বশুদ্ধ ৪টী খণ্ড হয়। ঐ ৪ খণ্ডের প্রত্যেককে আবার সমান দুই খণ্ডে বিভাগ করিলে, এক এক খণ্ডের দৈর্ঘ্য ১ হস্ত, বিস্তার এক হস্ত ও বেধ ১ হস্ত হয়, অর্থাৎ প্রত্যেক খণ্ডের পরিমাণ ১ ঘনহস্ত হয়, এবং সর্ব্বশুদ্ধ ৮ টী খণ্ড হয়। তাহা হইলেই, দুই হস্ত দৈর্ঘ্য দুই হস্ত বিস্তার ও দুই হস্ত বেধে, ৮

ঘনহস্ত হইল। ঐ রূপ, যে বস্তুর ৩ হস্ত দৈর্ঘ্য, ৩ হস্ত বিস্তার ও ৩ হস্ত বেধ, তাহাকে ১ হস্ত দীর্ঘ, ১ হস্ত বিস্তৃত ও ১ হস্ত উচ্চ, ২৭টী সমান খণ্ডে বিভক্ত করা যাইতে পারে; অর্থাৎ যে বস্তুর দৈর্ঘ্য ৩ হস্ত, বিস্তার ৩ হস্ত ও বেধ ৩ হস্ত তাহার পরিমাণ ২৭ ঘন হস্ত। অতএব, স্পষ্ট প্রতীয়মান হইতেছে যে, দৈর্ঘ্য বিস্তার ও বেধের ধারাবাহিক গুণফল স্থির করিলেই, ঘনফল অর্থাৎ কালি স্থির করা হইল। তাহা হইলেই এক ঘন হস্তে, ২৪ × ২৪ × ২৪ = ১৩৮২৪ ঘন অঙ্গুল হইল; এবং এক ঘন ফুটে, ১২ × ১২ × ১২ = ১৭২৮ ঘন ইঞ্চ হইল।

কোন প্রাচীর অথবা কোন বস্তুর ঘনফল স্থির করিতে হইলে, প্রথমতঃ তাহার দৈর্ঘ্য বিস্তার ও উচ্চতার পরিমাণকে এক শ্রেণীস্থ রাশি করিতে হয়। যদি ঘনফল এত ঘন অঙ্গুলি হয়, তবে তাহাকে ১৩৮২৪ দিয়া ভাগ করিলেই কালি কত হস্ত তাহা স্থির হইবে। কালি ঘন ইঞ্চ হইলে, তাহাকে ১৭২৮ দিয়া ভাগ করিলেই ঘন ফুট হইবে।

সূত্র। যদি দ অক্ষর দ্বারা ঘন বস্তুর পার্শ্বের দৈর্ঘ্যতা, ঘ অক্ষর দ্বারা ঘনফল এবং প দ্বারা উহার পৃষ্ঠ নির্দ্দেশ করা যায়, তাহা হইলে,

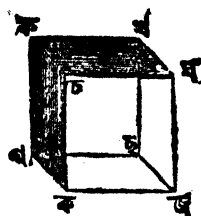
$ঘ = দ^{৩}$, $দ = \sqrt[৩]{ঘ}$, এবং $প = ৬ \times দ^{২}$।

উদাহরণ ১। একটা কাঠের গুঁড়ি যাহার সকল পৃষ্ঠই সমচতুরস্র, যদি ২৪ ইঞ্চ দীর্ঘ, ২৪ ইঞ্চ বিস্তৃত, এবং ২৪ ইঞ্চ উচ্চ হয়, তাহা হইলে উহার পরিমাণ কত হইবে?

একণে, ২৪ দৈর্ঘ্য
২৪ বিস্তার

৯৬
৪৮

৫৭৬
২৪ বেধ

২৩০৪
১১৫২

ঘনফল = ১৩৮২৪ ইঞ্চ

২। যে সমবাহুক ও সমকোণিক ঘন বস্তুর পার্শ্বের পরিমাণ ২২ ফুট, তাহার ঘনফল কত? উঃ। ৩৯৪ ঘন গজ ১০ ফুট।

৩। যদি সমবাহুক ও সমকোণিক ঘন বস্তুর পার্শ্বের পরিমাণ ১৮ ইঞ্চ হয়, তাহা হইলে তাহার পরিমাণ কত ফুট হইবে? উঃ। ৩$\frac{3}{8}$।

৪। একটী চতুষ্কোণাকার গুঁড়ির প্রত্যেক দিকের পরিমাণ ৬ ফুট ৮ ইঞ্চ হইলে, উহার পরিমাণ কত ঘন ফুট হইবে স্থির কর। উঃ। ২৯৬ ঘন ফুট ৩′ ৬″ ৮‴

৫। যে চতুষ্কোণ বাক্সের পরিমাণফল ৩৪৩ ঘন ফুট তাহার পার্শ্বের দৈর্ঘ্য পরিমাণ কত?

২য় সূত্রানুসারে দ = $\sqrt[3]{}$ ঘ = $\sqrt[3]{}$ ৩৪৩ = ৭ ফুট।

৬। যদি প্রত্যেক দিকে ৩ ফুট পরিমাণ এমন একটী সেগুণ কাঠের চতুষ্কোণ বাক্স (ডালা সমেত) নির্ম্মাণ করিতে হয়, তাহা হইলে কত বর্গফুট সেগুণ কাঠ উক্ত বাক্সতে লাগিবে?

শেষ সূত্রানুসারে $প = ৬ \times দ^২ = ৬ \times ৩^২ = ৫৪$ বর্গফুট।

৭। দৈর্ঘ্যে ৫ হাত, প্রস্থে ৩।।০ হাত, এবং উর্দ্ধে ৪ হাত একটী মশারি প্রস্তুত করিতে হইলে, ২ হাত বহরের কত কাপড় লাগিবে? উঃ। ৪২৮ হাত।

৮। কোন সমকোণিক ও সবাহুক ঘন বস্তুর এক দিকের পরিমাণ ২ ফুট ৬ ইঞ্চ হইলে, উহার ঘনফল কত হইবে?

উঃ। ১৫.৬২৫ ঘনফুট।

৯। যে ঘনপ্রস্তরের পার্শ্ব ৪ হাত, তাহার মূল্য অপেক্ষা যাহার পার্শ্ব ৮ হাত, তাহার মূল্য কত অধিক? যদি প্রতি ঘনহস্তের মূল্য আট আনা করিয়া হয়। উঃ। ২২৪ টাকা।

২য় সম্পাদ্য। আয়ত আকার ঘন বস্তুর কালি।

নিয়ম। দৈর্ঘ্য, বিস্তার ও উচ্চতা বা গভীরতার ধারাবাহিক গুণফল স্থির করিলেই কালি বা ঘনফল স্থির হয়।

সূত্র। যদি দ অক্ষর দ্বারা দৈর্ঘ্য ব দ্বারা বিস্তার, উ দ্বারা উচ্চতা বা গভীরতা, ঘ দ্বারা ঘনফল, এবং প দ্বারা পৃষ্ঠ নির্দ্দেশ করা যায়, তাহা হইলে,

$$ঘ = দ \times ব \times উ,\ দ = \frac{ঘ}{ব \times উ},\ ব = \frac{ঘ}{দ \times উ},\ উ = \frac{ঘ}{দ \times ব},$$

এবং $প = ২ \{ দ (ব + উ) + (ব \times উ) \}$

উদাহরণ ১। একটী চতুষ্কোণ থাম ২ হাত ২ অঙ্গুলি উচ্চ, ১ হাত ১৬ অঙ্গুলি দীর্ঘ ও ১ হাত ৬ অঙ্গুলি বিস্তৃত, তাহার পরিমাণ কত ঘন হস্ত?

এখানে, ঘনফল ঘ = দ × ব × উ = ১ হাঃ ১৬ অঃ × ১ হাঃ ৬ অঃ × ২ হাঃ ২ অঃ = ৪০ অঃ × ৩০ অঃ × ৫০ অঃ = ৬০০০০ ঘন অঙ্গুলি = $\frac{৬০০০০}{১৩৮২৪}$ ঘন হস্ত = ৪$\frac{৪৭০৪}{১৩৮২৪}$ ঘঃ হস্ত = প্রায় ৪$\frac{১}{৩}$ ঘন হস্ত।

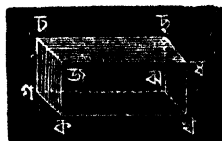
এই প্রশ্নের সমাধান নিম্ন লিখিত প্রকারেও হইতে পারে।

২ হাত — ২ অঙ্গুলি
১ ,, — ১৬ ,,

২ — ২
১ — ৮$\frac{৩২}{২৪}$

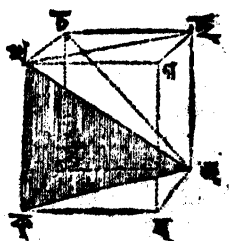
৩ — ১১$\frac{১}{৩}$
১ — ৬

৩ — ১১$\frac{১}{৩}$
১৮$\frac{৬৮}{২৪}$

৪ — ৮$\frac{১}{৬}$ = প্রায় ৪$\frac{১}{৩}$ ঘন হস্ত।

ভূমি মাপে যেরূপ করা যায়, এই প্রক্রিয়াতে প্রথমতঃ সেইরূপ করা গিয়াছে। তাহার পরে উচ্চতা ও দৈর্ঘ্যের পরিমাণের গুণফলকে, বিস্তারের পরিমাণ দিয়া গুণ করাতে ঘনফল স্থির হইয়াছে। ১ হাত দৈর্ঘ্য ও ১ হাত বিস্তার হইলে ১ বর্গ হস্ত হয়, এই নিমিত্তে ২ হাত দৈর্ঘ্য ১ হাত বিস্তারে, ২ বর্গ হস্ত ধরা গিয়াছে। ১ হাত দৈর্ঘ্য ও এক অঙ্গুলি ... বর্গ হস্তের $\frac{১}{২৪}$ হয়, এই নিমিত্তে ১ হাত বিস্তার বিস্তারে ... দৈর্ঘ্য, ২ অঙ্গুলি ধরা গিয়াছে। অঙ্গুলি শব্দে ও ২ অঙ্গুলি ... ২৪ ভাগের ১ ভাগ। আর ২ অঙ্গুলি দীর্ঘ এখানে হাতের

১৬ অঙ্গুলি বিস্তৃত হইলে ৩২ বর্গ অঙ্গুলি হয়, এবং ২৪×২৪ বর্গ অঙ্গুলে এক বর্গ হস্ত হয়, এই নিমিত্তে ২৪ অঙ্গুলের হাতে উহাতে $\frac{৩২}{২৪}$ অঙ্গুলি ধরা গিয়াছে। এইরূপ করিয়া যে বর্গফল স্থির হইয়াছে, তাহাকে আবার বিস্তার দিয়া গুণ করিয়া ঘনফল স্থির করা গিয়াছে। ১ বর্গ হস্তকে ১ হাত দিয়া গুণ করিলে ১ ঘনহস্ত হয়, এই নিমিত্তে ৩ হাতে ও ১ হাতে ৩ হাত ধরা গিয়াছে। ১ বর্গ হস্তকে ১ অঙ্গুলি দিয়া গুণ করিলে ১ ঘন হস্তের $\frac{১}{২৪}$ হয়, এই নিমিত্তে ১ হাত ও ১১⅓ অঙ্গুলে ১১⅓ অঙ্গুলি এবং ৩ হাত ও ৬ অঙ্গুলে ১৮ অঙ্গুলি ধরা গিয়াছে। আর এক বর্গহস্তের $\frac{১}{২৪}$ কে ১ অঙ্গুলি দিয়া গুণ করিলে, ১ হস্তের ২৪ ভাগের ১ ভাগ হয়, এই নিমিত্তে ১১⅓ অঙ্গুলি ও ৬ অঙ্গুলে ২৪ অঙ্গুলের হাতের $\frac{৬৮}{২৪}$ অঙ্গুলি ধরা গিয়াছে।

২। একটী চতুষ্কোণ কাষ্ঠের গুড়ির দৈর্ঘ্য ক খ ৬ ফুট (পূর্ব্ব প্রতিকৃতি দেখ) বিস্তার ক গ ২½ ফুট, এবং উচ্চতা খ ঘ ১¾ ফুট, তাহার পরিমাণ কত?

খঘ = ১.৭৫
কখ = ৬
———
১০.৫০
কগ = ২.৫
———
৫২৫০
২১০০
———
২৬.২৫০ = কালি

৩। একটী চতুষ্কোণ থাম ৩.৪ উচ্চ, ১০.৫ দীর্ঘ ও ৪.২ বিস্তৃত, তাহার কালি কত? উঃ। ১৪৯.৯৪।

৪। যদি একটী চতুষ্কোণ প্রস্তর খণ্ডের দৈর্ঘ্য ৩ ফুট ২ ইঞ্চ, বিস্তার ২ ফুট ৮ ইঞ্চ ও উচ্চতা ২ ফুট ৬ ইঞ্চ হয়, তাহা হইলে উহার পরিমাণ কত ঘন ফুট হইবে? উঃ। ২১$\frac{1}{9}$।

৫। একটী বর্গ পুষ্করিণীর এক বাহু ১২ গজ, উহা খনন করিতে ৩৩৬ ঘন গজ মৃত্তিকা উঠাইতে হইয়াছিল। উহার গভীরতা কত? উঃ। ৭ রৈখিক ফুট।

৬। যে চেয়ো ৫ ফুট ৬ ইঞ্চ গভীর, এবং ১০ ফুট ৮ ইঞ্চ চৌড়া, তাহা দৈর্ঘ্যে কত হইলে তাহার কালি ৭০৪০ ঘন ফুট হইবে? উঃ। ১২০ রৈখিক ফুট।

৭। একটী কাটা খাল ৭ ফুঃ ৩ ইঃ গভীর, ২০ ফুঃ ৪ ইঃ চৌড়া এবং ১০ মাইল লম্বা, তাহাতে কত ঘন ফুট জল আছে? উঃ। ৭৭৮৩৬০০ ঘনফুট।

৮। ছয় ফুট উচ্চ, এবং ৪ ফুট চৌড়া, একটী দ্বার রাখিয়া দৈর্ঘ্য ১৫ গজ, উচ্চতা ৭ ফুট এবং বেধ ১৩ ইঞ্চ এমন একটী প্রাচীর প্রস্তুত করিতে হইলে, যে ইটের এক এক খানির আয়তন ১০৮ ঘন ইঞ্চ, তাহার কতগুলি লাগিবে?

উঃ। ৫০৪৪ খানা ইট।

৯। প্রতি ঘন ফুটের মূল্য ২ সিলিং ৪ পেন্স হইলে, যে কড়িকাঠ ১৮ ফুট লম্বা, ১ ফুট ৮ ইঞ্চ প্রস্থ, এবং যাহার দল ১ ফুট ৬ ইঞ্চ, তাহার মূল্য কত?

উঃ। ৫ পাউণ্ড ৫ সিলিং।

১০। যদি এক বর্গ গজ মাটি কাটিতে ৮ পেন্স মজুরি পড়ে, ৬০ ফুট লম্বা, ৫ ফুট ৬ ইঞ্চ চৌড়া এবং ১০ ফুট ৪ ইঞ্চ গভীর একটী খাল খনন করিতে কত মজুরি লাগিবে?

উঃ। ৪ পাউণ্ড ৪ সিলিং ২$\frac{2}{3}$ পেন্স।

১১। ক ঘ ছ থ সমকোণিক ও সমবাহুক ঘন বস্তুর কর্ণ থ জ ৩ হাত (পূর্ব্ব প্রতিকৃতি দেখ), উহার ঘনফল কত?

এখানে, ক ঘ জ ও জ ক থ দুইটী ত্রিভুজ সমকোণিক, সুতরাং, ক জ^2 = ২ ক ঘ^2, এবং থজ^2 = কথ^2 + কজ^2

$$= কথ^2 \times ২ কঘ^2 = ৩কঘ^2;$$

$$\therefore ৩ কঘ^2 = ৩^2, এবং কঘ = \sqrt{৩};$$

$$\therefore কঘ^৩, কিম্বা ঘনক্ষেত্রের কালি = ৩\sqrt{৩}।$$

১২। একটী চৌবাচ্চা ৭ ফুট ৬ ইঞ্চ লম্বা, ১ ফুট ৯ ইঞ্চ চৌড়া এবং ৩ ফুট ৬ ইঞ্চ গভীর, ইহাতে কত থারী জল আছে? উঃ। ৪৫.৯৩৭।

১৩। দীর্ঘ প্রস্থ ও গভীর প্রত্যেক দিক্ ১৬ হাত একটী গর্ত্ত আছে, এবং দীর্ঘ প্রস্থ ও গভীর প্রত্যেক দিক্ ৪ হাত আর একটী গর্ত্ত আছে, শেষোক্ত গর্ত্তটী পূর্ব্বোক্ত গর্ত্তের অপেক্ষা কত ক্ষুদ্র? উঃ। ৬৪।

১৪। এক রাজমিস্ত্রীর সহিত এই বন্দোবস্ত হইয়াছিল যে হন্দর হাত অর্থাৎ ১০০ ঘন হাত (১ হাত ওসার ১ হাত উচ্চ ও ১০০ হাত লম্বা) গাঁথনি হইলে ১ টাকা পাইবে। এখন ৪০ হাত দীর্ঘ, ১৩ হাত প্রস্থ, ভিত ১॥ হাত, উচ্চ ১০ হাত একটী ঘর প্রস্তুত হইয়াছে। তাহার মধ্যে

৫ হাত উচ্চ, ২ হাত ওসার ১০ টা দ্বার আছে। রাজমিস্ত্রী কত টাকা পাইবে? উঃ। ১৩॥ টাকা।

১৫। কোন পদার্থের দৈর্ঘ্য প্রস্থ ও বেধ প্রত্যেকেই ৯ ফুট, তাহার সমুদায় পৃষ্ঠফল কত? উঃ। ৪৮৬ বর্গফুট।

১৬। যদি এক কিউবিটের পরিমাণ ১৮ ইঞ্চ হয়, তাহা হইলে ৬৪ ঘন কিউবিটের মধ্যে কত ঘন ফুট থাকিবে?

উঃ। ২১৬ ঘন ফুট।

১৭। কতকগুলি মজুরের সহিত এই চুক্তি হইয়াছিল যে, তাহারা ১৬ কিউবিট লম্বা ১৬ কিউবিট চৌড়া ও ১৬ কিউবিট গভীর এরূপ চারিটী চৌবাচ্চা নীল দিয়া পরিপূর্ণ করিবে; কিন্তু তাহা না করিয়া তাহারা ৪ ঘন কিউবিট ৮ টী চৌবাচ্চা পরিপূর্ণ করিয়াছে। তাহারা কি চুক্তির সমুদায় কার্য্য সম্পন্ন করিয়াছিল? যদি না করিয়া থাকে তবে কত কর্ম্ম বাকি ছিল? উঃ। $\frac{১}{২}$।

১৮। ভূমি ১ কাঠা দীর্ঘ ও এক কাঠা প্রস্থ হইলে এক বর্গ কাঠা হয়, কিন্তু ২০ কাঠা দীর্ঘ ২০ কাঠা বিস্তৃত হইলে কেন ২০ বর্গ কাঠা কালি না হয় তাহা প্রমাণ কর?

১৯। যে লৌহ চতুষ্কোণ থামের দৈর্ঘ্য ৩৬ ফুট, বিস্তার ১৪ ফুট এবং বেধ ১২ ফুট, তাহার পরিমাণ কত ঘন ফুট? এবং প্রত্যেক ঘনফুটের ওজন ১৮০ পাউণ্ড হইলে সমুদায় থামের ওজন কত হইবে?

উঃ। ১১০৮৮ ঘনফুট এবং ওজনে ৮৯১ টন।

২০। দৈর্ঘ্যে ৩২ ফুট, বিস্তারে ১২ ফুট এমত এক আয়-

তাকার চৌবাচ্চা কত ফুট গভীর হইলে ১৯২০ ঘনফুট জল ধরিতে পারে ?

৩য় সূত্রানুসারে গভীরতা $= \frac{\text{ঘ}}{\text{দ} \times \text{ব}} = \frac{১৯২০}{৩২ \times ১২} =$ ৫ ফুট।

২১। যে সিন্দুক ৩½ ফুট দীর্ঘ, ২ ফুট বিস্তৃত এবং ১½ ফুট গভীর, তাহাতে কত বর্গ ফুট সেগুণ কাষ্ঠ লাগিয়াছে ?

শেষ সূত্রানুসারে পৃষ্ঠ (প)

= ২ { ৩½ (২+১½)+২× ১½ } = ৩০½ বর্গ ফুট।

২২। যে প্রাচীরের দৈর্ঘ্য ১৫২ হাত, বিস্তার ১ হাত ১৮ অঙ্গুলি ও উচ্চতা ১০ হাত ৮ অঙ্গুলি তাহার ঘনফল কত ? উঃ। ২৭৪৮⅔ ঘনহস্ত।

২৩। হন্দর ফুট অর্থাৎ ১০০ ঘনফুট গাঁথনী হইলে ১৸০ বেতন দিতে হইবে যদি এই রূপ নিয়ম থাকে ; তাহা হইলে ২৫২ ফুট দীর্ঘ, ২ ফুট ৪ ইঞ্চ বিস্তৃত ও ১৮ ফুট উচ্চ প্রাচীর গাঁথনীর কত বেতন দিতে হইবে ?

উঃ। ১৭১৸৶১৩⅓।

২৪। ১২৫ ফুট দীর্ঘ, ৩ ফুট বিস্তৃত, ৯ ফুট ১০ ইঞ্চ উচ্চ প্রাচীরের মধ্যে যদি ৫॥ ফুট উচ্চ ৩॥ ফুট ওসার ৮টা জানালা থাকে, তাহা হইলে কত ফুট গাঁথনি হইয়াছে ? উঃ। ৩২২৫½ ঘনফুট।

৩য় সম্পাদ্য। পইল বা স্তম্ভের ঘনফল নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। পলহ বা স্তম্ভের ঘনফল স্থির করিতে হইলে,

তাহার নিম্নস্থ বা পার্শ্বস্থ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল স্থির করিয়া উচ্চতা বা দীর্ঘের পরিমাণ দিয়া গুণ করিতে হয়।

স্তম্ভের বেষ্টনের বর্গের চতুর্থাংশকে ৩.১৪১৬ অথবা অত্যন্ত সূক্ষ্মতা আবশ্যক না হইলে $\frac{২২}{৭}$ দিয়া ভাগ করিলে যাহা হয়, তাহাকে উচ্চতার পরিমাণ দিয়া গুণ করিলেও হয়।

পহল বা স্তম্ভের পৃষ্ঠফল স্থির করিতে হইবে।

নিয়ম। পহল বা স্তম্ভের ভূমি বা পার্শ্বের বেষ্টনের পরিমাণকে দৈর্ঘ্য বা উচ্চতার পরিমাণ দ্বারা গুণ করিলে উহার পৃষ্ঠদেশের কালি হয়।

যদি স্তম্ভের উভয় প্রান্ত ও পৃষ্ঠের ফল স্থির করিবার আবশ্যকতা হয়, তাহা হইলে পূর্ব্ব নিয়মানুসারে যে পৃষ্ঠফল স্থির হইবে, তাহাতে দুই প্রান্তের পরিমাণ যোগ করিতে হইবে।

সূত্র। যদি দ অক্ষর দ্বারা দৈর্ঘ্য, খ অক্ষর দ্বারা ক্ষেত্রফল, ব অক্ষর দ্বারা বেষ্টন, ঘ অক্ষর দ্বারা ঘনফল ও প অক্ষর দ্বারা পৃষ্ঠ নির্দ্দেশ করা যায় তাহা হইলে,

$$ঘ = খ \times দ = \frac{ব^{২} \times দ}{৪ \times ভ},\quad দ = \frac{ঘ}{খ}$$ এবং $প = ব \times দ + ২\,খ$ = পহলের পৃষ্ঠ যায় দুই পার্শ্ব ; আর $প = ভ \times অ$ (ভূমির ব্যাসার্দ্ধ) $\times দ$ = স্তম্ভের ন্যুব্জাকৃতি পৃষ্ঠ— দুই পার্শ্ব।

আয়ত ক্ষেত্রের কালি আর স্তম্ভের পৃষ্ঠফল স্থির করা উভয়ই সমান, কারণ একটী নলকে চিরিয়া সমধরাতল

করিলে সেই সমধরাতল একটী আয়ত ক্ষেত্রের সমান হইবে। অতএব আয়তক্ষেত্রের দুই পার্শ্বস্থ বাহু স্তম্ভের ঊর্দ্ধ পরিমাণ ও ভূমির পরিধির সমান হইবে।

উদাহরণ ১। ক খ গ ত্রিপহল বস্তুর ক খ দৈর্ঘ্যের পরিমাণ ১২ ফুট এবং সমবাহুক ভূমির প্রত্যেক ভুজের পরিমাণ ২½ ফুট, উহার ক্ষেত্রফল কত? ১ম সূত্রানুসারে, (১৮৯ পৃষ্ঠার তালিকানুসারে সমবাহু ত্রিভুজ ক্ষেত্রের কালি।)

.৪৩৩০
৬¼ = (২½)
——————
২.৫৯৮০
.১০৮২৫
——————
খ = ২.৭০৬২৫ পার্শ্বের কালি
দ = ১২ দৈর্ঘ্য
——————
উঃ। ৩২.৪৭৫ ঘনফুট।

২। পলহের তলস্থক্ষেত্র ৫, ৪ ও ৩ ফুট ভুজবিশিষ্ট ত্রিভুজ, এবং উচ্চতা ১০ ফুট, তাহার ঘনফল কত?

উঃ। ৬০ ঘনফুট।

৩। ষট্ পলহের তলস্থক্ষেত্র ১ফুট ৬ ইঞ্চ ভুজবিশিষ্ট ত্রিভুজ, এবং দৈর্ঘ্য ৮ ফুট, তাহার ঘনফল কত?

উঃ। ৪৬.৭৬৬ ঘনফুট।

৪। যে গোল থামের বেষ্টন ৫½ ফুট ও উচ্চতা ২০ ফুট তাহার ঘনফল কত?

দ্বিতীয় সূত্রানুসারে, $ঘ = \frac{ব^2 \times দ}{৪ \times ত} =$

$(৫\frac{১}{২})^2 \times ২০ \times .০৭৯৫৮ = ৪৮.১৪৬$ ঘনফুট।

৫। যে পাতকূয়ার নিম্নস্থ বৃত্তের ব্যাস ২ হাত, ও গভীরতা ৮ হাত, তাহার ঘনফল কত? এখানে, বৃত্তের ক্ষেত্রফল = $(১^2) \times ৩.১৪১৬ = ৩.১৪১৬$ বর্গহস্ত, সুতরাং কূপের ঘনফল = $৩.১৪১৬ \times ৮ = ২৫.১৩২৮$ ঘনহস্ত।

৬। একজন রাজমিস্ত্রীর সহিত এই বন্দোবস্ত হইয়াছিল, যে ইট্ শুর্কি, চূণ সে দিবে, এবং ১০০ ঘন ফুট গাঁথনি হইলে ১৩৷৷০ টাকা পাইবে। ৫০০ ফুট দীর্ঘ, ২৷৷ ফুট বিস্তৃত, ১৪৷৷ ফুট উচ্চ প্রাচীর গাঁথনি হইয়াছে। তাহার মধ্যে ৫ ফুট উচ্চ, ৩ ফুট ওসার ২২টী জানালা এবং ৬৷৷ ফুট উচ্চ, ৪ ফুট ওসার ১০ টা দরজা; অপর গোল থাম ২৫ টাও গাঁথনি হইয়াছে, এক একটীর বেষ্টন ৬ ফুট ও উচ্চতা ১২ ফুট। রাজমিস্ত্রী কত টাকা পাইবে?

উঃ। ২৭২০৸৴১৫$\frac{৭}{১১}$ গ।

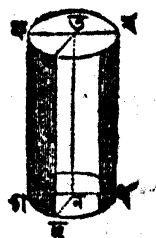
৭। ১৫ হাত উচ্চ ৩ হাত বেষ্টন একটী গোল থাম মুড়িতে ২ হাত ৩ অঙ্গুলি ওসারের কত কাপড় লাগিবে?

উঃ। ২১$\frac{৩}{১৭}$ হাত।

৮। যে গোল থামের তলস্থ বৃত্তের ব্যাস ২ ফুট ৩ ইঞ্চ ও উচ্চতা ১৬ ফুট, তাহার ন্যুব্জাকৃতি গাত্রের ঘনফল কত?

এখানে, শেষ সূত্রানুসারে $প = ত \times অ \times দ =$ $৩.১৪১৬ \times ২\frac{১}{৪} \times ১৬ = ১১৩.০৯৭৬$ বর্গফুট।

৯। যে ত্রিপহলের তলস্থ ক্ষেত্র ৫ হাত ভুজবিশিষ্ট সমবাহুক ত্রিভুজ, এবং সমুদায় পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল ১৪৩ বর্গ ফুট, তাহার দৈর্ঘ্য কত? এখানে ৩য় সূত্র পরিবর্ত্তন দ্বারা,

$$দ = \frac{প - ২\ খ}{ব} = \text{প্রায় ৮.০৯ ফুট।}$$

১০। প্রতি ঘনফুটের মজুরি ৩ শিলিং ৭½ পেন্স হইলে, যে কূপের ব্যাস ৩.৭৫ ফুট এবং গভীরতা ২২.৫ ফুট, তাহা খনন করিতে কত মজুরি লাগিবে? উঃ। ১ পাঃ ১৩ শিঃ ৪½ পেঃ।

১১। যে কূপের পরিধি ৫॥ হাত, গভীরতা ২০ হাত, তাহাতে কত থারী জল আছে? উঃ। ৪৮½ থারী।

৪র্থ সম্পাদ্য। সূচী বা সকোণসূচীর ঘনফল স্থির করিতে হইবে।

১ম নিয়ম। তলস্থ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলকে উচ্চতার পরিমাণ দ্বারা গুণ করিয়া, গুণফলের তৃতীয়াংশ লইলেই সূচী বা সকোণ সূচীর ঘনফল স্থির হয়।

নিয়মান্তর। সূচীর ভূমির বর্গপরিমাণকে উচ্চতার তৃতীয়াংশ দ্বারা গুণ করিলে গুণফল সূচীর ঘনফল হইবে।

২য় নিয়ম। সূচী বা সকোণসূচীর পৃষ্ঠফল স্থির করিতে হইলে, অগ্রভাগ হইতে তলা পর্য্যন্ত পৃষ্ঠদেশের যে পরিমাণ, তাহার দ্বারা তলার পরিধিকে গুণ করিয়া গুণফলের অর্দ্ধাংশ লইতে হয়।

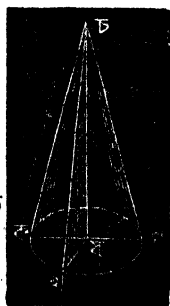
সূত্র। $ঘ = \frac{১}{৩} খ \times দ$, $খ = \frac{৩ঘ}{দ}$, $দ = \frac{৩ঘ}{খ}$, এবং

$প = \frac{১}{২} ব \times দ'$ (শীর্ষ কোণ হইতে পৃষ্ঠদেশক্রমে ভূমির দূরত্ব)

উদাহরণ ১। যে সূচীর তলস্থ বৃত্তের ব্যাস ক গ ২½ ফুট এবং উচ্চতা ঘ চ ১২½ ফুট, তাহার ঘনফল কত?

এখানে, $২\frac{১}{২} \times ২\frac{১}{২} = \frac{৫}{২} \times \frac{৫}{২} \times \frac{২৫}{৪} = ৬\frac{১}{৪} = কগ^২$,

পরে

```
           .৭৮৫৪
              ৬¼
         ---------
          ৪.৭১২৪
           .১৯৬৩৫
         ---------
ভূমির কালি ৪.৯০৮৭৫
              ১২½ = ঘ চ
         ---------
         ৫৮.৯০৫০০
          ২.৪৫৪৩৭৫
         ---------
```

৩) ৬১.৩৫৯৩৭৫ (২০.৪৫৩১২৫ = সূচীর ঘনফল।

২। যে সকোণসূচীর তলস্থ ক্ষেত্র ১৮, ২৪ ও ৩০ হাত ভুজবিশিষ্ট ত্রিভুজ, এবং উচ্চতা ৩৬ হাত, তাহার ঘনফল কত? এখানে তলস্থ সরল রৈখিক ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল =

$$\left\{\frac{১৮ + ২৪ + ৩০}{২} \times \left(\frac{১৮ + ২৪ + ৩০}{২} - ১৮\right)\right.$$

$$\left.\times \left(\frac{১৮+২৪+৩০}{২} - ২৪\right) \times \left(\frac{১৮+২৪+৩০}{২} - ৩০\right)\right\}^{\frac{১}{২}} =$$

$\sqrt{৩৬ \times ১৮ \times ১২ \times ৬}$ বর্গহস্ত $= \sqrt{৩৬ \times ৩৬ \times ৩৬}$

বর্গহস্ত $= ৬ \times ৬ \times ৬ = ২১৬$ বর্গহস্ত ;

অতএব, প্রশ্নোল্লিখিত সকোণসূচীর ঘনফল $= \dfrac{২১৬ \times \text{উচ্চতার পরিমাণ}}{৩} = ২১৬ \times \dfrac{৩৬}{৩} = ২১৬ \times ১২ = ২৫৯২$ ঘন হস্ত।

৩। যে সকোণসূচীর তলস্থ ক্ষেত্র ২ ফুট ভুজবিশিষ্ট পঞ্চভুজ ক্ষেত্র ও উচ্চতা ১২ ফুট, তাহার ঘনফল কত ?

তালিকানুসারে পঞ্চভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ১.৭২০৫

বাহুর বর্গ	=	৪
তলস্থ ক্ষেত্রের কালি	=	৬.৮৮২
ও থ উচ্চতার তৃতীয়াংশ	=	৪
সকোণসূচীর ঘনফল	=	২৭.৫২৮

৪। যদি সূচীর তলস্থ বৃত্তের পরিধি ৯ ফুট ও উচ্চতা ১০$\frac{১}{২}$ ফুট হয়, তাহা হইলে তাহার ঘনফল কত স্থির কর। উঃ। ২২.৫৬১ ঘন ফুট।

৫। যে সকোণ সূচীর ভূমি ৬ইঞ্চ ভুজবিশিষ্ট ষড়ভুজ ক্ষেত্র, ও উচ্চতা ৬.৪, তাহার ঘনফল কত ?

উঃ। ১.৩৮ ঘনফুট

৬। যে সূচীর তলস্থ বৃত্তের ব্যাস ক গ ৫ ফুট, এবং তাহার চালুদিকের দৈর্ঘ্য বা শীর্ষকোণ হইতে পৃষ্ঠদেশক্রমে ভূমির দূরত্ব চ গ ১৮ ফুট, তাহার পৃষ্ঠফল কত ?

```
         ৩.১৪১৬
              ৫  ব্যাস
      ─────────
       ১৫.৭০৮০  পরিধি
             ১৮
  ──────────────
       ১২৫৬৬৪
       ১৫৭০৮
   ─────────────
```

২) ২৮২.৭৪৪ (১৪১.৩৭২ বর্গ ফুট = পৃষ্ঠফল।

৭। যে সূচীর অগ্রভাগ হইতে তলা পর্য্যন্ত পৃষ্ঠদেশের পরিমাণ ২০ ফুট, এবং তলস্থ বৃত্তের পরিধি ৯ ফুট, তাহার পৃষ্ঠফল কত? উঃ। ৯০ বর্গ ফুট।

৮। একটী সূচীর অগ্রভাগ হইতে তলা পর্য্যন্ত পৃষ্ঠদেশের পরিমাণ ৫০ ফুট, ও তলস্থ বৃত্তের ব্যাস ৮ ফুট ৬ ইঞ্চ, তাহার পৃষ্ঠফল কত? উঃ। ৬৬৭.৫৯ বর্গ ফুট।

৯। যে সকোণসূচীর তলস্থ ক্ষেত্র ৫ ফুট ভুজবিশিষ্ট সমবাহুক ত্রিভুজ ও ঘনফল ৬২½ ঘন ফুট, তাহার উচ্চতা কত? উঃ। প্রায় ১৭ ফুট ৪ ইঞ্চ।

১০। যে সূচীর ঘনফল ৮ ঘনফুট, এবং উচ্চতা ২ ফুট, তাহার তলস্থ বৃত্তের পরিধি কত? উঃ। প্রায় ১২.২৮ ফুট।

১১। যদি প্রত্যেক ঘন ফুটের ওজন ১৭০ পাউণ্ড হয়, তাহা হইলে যে প্রস্তরনির্ম্মিত সূচীর তলস্থ ক্ষেত্র ১ ফুট ৩ ইঞ্চ ভুজবিশিষ্ট ত্রিভুজ ও যাহার উচ্চতা ১০ ফুট. তাহার ওজন কত হইবে? উঃ। ১ টন ১৮½ পাউণ্ড।

৫ম সম্পাদ্য। সূচীর বা সকোণসূচীর প্রকাণ্ডের ঘনফল স্থির করিতে হইবে।

সূচীর বা সকোণসূচীর উপরিভাগে কতকটা না থাকিলে, অর্থাৎ তাহার উপরিভাগ হইতে ভূমির সমান্তরাল করিয়া কিয়দংশ কাটিয়া ফেলিলে যে খণ্ড অবশিষ্ট থাকে, তাহার নাম প্রকাণ্ড অথবা মস্তকশূন্য সূচী বা সকোণসূচী।

নিয়ম। তলস্থ ও উপরিস্থ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমষ্টিতে ঐ দুইটী ক্ষেত্রফলের গুণফলের বর্গ মূল যোগ কর, এবং যোগফলকে উচ্চতার পরিমাণ দিয়া গুণ করিয়া তাহার তৃতীয়াংশ লও। গৃহীত তৃতীয়াংশ প্রকাণ্ডের অর্থাৎ মস্তকশূন্য সূচীর বা সকোণসূচীর ঘনফল হইবে।

নিয়ম। তলস্থ ও উপরিস্থ বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধদ্বয়ের বর্গের সমষ্টিতে ঐ দুই ব্যাসার্দ্ধদ্বয়ের গুণফল যোগ কর, এবং যোগফলকে ৩.১৪১৬ দিয়া গুণ করিয়া যাহা হইবে, তাহাকে পুনশ্চ উচ্চতার তৃতীয়াংশ দ্বারা গুণ কর, গুণফল সূচীর প্রকাণ্ডের ঘনফল হইবে।

সকোণসূচীর তলস্থ ক্ষেত্র সমবাহুক বহুভুজ ক্ষেত্র হইলে, তাহার প্রকাণ্ডের ঘনফল নিম্নলিখিত নিয়মটীর দ্বারাও স্থির হইবে।

নিয়ম। তলস্থ ও উপরিস্থ ক্ষেত্রের বাহুদ্বয়ের বর্গের সমষ্টিতে উহাদের গুণফল যোগ কর, এবং যোগফলকে

বহুভুজসংক্রান্ত তালিকায় লিখিত বহুসংখ্যক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল দ্বারা গুণ করিয়া যাহা হইবে, তাহাকে পুনশ্চ উচ্চতার তৃতীয়াংশ দ্বারা গুণ কর, গুণফল সকোণসূচীর ঘনফল হইবে।

সূচীর বা সকোণসূচীর প্রকাণ্ডের পৃষ্ঠফল স্থির করিতে হইবে।

নিয়ম। সূচীর বা সকোণসূচীর প্রকাণ্ডের পৃষ্ঠফল স্থির করিতে হইলে, অগ্রভাগ হইতে তলা পর্য্যন্ত পৃষ্ঠদেশের যে পরিমাণ, তদর্দ্ধ দ্বারা তলস্থ ও উপরিস্থ ক্ষেত্রের বেষ্টনের সমষ্টিকে গুণ করিলেই হয়।

উদাহরণ ১। যে সূচীর প্রকাণ্ডের তলস্থ বৃত্তের ব্যাস ২৮ ইঞ্চ, উপরিস্থ বৃত্তের ব্যাস ২০ ইঞ্চ এবং উচ্চতা ২০ ইঞ্চ, তাহার ঘনফল কত?

```
  ২৮            ২৮          ২০
  ২৮            ২০          ২০
 ----          ----        ----
 ২২৪           ৫৬০         ৪০০
 ৫৬            ৭৮৪
 ----          ৪০০
 ৭৮৪           ----
              ১৭৪৪
              .২৬১৮ = ১/১২ ৩.১৪১৬
              -----
              ১৩৯৫২
              ১৭৪৪
           ১০৪৬৪
           ৭৪৮৮
           ---------
           ৪৫৬.৫৭৯২
                  ২০ = উচ্চতা
           ---------
ঘনফল = ৯১৩১.৫৮৪০ ঘন ইঞ্চ।
```

প্রকারান্তর। ১৪ (ব্যাসার্দ্ধ) × ১৪ = ১৯৬, ১৪ × ১০ = ১৪০, ১০(ব্যাসার্দ্ধ) × ১০ = ১০০, ১৪০ + ১৯৬ + ১০০ = ৪৩৬ ; ৪৩৬ × ৩.১৪১৬ = ১৩৬৯. ৭৩৭৬ ; ১৩৬৯.৭৩৭৬ × ২০ ÷ ৩ = ৯১৩১.৫৮৪০ ঘনইঞ্চ।

২। যে সকোণসূচীর প্রকাণ্ডের নিম্নস্থ ও উপরিস্থ ভাগটী সমবাহুক পঞ্চভুজ ক্ষেত্র, উপরিস্থ ক্ষেত্রের বাহুর পরিমাণ ৬ ইঞ্চ, নিম্নের ক্ষেত্রের বাহুর পরিমাণ ১ ফুট ৬ ইঞ্চ, এবং উচ্চতা ব ম ৫ ফুট, তাহার ঘনফল কত ?

১৮	১৮	৬
১৮	৬	৬
১৪৪	১০৮	৩৬
১৮	৩২৪	
৩২৪	৩৬	

৩) ৪৬৮

১৫৬ যোগ পরিমাণের তৃতীয়াংশ।
১.৭২০৫ তালিকায় লিখিত ক্ষেত্রফল।

১০৩২৩০
৮৬০২৫
১৭২০৫

২৬৮.৩৯৮০ গড় ক্ষেত্রফল।
৫

১৪৪ { ১২ | ১৩৪১.৯৯০
১২ | ১১১.৮৩২৫ [প্রকাণ্ডের ঘনফল।
| ৯.৩১৯৩৭৫ ঘন ফুট = সকোণসূচীর

প্রকারান্তর। ১.৫ × ১.৫ = ২.২৫, ১.৫ × .৫ = .৭৫, .৫ × .৫ = .২৫; ২.২৫ + .৭৫ + .২৫ = ৩.২৫, ৩.২৫ × ১.৭২০৫ (তালিকায় লিখিত ক্ষেত্রফল) = ৫.৫৯১৬২৫, এখন ৫.৫৯১৬২৫ × ৫ ÷ ৩ = ৯.৩১৯৩৭৫ ঘন ফুট।

৩। যে সূচীর প্রকাণ্ডের তলস্থ বৃত্তের ক্ষেত্রফল ৮ বর্গ হাত, উপরিস্থ বৃত্তের ক্ষেত্রফল ২ বর্গ হাত এবং উচ্চতা ৬ হাত, তাহার ঘনফল কত?

এখানে, তলস্থ বৃত্তের ক্ষেত্রফল = ৮ বর্গহস্ত,

উপরিস্থ বৃত্তের ক্ষেত্রফল = ২ বর্গহস্ত,

উহাদের গুণফলের বর্গ মূল = $\sqrt{৮ \times ২}$ = ৪ বর্গ হস্ত;

$$\text{অতএব, ঘনফল} = \frac{(৮+২+৪)\times ৬}{৩} = \frac{৮৪}{৩}$$

ঘন হস্ত = ২৮ ঘনহস্ত।

৪। যে পুষ্করিণীর উপরিভাগটী সমচতুষ্কোণ, এবং তলাটীও সমচতুষ্কোণ, সকল দিক্ ঢাল, উপরের ক্ষেত্রফল ৯০ বর্গ হস্ত, তলার ক্ষেত্রফল ৪০ বর্গ হস্ত এবং গভীরতা ১২ হাত, তাহার কালি কত? উঃ। ৭৬০ ঘন হস্ত।

সকোণসূচীর উপরি ভাগ কতকটা বাদ গেলে যেরূপ হয়, যে সকল পুষ্করিণীর সকল দিক্ ঢাল তাহারও আকার ঐরূপ, কেবল উপরিভাগ নীচে ও তলা উপরে, এই প্রভেদ। অতএব, ঐরূপ পুষ্করিণীর কালি করিতে হইলে সকোণসূচীর কালির মত করিলেই হয়।

৫। যে পুষ্করিণীর সকল দিক্ ঢাল, উপরি ভাগ ও তলা সমচতুষ্কোণ, উপরি ভাগের একদিকের পরিমাণ ২০ হাত এবং গভীরতা ১৫ হাত, তাহার ঘনফল কত?

উঃ। ৫৭৮৭১.১৫ ঘন হস্ত।

পুষ্করিণীর কালির অপর একটী নিয়ম আছে তাহা এই,—

উপরিস্থ ও তলস্থ ভাগের দৈর্ঘ্যের যোগফলকে তত্তৎ ভাগের বিস্তারের যোগফল দ্বারা গুণ কর, পরে উপরের ও তলার ধারাতলিক ক্ষেত্রফল স্থির করিয়া, তাহার যোগ সমষ্টিতে পুর্ব্বোক্ত গুণফল যোগ কর, এই যোগফল ৬ দ্বারা ভাগ করিয়া গভীরতা দ্বারা গুণ করিলে পুষ্করিণীর কালি হয়।

৬। যে পুষ্করিণীর উপরিভাগের দৈর্ঘ্য ক খ ১২ হাত, ও প্রস্থ ক গ ১০ হাত, তলাটীর দৈর্ঘ্য চ ছ ৬ হাত, ও প্রস্থ চ জ ৫ হাত এবং গভীরতা ট ঠ ৭ হাত, তাহার কালি কত?

১২ + ৬ = ১৮, ১০ + ৫ = ১৫, ১৮ × ১৫ = ২৭০, ১২ × ১০ = ১২০, ৬ × ৫ = ৩০ ; এখন ২৭০ + ১২০ + ৩০ = ৪২০, ৪২০ ÷ ৬ = ৭০, ৭০ × ৭ = ৪৯০ ঘনহাত।

ইটের পাঁজার ইট নির্ণয় করিবার জন্য পূর্ব্বোক্ত নিয়ম

দ্বারা পাঁজার কালি করিয়া, এক খানি ইটের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতাকে পরস্পর গুণ করিয়া যে ফল হইবে, তদ্দ্বারা পাঁজার কালিকে ভাগ করিলে যে ফল হইবে, তাহাই ইটের সংখ্যা।

৭। যদি ইটের দৈর্ঘ্য ১৮ অঙ্গুলি, প্রস্থ ১১ অঙ্গুলি ও উচ্চতা ৩ অঙ্গুলি হয়, তাহা হইলে যে পাঁজার উচ্চতা ১০ হাত, তলার দৈর্ঘ্য ৮ হাত ও প্রস্থ ৫ হাত, আর উপরের দৈর্ঘ্য ৬ হাত ও প্রস্থ ৪ হাত, তাহাতে উক্ত প্রকার কত গুলি ইট আছে? উঃ। ৬৮২৬$\frac{১}{৩}$ খান।

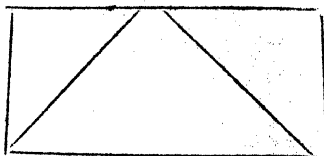
বাঁধ মাপিতে হইলে নিম্নলিখিত নিয়মও ব্যবহৃত হইয়া থাকে।

বাঁধের তলা ও উপরের ওসার বা বিস্তারের সমষ্টিকে দুই দ্বারা ভাগ করিলে যে ভাগফল হইবে, তাহা আর বাঁধের দৈর্ঘ্য ও উচ্চতার ধারাবাহিক গুণফল নির্ণয় করিলে যে ফল স্থির হইবে, তাহাই বাঁধের কালি।

৮। যে বাঁধের দৈর্ঘ্য ৩০০ হাত, তলার বিস্তার ১২ হাত, উপরের বিস্তার ৪ হাত এবং উচ্চতা ১০ হাত, তাহার কালি কত? উঃ। ২৪০০০ হাত।

অনেক স্থলে পুষ্করিণী, রাস্তা, নদীতীরস্থ বাঁধের ধারে যে নিয়মে চাল হইয়া আইসে, তাহা এক প্রকার অনুপাত দ্বারা প্রকাশিত হয়।

মনে কর গ জ বাঁধ, গ ক ও জ চ ক্রমে চাল হইয়া ক ও

চ বিন্দুতে ভূমি সংলগ্ন হইয়াছে। বাঁধের ভূমির ক ও চ বিন্দু হইতে ক খ বা চ ছ বাঁধের উচ্চতার সমান দুই লম্ব উত্তোলন কর। এইক্ষণে গ খ ও ক খ এই দুইটী অনুপাত লইয়া গ ক ঢাল প্রকাশিত হইয়া থাকে। ক চ ভূমি যদি সমতল হয়, তাহা হইলে গ ক ও জ চ ঢাল সমান হইবে, কারণ বাঁধের দুই পার্শ্বই এক প্রকার পদার্থ দ্বারা নির্ম্মিত হইয়াছে। পরীক্ষাদ্বারা দেখা গিয়াছে যে, যদি কোন বাঁধ অথবা রাস্তা খোয়া দ্বারা প্রস্তুত হয়, তাহা হইলে গ ক চ কোণ = ৪০° হইবে।
যদি বালি দ্বারা প্রস্তুত হয়, তাহা হইলে $<$ গ ক চ = ২২° ,,

মাটি ... ,, ... ঐ = ২৮° ,,

কর্দ্দম ... ,, ... ঐ = ১৬° ,,

প্রস্তর ... ,, ... ঐ = ৪৫° ,,

কিন্তু $<$ গ ক চ = $<$ ক গ খ, ∴ ক গ খ কোণ খ ক গ কোণ অপেক্ষা প্রায়ই লঘু, কখন কখন সমান হয়; সুতরাং খ গ, ক খ অপেক্ষা প্রায়ই বড়, কচিৎ সমান হয়। যদি গ খ = ক খ, তাহা হইলে ঢালের অনুপাত ১ : ১ হইবে।

২ গ খ = ক খ, ,, ,, ২ : ১ ,,

৩ গ খ = ক খ, ,, ,, ১২ : ১ ,,

ক চ = গ জ + খ গ + জ ছ = ২ ঢালের অনুপাত × খক + গজ।

৯। যে বাঁধের দুই দিকই ঢাল, তলার বিস্তার ১৬ হাত, উপরের বিস্তার ৩ হাত, উচ্চতা ১২ হাত এবং দৈর্ঘ্য ৫১২ হাত, তাহার ঘনফল কত? উঃ। ৫৮৩৬৮ ঘনহস্ত।

দুই দিকেই ঢাল, এমন বাঁধের কালি স্থির করিতে হইলে, তলা ও উপরের বিস্তারের সমষ্টির অর্দ্ধাংশকে উচ্চতার দ্বারা গুণ করিয়া, গুণফলকে দৈর্ঘ্যের পরিমাণ দ্বারা গুণ করিতে হয়।

১০। যে বাঁধের তলার বিস্তার ২৫ হাত, উপরের বিস্তার ৫ হাত, উচ্চতা ২০ হাত ও দৈর্ঘ্য ৫৯৫৬ হাত, তাহা প্রস্তুত করিতে যদি ৫০০০ টাকা লাগিয়া থাকে; তাহা হইলে, ২১৯২ হাত দীর্ঘ, ১৬ হাত উচ্চ, ১৫ হাত তলা ও উপরে ৩ হাত বিস্তৃত এমন বাঁধ প্রস্তুত করিতে সেই হারে কত লাগিবে? উঃ। ৮৮৩৶১৯ [illegible]।

১১। যে সূচীর প্রকাণ্ডের তলস্থ বৃত্তের পরিধি ২০ ফুট, উপরিস্থ বৃত্তের পরিধি ১০ ফুট, ও উচ্চতা ২৫ ফুট, তাহার ঘনফল কত? উঃ। ৪৬৪.২১৬ ঘনফুট।

১২। যে সূচীর প্রকাণ্ডের তলস্থ বৃত্তের ব্যাস ৮ ফুট, উপরিস্থ বৃত্তের ব্যাস ৪ ফুট, ও উচ্চতা ১৮ ফুট, তাহার ঘনফল কত? উঃ। ৫২৭.৭৮৮ ঘনফুট।

১৩। যে গোল পুষ্করিণীর সকল দিক ঢাল, ও যাহার উপরের পরিধি ৫০০ হাত, ও নীচের পরিধি ৩২০ হাত, এবং গভীরতা ১৮ হাত, তাহার কালি কত ঘন হস্ত?

উঃ। ২৪৪৬৫০ ঘন হস্ত।

১৪। ১০ হাত উচ্চ ১৪ হাত প্রস্থ ও ১ মাইল দীর্ঘ একটী বাঁধ প্রস্তুত হইল; যদি ইহার দুই দিকের ঢালের অনুপাত ১½ : ১ হয়, তাহা হইলে এই বাঁধ প্রস্তুত করিবার নিমিত্ত কত বিঘা জমি ক্রয় করিতে হইয়াছিল ?

বাঁধের ভূমিসংলগ্ন প্রস্থ = ১৪ + ২ × ১½ × ১০ = ৪৪ হাত।

∴ ৪৪ × ৩৫২০ বর্গহস্ত জমি ক্রয় করিতে হইবে, ∴

$$\text{জমির পরিমাণ} = \frac{৪৪ \times ৩৫২০}{৬৪০০} \text{ বিঘা} = ২৪.২ \text{ বিঘা} = ২৪/৩।$$

১৫। যে সকোণসূচীর প্রকাণ্ডের তলস্থ ষড়ভুজের বাহুর পরিমাণ ১৮ ইঞ্চ, ও উপরিস্থ ষড়ভুজের বাহুর পরিমাণ ১২ ইঞ্চ, এবং উচ্চতা ৯ ফুট, তাহার ঘনফল কত ? উঃ। ২৪.৬৮ ঘনফুট।

১৬। ক খ গ চ ছ বর্গ সকোণসূচীর প্রকাণ্ডের তলস্থ সমচতুষ্কোণ ভূমির বাহু ক খ-র পরিমাণ ৬ ফুট, ও উপরিস্থ সমচতুষ্কোণ ভূমির বাহু ছ জ-র পরিমাণ ৪ ফুট, এবং অগ্রভাগ হইতে তলা পর্য্যন্ত জ ক পৃষ্ঠদেশের পরিমাণ ২০ ফুট, ইহার পৃষ্ঠফল কত ?

৬ × ৪ = ২৪ } তলস্থ ও উপরিস্থ
৪ × ৪ = ১৬ } ক্ষেত্রের বেষ্টন।

৪০ = যোগফল
১০ = ½ উচ্চতা

৯) ৪০০ (৪৪$\frac{৪}{৯}$ বর্গগজ = পৃষ্ঠফল।

১৭। একটী ষড়ভুজাকৃতি কীর্ত্তিস্তম্ভের তলস্থ ষড়ভুজ ক্ষেত্রের বাহুর পরিমাণ ৭½ ফুট, ও উপরিস্থ ষড়ভুজ ক্ষেত্রের বাহুর পরিমাণ ২½ ফুট, এবং অগ্রভাগ হইতে তলা পর্য্যন্ত পৃষ্ঠদেশের পরিমাণ ৭৪ ফুট, তাহার পৃষ্ঠফল কত ? আর

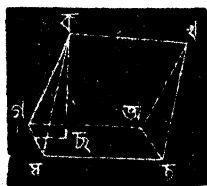
যদি প্রতি বর্গফুট রঙ্গ করিতে ১ শিলিং ৩ পেন্স পড়ে, তাহা হইলে উক্ত কীর্ত্তিস্তম্ভ রঙ্গ করিতে কত ব্যয় হইবে?

উঃ। ২২২০ বর্গফুট, এবং ১৫ পাউণ্ড ৮ শিলিং ৪ পেন্স।

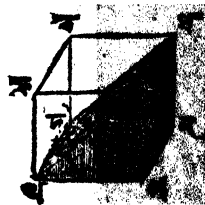
৬ঠ সম্পাদ্য। কাজ্‌লার ঘনপরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। ঢালদিকের বিস্তার ও পৃষ্ঠ দেশের দ্বিগুণ পরিমাণ একত্র যোগ করিয়া স্বতন্ত্র রাখ, তাহার পরে কাজলার উচ্চতাকে ভূমির বিস্তার দিয়া গুণ করিয়া যাহা হইবে, তাহাকে উপরিউক্ত যোগফল দ্বারা গুণ করিলে গুণফলের ষড়াংশ কাজ্‌লার ঘনফল হইবে।

উদাহরণ ১। যে কাজ্‌লার উন্নতি ক ছ ১৪ ইঞ্চ, পার্শ্ব ক খ ২১ ইঞ্চ, ও ভূমির দৈর্ঘ্য ঘ চ ৩২ ইঞ্চ, ও বিস্তার গ ঘ ৪½ ইঞ্চ, তাহার ঘনপরিমাণ কত ঘনফুট।

```
  ২১        ১৪
  ৩২        ৪½
  ৩২       ────
 ────       ৫৬
  ৮৫         ৭
           ────
            ৬৩
            ৮৫
          ─────
           ৩১৫
          ৫০৪
         ──────
       ৬ | ৫৩৫৫
      { ১২ | ৮৯২.৫ ঘন ইঞ্চ উঃ।
১৭২৮ { ১২ |  ৭৪.৩৭৫
      { ১২ |   ৬.১৯৭৯১৬
              .৫১৬৪৯৩ ঘন ফুট উঃ।
```

২। যে কাজ্‌লার মুখের দৈর্ঘ্য ও উচ্চতা এবং ভূমির দৈর্ঘ্য ও বিস্তার প্রত্যেকে ২ ফুট, তাহার ঘনফল কত?

উঃ। ৪ ঘনফুট।

৩। থ প ধ দ আয়তাকার কাজ্‌লার ভূমির দৈর্ঘ্য থ প ১০ হাত, বিস্তার প ন বা ত ধ ৭ হাত, ও উন্নতি প ত বা থ ক ৮ হাত, উহার ঘনফল কত?

এই প্রশ্নে, থ প ধ দ কাজ্‌লা একটী পহল হইবে ও থ প ন ব ক চতুষ্কোণাকার ঘন বস্তুর অর্দ্ধেক হইবে, স্থতরাং, থ প ন ব ক ত ঘনবস্তুর ঘনফল = ১০ × ৭ × ৮ = ৫৬০ ; ∴ থ প ধ দ কাজ্‌লার ঘনফল = ½৫৬০ = ২৮০ হাত।

৭ম সম্পাদ্য। কাজ্‌লার প্রকাণ্ডের ঘনফল স্থির করিতে হইবে।

কাজ্‌লার উপরিভাগে কতকটা না থাকিলে অর্থাৎ উপরিভাগ হইতে একটী কাজ্‌লা বাদ গেলে যেরূপ আকারটী হয়, তাহার ঘনফল স্থির করিবার নিয়ম এই।—

নিয়ম। তলস্থ ও উপরিস্থ ধারাতলিক ক্ষেত্রফলের সমষ্টিতে তদুভয়ের মধ্যস্থ সমান্তরাল ছেদকের ক্ষেত্রফলের চতুর্গুণ যোগ কর, এবং যোগফলের ষড়াংশকে উচ্চতা দিয়া গুণ করিলে কাজ্‌লার প্রকাণ্ডের ঘনফল স্থির হইবে।

উদাহরণ ১। যে প্রস্তরের উপরিভাগটী ১৪ ইঞ্চ দীর্ঘ ও ১২ ইঞ্চ বিস্তৃত একটী আয়ত ক্ষেত্র, ও তলাটী ৬ ইঞ্চ দীর্ঘ ও ৪ ইঞ্চ বিস্তৃত একটী আয়তক্ষেত্র, এবং যাহার উচ্চতা ৩০½ ফুট, ও মধ্যস্থ সমান্তরাল ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ১০ ইঞ্চ ও বিস্তার ৮ ইঞ্চ, তাহার ক্ষেত্রফল কত?

১৪
১২
১৬৮

১০
৮
৮০
৪
৩২০
১৬৮
২৪
৬) ৫১২
$৮৫\frac{১}{৩}$ ইঞ্চ = গড়ক্ষেত্রফল।
$৩০\frac{১}{২}$ উচ্চত্ব।
২৫৬০
$৪২\frac{২}{৩}$

৬
৪
২৪

১৪৪ { ১২ | ২৬০২.৬̇
১২ | ২১৬.৮̇
উত্তর। ১৮.০৭৪̇

উদাহরণ ২। ক খ গ জ চ আয়তাকার কাজ্‌লার প্রকাণ্ডের ভূমির দৈর্ঘ্য ক খ বা চ ব ১২ হাত, এবং বিস্তার ক চ বা খ ব ৭ হাত, আর উপরিস্থ ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ছ জ বা ঘ গ ৮ হাত, ও বিস্তার গ জ বা ঘ ছ ৪ হাত, এবং উচ্চতা ব জ ৬ হাত, তাহার ঘনফল কত?

ক খ গ চ কাজ্‌লার ঘনফল = $\frac{১}{৬}$ × ৭ × ৬ (৮ + ২ × ১২) = ২২৪; ছ জ গ চ কাজ্‌লার ঘনফল = $\frac{১}{৬}$ × ৪ × ৬ (১২ + ২ × ৮) = ১১২; ∴ ক খ গ জ চ কাজ্‌লার প্রকাণ্ডের ঘনফল = ২২৪ + ১১২ = ৩৩৬ ঘনহাত।

৩। ক খ গ জ চ সূচীর প্রকাণ্ডের তলস্থ বৃত্তের ব্যাস ক গ ৪ ফুট, উপরিস্থ বৃত্তের ব্যাস চ জ ২ ফুট, এবং উন্নতি ন ম ১৮ ফুট, ইহার ঘনফল কত?

এখানে, তলস্থ বৃত্তের কালি = ৪² × .৭৮৫৪,

উপরিস্থ বৃত্তের কালি = ২² × .৭৮৫৪,

দুই পার্শ্বের মধ্যস্থ ছেদকের কালি = ৩² × .৭৮৫৪ ;

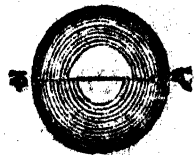
∴ সূচীর প্রকাণ্ডের ঘনফল = ⅙ × ১৮ (৪² + ২² + ৪ × ৩²) .৭৮৫৪ = ১৩১.৯৪৭ ঘন ফুট।

৮ম সম্পাদ্য। বর্ত্তুলের ঘনফল স্থির করিতে হইবে।

নিয়ম। বর্ত্তুলের ব্যাসের ঘনপরিমাণকে .৫২৩৬ দিয়া গুণ করিতে হয়; অথবা উহার ব্যাসার্দ্ধের ঘনকে ৪.১৮৮৮ দিয়া গুণ করিতে হয়। গণনার সূক্ষ্মতা আবশ্যক না হইলে ১১/২১ দিয়া গুণ করিলেই হয়।

নিয়মান্তর। বর্ত্তুলের ব্যাসের ঘন পরিমাণের ষষ্ঠাংশকে ৩.১৪১৬ দিয়া গুণ করিলে, গুণফল ঐ পদার্থের ঘনফল হইবে। এই নিয়ম হইতে প্রতীত হইতেছে যে, ব্যাসার্দ্ধের ঘনকে ৩.১৪১৬ দিয়া গুণ করিয়া গুণফলের ৪/৩ লইলে ঘনফল নির্দ্ধারিত হইবে।

উদাহরণ ১। যে বর্ত্তুলের ব্যাস ১২ ফুট, তাহার ঘনফল কত?

১২³ × .৫২৩৬ ≐ ৯০৪.৭৮০৮ ঘনফুট।

২। যদি ভূমণ্ডলের পরিধি ২৫০০০ মাইল হয়, তাহা হইলে উহার ঘনপরিমাণ কত হইবে?

উঃ। ২৬৩৮৫৫১৬৪৯৬৭ ঘন মাইল।

৩। যে বর্ত্তুলের ব্যাস ৪ হাত, তাহার ঘনফল কত?

উঃ। ৪৩.৫২ ঘনহস্ত।

৪। ১০ ইঞ্চ ব্যাসবিশিষ্ট ৫০০ কামানের গোলা প্রস্তুত করিতে হইবে, এইক্ষণে ২৪ ফুট ২ ইঞ্চ দীর্ঘ, ৩ ফুট ৪ ইঞ্চ বিস্তৃত ও ২ ফুট ৬ ইঞ্চ উর্দ্ধ একটা লোহার চাপ গলাইলে, উক্তসংখ্যক গোলা প্রস্তুত করিতে লোহার অকুলান পড়িবে কি কিছু অবশিষ্ট থাকিবে। যদি অবশিষ্ট থাকে, তাহা হইলে ইহার দ্বারা দৈর্ঘ্য বিস্তার ও বেধ তিনেই ২ ইঞ্চ এমন কয়টা লৌহ খণ্ড প্রস্তুত হইতে পারিবে?

উঃ। ৫০০ টা গোলা প্রস্তুত হইয়া প্রস্তাবিতরূপ ১০৭৭৫ টা লৌহখণ্ড হইবে ও যৎকিঞ্চিৎ অবশিষ্ট থাকিবে।

৫। যে বর্ত্তুলের ব্যাস ৫০ ইঞ্চ, তাহার ঘনফল কত?

উঃ। ৬৫৪৫০ ঘন ইঞ্চ।

৬। যে ফাঁপা গোলকের বহিঃস্থ ব্যাস ৯ ফুট ও যাহার দল ২ ইঞ্চ, তাহার ঘন পরিমাণ কত?

এখানে অন্তর্ব্যাস $= ৯ - \frac{১}{৬} = \frac{৫৩}{৬}$ ফুট। বহিঃস্থ বর্ত্তুলের ঘনফল $= ৯^৩ \times .৫২৩৬$, অন্তরস্থ বর্ত্তুলের ঘনফল $= (\frac{৫৩}{৬})^৩ \times .৫২৩৬$, অতএব ফাঁপা গোলকের ঘনফল $= \{৯^৩ - (\frac{৫৩}{৬})^৩\} .৫২২৬ = ৪০.৮৬$ ঘনফুট।

৭। ৩, ৪ ও ৫ অঙ্গুলি ব্যাসবিশিষ্ট তিনটী লৌহ বর্ত্তুল গলাইয়া একটী বর্ত্তুল প্রস্তুত হইল, ইহার ব্যাস কত? উঃ। ৬ অঙ্গুলি।

৮। ৩ ইঞ্চ ব্যাসবিশিষ্ট একটী সীসের গোলা গলাইয়া $\frac{১}{৪}$ ইঞ্চ ব্যাসবিশিষ্ট কয়টী ছিটাগুলি প্রস্তুত হইতে পারে? উঃ। ১৭২৮।

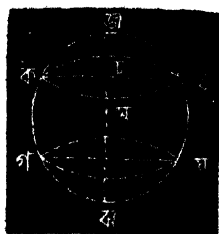
৯। একটী বর্ত্তুল বেষ্টন করিয়া স্তম্ভ নির্ম্মাণ করিলে বর্ত্তুলটীর ঘনফল যে স্তম্ভের তৃতীয়াংশ হয় তাহা প্রমাণ কর?

৯ম সম্পাদ্য। বর্ত্তুলখণ্ডের ঘনফল স্থির করিতে হইবে।

নিয়ম। ভূমির ব্যাসার্দ্ধের বর্গকে তিন গুণ করিয়া তাহাতে উচ্চতার বর্গ যোগ কর, পরে যোগফলকে উচ্চতার পরিমাণ দিয়া গুণ করিয়া, গুণফলকে .৫২৩৬ দিয়া গুণ করিলে ঘনফল স্থির হয়।

নিয়মান্তর। বর্ত্তুলের ব্যাসের তিন গুণ হইতে বর্ত্তুলখণ্ডের উন্নতির দ্বিগুণ অন্তর কর, পরে অবশিষ্টকে উন্নতির বর্গ দ্বারা গুণ করিয়া গুণফলকে '৫২৩৬ দিয়া গুণ করিলে ঘনফল স্থির হয়।

উদাহরণ ১। যে বর্ত্তুলখণ্ডের ভূমির ব্যাসার্দ্ধ ৮ ফুট, এবং উচ্চতা ৪ ইঞ্চ, তাহার ঘনফল কত ?

৮	৪	'৫২৩৬
৮	৪	৮৩২
৬৪	১৬	১০৪৭২
৩	১৯২	১৫৭০৮
		৪১৮৮৮
১৯২	২০৮	
	৪	৪৩৫.৬৩৫২ = উত্তর।
	৮৩২	

২। যে বর্ত্তুলখণ্ডের ভূমির ব্যাস ২০ ফুট, ও উচ্চতা ৯ ফুট, তাহার ঘনফল কত স্থির কর ? উঃ। ১৭৯৫.৪২৪৪ ঘনফুট।

৩। বর্ত্তুলের ব্যাস ১২ ফুট হইলে উহার যে খণ্ডের উন্নতি ৩ ফুট, তাহার ঘনফল কত ? উঃ। ১৪১.৩৭২ ঘনফুট।

৪। যে বর্ত্তুলখণ্ডের ভূমির ব্যাস ৮.৬১৬৮৪ ও উচ্চতা ২½ ফুট, তাহার ঘনফল কত? উঃ। ৭১.৫৬৯৫ ঘনফুট।

৫। যদি বর্ত্তুলের ব্যাস ৪০ হাত হয়, তাহা হইলে উহার যে খণ্ডের উন্নতি ৫ হাত, তাহার ঘনফল কত?

উঃ। ১৪৩৯.৯ হাত।

১০ম সম্পাদ্য। বর্ত্তুলমণ্ডলের ঘনফল স্থির করিতে হইবে।

নিয়ম। তলস্থ ও উপরিস্থ বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ব্যাসার্দ্ধের বর্গ ও উচ্চতার তৃতীয়াংশ একত্রে সমষ্টি করিয়া উচ্চতা-পরিমাণ দ্বারা গুণ কর, পরে ঐ গুণফলকে পুনশ্চ ১.৫৭০৮ দিয়া গুণ করিলে বর্ত্তুলমণ্ডলের ঘনফল স্থির হয়।

উদাহরণ ১। যে বর্ত্তুলমণ্ডলের তলস্থ বৃত্তের ব্যাস ১২ ইঞ্চ, ও উপরিস্থ বৃত্তের ব্যাস ৮ ইঞ্চ, এবং উচ্চতা ১০ ইঞ্চ, তাহার ঘনফল কত?

$$৬^২ = ৩৬$$
$$৪^২ = ১৬$$
$$\frac{১}{৩} \times ১০^২ = ৩৩\frac{১}{৩}$$

৮৫⅓

বর্ত্তুলমণ্ডলের ঘনফল = ৮৫⅓ × ১০ × ১.৫৭০৮ = ১৩৪০.৪১৬ ঘনইঞ্চ।

২। যে বর্ত্তুলমণ্ডলের তলস্থ বৃত্তের ব্যাস ১২ ফুট, ও উপরিস্থ বৃত্তের ব্যাস ১০ ফুট, এবং উচ্চতা ২ ফুট, তাহার ঘনফল কত? উঃ। ১৯৫.৮২৩৪ ঘনফুট।

৩। যে পিপের আকার বর্ত্তুলের মধ্যমণ্ডলের মত, যদি তাহার ঊর্দ্ধ ও অধঃস্থ ব্যাসদ্বয়ের প্রত্যেকের পরিমাণ ৫ ফুট ৮ ইঞ্চ, এবং গভীরতা ৫ ফুট হয়, তাহা হইলে ঐ পিপেতে কত গেলন জল ধরিতে পারে? উঃ। ১১৯৩ গেলন।

১১শ সম্পাদ্য। বর্ত্তুল ও বর্ত্তুলখণ্ডের ন্যুব্জপৃষ্ঠ-ফল * স্থির করিতে হইবে।

নিয়ম। বর্ত্তুলের পৃষ্ঠফল স্থির করিতে হইলে, ব্যাসের বর্গকে ৩.১৪১৬ দিয়া গুণ করিতে হয়। সর্ব্বাধিক পরিধিকে ব্যাসের দ্বারা গুণ করিলেও হয়।

নিয়ম। বর্ত্তুলখণ্ডের বা বর্ত্তুলমণ্ডলের পৃষ্ঠফল স্থির করিতে হইলে, সর্ব্বাধিক পরিধিকে বর্ত্তুলখণ্ড বা বর্ত্তুলমণ্ডলের উচ্চতা দ্বারা গুণ করিতে হয়।

উদাহরণ ১। যে বর্ত্তুলের ব্যাস ২ ফুট, তাহার পৃষ্ঠফল কত? পৃষ্ঠফল = $২^২$ × ৩.১৪১৬ = ১২.৫৬৬৪ বর্গফুট।

২। যে গোলকের ব্যাস ২ ফুট ১০ ইঞ্চ, তাহার পৃষ্ঠফল কত? উঃ। ২৫.২২ বর্গফুট।

৩। যে গোল প্রস্তরপিণ্ডের পরিধি ৪ ফুট, তাহার পৃষ্ঠফল কত? এখানে, পৃষ্ঠফল = $৪^২$ ÷ ৩.১৪১৬ = ৫.০৯২৮ বর্গফুট।

৪। যদি ভূমণ্ডলের মেরুদণ্ড বা ব্যাস ৭৯৫৭ মাইল ও পরিধি ২৫০০০ মাইল হয়, তাহা হইলে উহার পৃষ্ঠফল কত হইবে? উঃ। ১৯৮৯৪৩৭৫০ বর্গ মাইল।

---

* শরা অধোমুখ হইয়া থাকিলে ন্যুব্জ পৃষ্ঠ হয়; ঊর্দ্ধভাগে দৃষ্টি করিলে আকাশকে কুব্জ দেখায়।

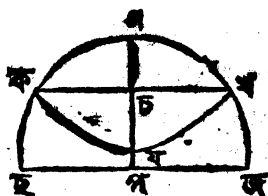
৫। যদি বর্ত্তুলের ব্যাস ৪২ ইঞ্চ হয়, তাহা হইলে যে খণ্ডের উচ্চতা ৯ ইঞ্চ তাহার পৃষ্ঠফল কত?

উঃ। ১১৮৭.৫২৪৮ বর্গইঞ্চ।

৬। যদি বর্ত্তুলের ব্যাস ১২½ ফুট হয়, তাহা হইলে যে মণ্ডলের বিস্তার ২ ফুট, তাহার পৃষ্ঠফল কত?

উঃ। ৭৮.৫৪ বর্গফুট।

১২শ সম্পাদ্য। গোলাকার টক্রুর ঘনফল স্থির করিতে হইবে।

নিয়ম। টক্রুর দৈর্ঘ্য ক খ-কে ত্রিঘাত করিয়া তাহার ষড়াংশ লও, পরে ক গ খ বৃত্তখণ্ডের ক্ষেত্রফল ও টক্রুর কেন্দ্র হইতে বৃত্তের কেন্দ্রের

দূরত্বপরিমাণ গুণ করিয়া অন্তর কর। অনন্তর বিয়োগফলকে ৩.১৪১৬ দিয়া গুণ করিলে গোলাকার টক্রুর ঘনফল স্থির হয়।

উদাহরণ ১। যে গোলাকার টক্রুর দৈর্ঘ্য ক খ ২৪ ফুট ও মধ্যস্থ ব্যাস গ ঘ ১৮ ফুট, তাহার ঘনফল কত?

$$\text{ছ জ ব্যাস} = \frac{\text{ক চ}^2}{\text{গ চ}} + \text{গ চ} = \frac{১২^2}{৯} + ৯ = ২৫ \text{ ফুট।}$$

পরে, ৩য় ভাগের ১০ম সম্পাদ্যের দ্বারা, শর বা উচ্চতা = ৯ ÷ ২৫ = .৩৬; ইহার সবর্গীয় খণ্ডের ক্ষেত্রফল .২৫৪৫৫, .২৫৪৫৫ × ছ জ² (= ২৫²) = ১৫৯.০৯৩৭৫ = ক গ খ খণ্ডের ক্ষেত্রফল।

এইরূপে চপ = গপ — গচ = $\frac{২৫}{২}$ — ৯ = ৩.৫, অথবা ২ চপ = ৭।

অতএব ঘনফল = ($\frac{১}{৬}$ কথ^{৩} — ২ চপ × কগথ খণ্ডের ক্ষেত্রফল) ত = ($\frac{১}{৬}$ ২৪^{৩} — ৭ × ১৫৯.০১৩৭৫) × ৩.১৪১৬ = ৩৭৩৯½ ঘনফুট।

২। যে চক্রাকার টক্রুর দৈর্ঘ্য ৬ ফুট, এবং মধ্যস্থ ব্যাস ২½ ফুট, তাহার ঘনফল কত? উঃ। প্রায় ১৬½ ঘনফুট।

১৩শ সম্পাদ্য। কুলালচক্রাকার বস্তুর ঘনফল স্থির করিতে হইবে।

নিয়ম। কুলালচক্রের বেধ ও অন্তর্বৃত্তের ব্যাসের সমষ্টিকে বেধের বর্গের দ্বারা গুণ করিয়া, গুণফলকে পুনশ্চ ২.৪৬৭৪, অথবা ৩.১৪১৬ এর বর্গের চতুর্থাংশ দিয়া গুণ কর।

উদাহরণ ১। যে চাকের বেধ ২ ইঞ্চ ও অন্তর্বৃত্তের ব্যাস ১২ ইঞ্চ, তাহার ঘনফল কত?

এখানে ঘনফল = (১২ + ২) × ২^{২} × ২.৪৬৭৪ = ১৩৮.১৭৪৪ বর্গ ইঞ্চ।

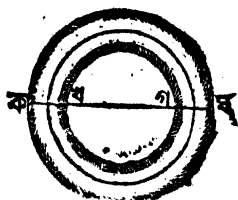
২। যে অঙ্গুরীয়ের বেধ ৪ ফুট, ও অন্তর্বৃত্তের ব্যাস ১৬ ফুট, তাহার ঘনফল কত? উঃ। ৭৮৯.৫৬৮ বর্গ ফুট।

১৪শ সম্পাদ্য। কুলালচক্রাকার বস্তুর পৃষ্ঠফল স্থির করিতে হইবে।

নিয়ম। অন্তর্বৃত্তের ও বহির্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ দুইটার সমষ্টিকে তাহাদের অন্তর অথবা অঙ্গুরীয়কের বেধ দিয়া গুণ করিয়া, গুণফলকে ৯.৮৬৯৬ অর্থাৎ ৩.১৪১৬ এর বর্গ দিয়া গুণ কর।

উদাহরণ ১। যে কুলালচক্রের অন্তরস্থ ও বহিঃস্থ ব্যাসার্দ্ধ যথাক্রমে ৬ ও ৮ ইঞ্চ, তাহার পৃষ্ঠফল কত ?

এখানে পৃষ্ঠফল = (৮+৬) (৮ — ৬) × ৯.৮৬৯৬ = ২৭৬.৩৪৮৮ বর্গ ইঞ্চ।

২। যে অঙ্গুরীয়ের বেধ ৪ ইঞ্চ ও অন্তর্বৃত্তের ব্যাস ১৬ ইঞ্চ, তাহার ফনফল কত ?

উঃ। ৭৮৯.৫৬৮ বর্গ ইঞ্চ।

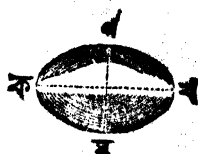
১৫শ সম্পাদ্য। বর্ত্তুলাভাসের ঘনফল স্থির করিতে হইবে।

অর্দ্ধবৃত্তাভাসকে ব্যাসের উপর রাখিয়া সকল দিকে ঘুরিয়া আনিলে যে আকারটী হয়, তাহার নাম বর্ত্তুলাভাস *। ডিম্বের আকার বর্ত্তুলাভাস।

নিয়ম। অর্দ্ধবৃত্তাভাস যে ব্যাসের উপর দণ্ডায়মান থাকিয়া সকল দিকে ঘুরিয়া আইসে তাহাকে বর্গ করিয়া অপর ব্যাস দ্বারা গুণ কর, পরে গুণফলকে .৫২৩৬ দিয়া গুণ করিলে ঘনফল স্থির হয়।

উদাহরণ ১। যে অর্দ্ধবৃত্তাভাস আপন লঘিষ্ঠ ব্যাসের উপর দণ্ডায়মান হইয়া সকলদিকে ঘুরিয়া আসিলে একটী

* বর্ত্তুলাভাস দুই প্রকার;—বৃত্তাভাস আপন গরিষ্ঠ ব্যাসের উপর দণ্ডায়মান থাকিয়া ঘুরিয়া আসিলে যে আকারটী হয়, তাহাকে অব্লেট বর্ত্তুলাভাস কহে; বৃত্তাভাস আপন লঘিষ্ঠ ব্যাসের উপর দণ্ডায়মান থাকিয়া ঘুরিয়া আসিলে যে আকারটী হয়, তাহাকে প্রোলেট বর্ত্তুলাভাস কহে।

বর্ত্তুলাভাস জন্মে, যদি তাহার গরিষ্ঠ ব্যাস ৫০ হাত ও লঘিষ্ঠ ব্যাস ৩০ হাত হয়, তাহা হইলে তাহার ঘনফল কত?

৩০	.৫২৩৬
৩০	৪৫০০০
৯০০	২৬১৮০০০০
৫০	২০৯৪৪
৪৫০০০	২৩৫৬২.০০০০ উত্তর।

২। যে অর্দ্ধ বৃত্তাভাস গরিষ্ঠ ব্যাসের উপর দণ্ডায়মান থাকিয়া সকল দিকে ঘুরিয়া আসিলে একটী বর্ত্তুলাভাস জন্মে, যদি তাহার গরিষ্ঠ ব্যাস ৫০ ইঞ্চ ও লঘিষ্ঠ ব্যাস ৩০ ইঞ্চ হয়, তাহা হইলে তাহার ঘনফল কত?

উঃ। ২২.৭২৫৭ ঘন ফুট।

১৬শ সম্পাদ্য। ক্ষেপণীস্তম্ভের ঘনফল স্থির করিতে হইবে।

ক্ষেপণী ক্ষেত্র আপন মেরুদণ্ডের উপর দণ্ডায়মান থাকিয়া সকল দিকে ঘুরিয়া আসিলে যে আকারটী উৎপন্ন হয়, তাহাকে ক্ষেপণী স্তম্ভ কহে।

নিয়ম। তলস্থ বৃত্তের ব্যাসের বর্গকে সর্ব্বাধিক বিস্তার বা মেরুদণ্ডদ্বারা গুণ করিয়া গুণফলকে .৩৯২৭ দিয়া গুণ কর।

উদাহরণ। যে ক্ষেপণীস্তম্ভের নিম্নস্থ বৃত্তের ব্যাস ২৪ হাত, ও সর্ব্বাধিক বিস্তার ৪২ হাত, তাহার ঘনফল কত?

উঃ। ৯৫০০.১৯৮৪।

১৭শ সম্পাদ্য। কোন গুম্বুজের উচ্চতা এবং ভূমির পরিমাণ পরিজ্ঞাত থাকিলে, তাহার পৃষ্ঠফল ও ঘনফল নিরূপণ করিতে হইবে।

নিয়ম। ভূমির পরিমাণফলকে দ্বিগুণ করিলে পৃষ্ঠফল নিরূপিত হয়, এবং তাহাকে উচ্চতার দুই তৃতীয়াংশ দ্বারা গুণ করিলে ঘনফল নিরূপিত হয়।

উদাহরণ। যে গুম্বুজের ভূমির ব্যাস ৬০ ফুট, তাহার পৃষ্ঠফল ও ঘনফল কত? উঃ। পৃষ্ঠফল ৬২৮.৩২ বর্গগজ। ঘনফল ২০৯৪.৪ ঘনগজ।

বৃত্তাকার, গথিক অথবা বৃত্তাভাসাকার খিলান ছাদের কুব্জ পৃষ্ঠের পৃষ্ঠফল নিরূপণ করিতে হইবে।

নিয়ম। দৈর্ঘ্যপরিমাণকে প্রস্থপরিমাণ দ্বারা গুণ করিলে খিলানের পৃষ্ঠফল নির্ণয় হয়।

উদাহরণ। যে বৃত্তাকার সেতুর দৈর্ঘ্য ১৪০, উচ্চতা ৩৫ ও বিস্তার ১২ ফুট, তাহার কুব্জ পৃষ্ঠের পৃষ্ঠফল কত হইবে?

উঃ। ১৯২৪.৪ বর্গ ফুট।

১৮শ সম্পাদ্য। জাহাজের বোঝাই নিরূপণ করিতে হইবে।

নিয়ম। জাহাজের মেরুদণ্ড অর্থাৎ দৈর্ঘ্যপরিমাণ যত ফুট হইবে, তাহাকে আড়কাঠ অর্থাৎ প্রস্থপরিমাণ দ্বারা গুণ করিয়া, গুণফলকে পুনশ্চ আড়কাঠের অর্দ্ধপরিমাণ দ্বারা

রণ করিয়া ৯৪ দ্বারা ভাগ করিলে যে ফল হইবে, তত টন বোঝাই জানিবে।

উদাহরণ ১। কোন অর্ণবপোতের মেরুদণ্ড ৭২ ফুট ও আড়কাষ্ঠ ২৪ ফুট, ঐ পোতের বোঝাই কত? উঃ। ২২০$\frac{২৮}{৪৭}$ টন।

২। যদি কোন জাহাজের মেরুদণ্ড ৬০ ফুট ও আড়কাষ্ঠ ২০ ফুট হয়, তবে উহাতে কত টন বোঝাই ধরিতে পারে?

উঃ। ১২৭$\frac{৩১}{৪৭}$ টন।

নৌকা মাপ কালি।

"দীর্ঘে নৌকা যত হাত, প্রস্থ দিয়া পূর তত।
চাড়া দ্বিগুণ করিয়া একুন, হাত প্রতি মন পরিমাণ।"

১৯শ সম্পাদ্য। রর্জ্জুর ওজন নিরূপণ করিবার নিয়ম।

নিয়ম। রজ্জুর বেড়ের বর্গ দৈর্ঘ্যপরিমাণ দ্বারা গুণ করিয়া, গুণফলকে ৪৮০ দিয়া ভাগ করিলে যত হয়, তত হন্দর রজ্জুর ওজন জানিবে। রজ্জুপরিমাণ তাহার বেড়ের দ্বারা নির্দ্দেশিত হয়, যথা দুই ইঞ্চের রজ্জু বলিলে রজ্জুর বেড় দুই ইঞ্চ জানিবে।

উদাহরণ ১। এক শত ফেথম লম্বা, তিন ইঞ্চ বেড়, এমত রজ্জুর ওজন কত? উঃ। $৩^২ = ৯ \times ১০০ = ৯০০ + ৪৮০$ $= ১$ হান্দর, ৩ কোয়াটর ১৪ পৌণ্ড।

২। ১২০ ফেথম লম্বা, ৬ ইঞ্চ বেড়ের রজ্জুর ওজন কত? উঃ। ৯ হন্দর।

২০ শ সম্পাদ্য। ধান্য রাশির মাপ।

নিয়ম। ধান্ত রাশির পরিধির পরিমাণকে ৯ দ্বারা ভাগ

করিলে যে ভাগফল প্রাপ্ত হওয়া যায়, তাহা ধান্য রাশির মধ্যের উচ্চতা, পুনর্ব্বার পরিধিকে ৬ দ্বারা ভাগ করিয়া, ভাগফলের বর্গ উচ্চতাপরিমাণ দ্বারা গুণ করিলে যে ফল প্রাপ্ত হওয়া যায়, তাহা ধান্যের * খারী।

উদাহরণ। এক ধান্য রাশির পরিধি ৫৪ হাত, ইহাতে কত খারী ধান্য আছে?

উঃ। ৫৪ ÷ ৯ = ৬ হাত উচ্চ। পুনর্ব্বার ৫৪ ÷ ৬ = ৯; ধান্য রাশি = ৯ × ৯ = ৮১ × ৬ = ৪৮৬ হাত।

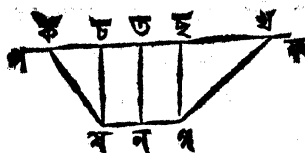
২১শ সম্পাদ্য। অসরল ঘন বস্তুর ঘনফল নির্ণয় করিবার নিয়ম।

অসরল ঘন বস্তুকে সমান্তরাল খণ্ড দ্বারা কতিপয় অংশে বিভাগ করিয়া নিম্ন লিখিত প্রণালীতে প্রক্রিয়া করিলে ঘনফল স্থির হয়।

শেষের খণ্ডদ্বয়ের সমষ্টিতে, মাঝের খণ্ডগুলির সমষ্টির দ্বিগুণ যোগ কর, এবং ঐ যোগফলে শেষ ও মাঝের খণ্ড সমূহের মধ্যখণ্ডগুলির সমষ্টির চতুর্গুণ যোগ কর, পুনশ্চ এই যোগফলকে, কোন খণ্ড ও তাহার অব্যবহিত পরের মধ্যখণ্ডের সাধারণ দূরত্বের তৃতীয়াংশ দ্বারা গুণ করিলে ঘনফল স্থির হয়।

উদাহরণ ১। যে খাতের ৩০ হাত অন্তর তিনটী ভিন্ন ভিন্ন স্থানের পরিমাণ যথাক্রমে ৪, ৩ ও ৫ হাত, এবং ঐ তিন স্থানের গভীরতা যথাক্রমে ৩, ২ ও ৪ হাত, আর ঐ তিন খণ্ডের তলস্থ বিস্তার ২ হাত, তাহার ঘনফল কত?

---

* খারীর দীর্ঘ প্রস্থ ও গভীর সকল দিকেই এক হাত থাকে।

এই প্রশ্নে, প্রত্যেক খণ্ডগুলি ট্রাপিজিয়ড হওয়াতে;

১ম খণ্ডের ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২}(৪ + ২) \times ৩ = ৯$,

২য় খণ্ডের ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২}(৩ + ২) \times ২ = ৫$,

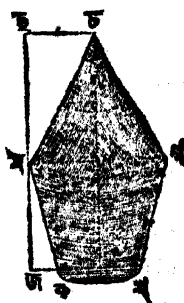
৩য় খণ্ডের ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২}(৫ + ২) \times ৪ = ১৪$,

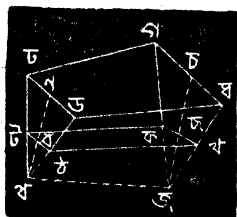
১ম মধ্যখণ্ডের ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২}\left(\frac{৪+৩}{২} + ২\right) \times \frac{৩+২}{২} = ৬\frac{৭}{৮}$,

২য় মধ্যখণ্ডের ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২}\left(\frac{৩+৫}{২} + ২\right) \times \frac{২+৪}{২} = ৯$;

আর সাধারণ দূরত্ব $= ৩০ \div ২ = ১৫$ হাত;

$\therefore$ সমুদায় খাতের ঘনফল $= \frac{১৫}{৬}\left\{৯ + ১৪ + ৪\left(৬\frac{৭}{৮} + ৯\right)২ \times ৫\right\} = ৪৮২.৫$ ঘন হাত।

উদাহরণ ২। ক খ গ চ ঘ একটী ঘাসের গাদা, ইহার তলস্থ বৃত্ত ক খ-র পরিধি ৪০ হাত, গ ঘ ছাইচের নিকটের পরিধি ৬০ হাত, তলা হইতে ছাইচ পর্য্যন্ত ও ছাইচ হইতে চূড়াগ্র পর্য্যন্ত উভয়ের পরিমাণ প্রত্যেকে ১৫ হাত, এইক্ষণে ঐ গাদার ঘনফল কত?

এই প্রশ্নে, ৩য় ভাগের ৭ম সম্পাদ্যের নিয়মানুসারে ক খ খণ্ডের পরিমাণফল প্রায় ১২৮ হাত; ঘ গ খণ্ডের পরিমাণফল প্রায় ২৮৮ হাত, এবং চ চিহ্নিত খণ্ডের ক্ষেত্রফল শূন্য। ক খ ও গ ঘ খণ্ডদ্বয়ের মধ্যবর্ত্তী খণ্ডের পরিধি $= \frac{১}{২}$ (৪০ + ৬০) = ৫০, এবং ঘ গ ও চ-র মধ্যবর্ত্তী খণ্ডের পরিধি $= \frac{১}{২}$ (৬০ + ০) = ৩০ ; এই হেতু ক খ গ ঘ-র ঘনফল = প্রায় ২০০ হাত, ও ঘ গ চ-র ঘনফল = প্রায় ৭২ হাত। ∴ ঘাসের গাদার ঘনফল $= \frac{৭\frac{১}{২}}{৩}$ { ১২৮ + ০ + ৪ (২০০ + ৭২) + ২ × ২৮৮ } = ৪৪৮০ ঘন হাত।

৩। মনে কর, ক খ গ ড ট ঠ লৌহবর্ত্মের এক খণ্ড, ইহার ভূমি গ ঘ ড চ, ক খ ঠ ট লৌহবর্ত্মের ধরাতলের সমান্তরাল। লৌহবর্ত্মের বিস্তার ক খ বা ট ঠ ৩০ ফুট, দৈর্ঘ্য খ ঠ ১ চেইন বা ৬৬ ফুট, মস্তকের উন্নতি চ ছ ও প ব যথাক্রমে ৮ ও ৬ ফুট, আর ঢাল ১$\frac{১}{২}$ ফুট : ১ ফুট। এইক্ষণে এই লৌহবর্ত্ম খণ্ডের ঘনফল কত ?

এই প্রশ্নে, গ ঘ = ৩০ + ১$\frac{১}{২}$ ৮ × ২ = ৫৪, অতএব ক খ ঘ গ-র ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২}$ (৩০ + ৫৪) ৮ = ৩৩৬। এরূপে ট ঠ ড চ-র ক্ষেত্রফল = ২৩৪। এইক্ষণে মধ্যখণ্ডের ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইলে, গড় উচ্চতা $= \frac{১}{২}$ (৮ + ৬) = ৭, ও মস্তকের গড় বিস্তার = ৩০ + ১$\frac{১}{২}$ × ৭ × ২ = ৫১, ∴ মধ্যখণ্ডের ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২}$ (৩০ + ৫১) ৭ = ২৮৩.৫। অতএব ৪র্থ ভাগের ৫ম সম্পাদ্য দ্বারা সমুদায় লৌহবর্ত্মখণ্ডের

ক্ষেত্রফল = $\frac{৬৬}{৬}$ { ৩৩৫ + ২৩৪ + ৪ × ২৮৩.৫ } = ১৮৭৪[illegible] ঘনফুট।

৪। যে লৌহবর্ত্ম খণ্ডের উচ্চতা ২ চেইন অন্তর হইলে, ০, ১০, ৩০, ৪০ ও ০ ফুট, বর্ত্মের বিস্তার ৩০ ফুট, এবং ঢাল ৪ ফুটে ১ ফুট হয়, তাহার ঘনফল কত? উঃ। ১৪৯৬০০০ ঘনফুট।

২৩শ সম্পাদ্য।

যাহার পরমাণু সমস্তের সন্নিবেশ নিবিড় সেই দ্রব্য অধিক ঘন। কোন নির্দ্দিষ্ট পরিমিত স্থানের মধ্যে কোন কোন দ্রব্যের অধিক পরমাণু থাকিতে পারে, কাহারো বা অপেক্ষাকৃত কম থাকে। একটা বোতলের মধ্যে যত পারা থাকে, সেই বোতলের মধ্যে তত জল থাকিতে পারে না; আর জল যত থাকিতে পারে, তৈল তাহা অপেক্ষাও অল্প থাকে। অতএব, ইহা অনায়াসেই সিদ্ধান্ত করা যাইতে পারে যে, ঐ তিন দ্রব্যের মধ্যে পারা সর্ব্বাপেক্ষা অধিক সান্দ্র, তাহার নীচে জল, তাহার নীচে তৈল। এক ঘন ইঞ্চ প্রমাণ স্বর্ণ যত ভারী, সেই প্রমাণ তাম্র তত ভারী নয়, এবং লৌহ তাম্র অপেক্ষাও অল্প ভারী। অতএব স্বর্ণে পরমাণু সমস্ত যত নিবিড় তাম্রে তেমন নয়, এবং লৌহে তাহা অপেক্ষাও অল্প। সুতরাং, ঐ তিন ধাতুর মধ্যে, স্বর্ণ সর্ব্বাপেক্ষা অধিক সান্দ্র, তাম্র সান্দ্রতায় দ্বিতীয়, এবং লৌহ তৃতীয়। কোন্ বস্তু অপেক্ষা কোন্ বস্তু ভারী, তাহা অবগত হইবার নিমিত্ত এক সুন্দর নিয়ম নির্দ্ধারিত হইয়াছে। ৪০ তাপাংশ প্রমাণ নির্ম্মল জলের প্রত্যেক ঘনফুট ওজন করিলে ডাক্তরি মাপের ১০০০ আউন্স হয়, সুতরাং অন্য বস্তুর প্রত্যেক ঘনফুট ১০০০

আউন্স অপেক্ষা যত গুণ ভারী হয়, তাহা তত হাজার অঙ্ক দ্বারা নির্দ্দেশ করা যায়। নিম্নে ৪০ তাপাংশ প্রমাণ নির্ম্মল জলের এক ঘনফুট ১০০০ অঙ্কদ্বারা নির্দ্দেশ করিয়া, অন্যান্য দ্রব্যকে তাহাদের গুরুত্ব ও লঘুত্বের ন্যূনাধিক্য অনুসারে তদনুরূপ অঙ্কদ্বারা নির্দ্দেশ করা গিয়াছে।

প্লাটিনম	২১৪৭০	খড়ী	২২৫২। ২৬৫৭
স্বর্ণ	১৯২৬০	বেলে মৃত্তিকা	১৯৮৪
পারদ	১৩৬০০	গজদন্ত	১৮২৬
সীসক	১১৩৫২	বারুদ	১৭৪৫
রৌপ্য	১০৪৭০	বালি	১৫২০
তাম্র	৯০০০	পাথুরেকয়লা	১০২০। ১৩০০
ঢালাপিত্তল	৮৪০০	তার	১১৫০
ইস্পাত	৭৮৫০	বুকুকাষ্ঠ	১০৩০
লৌহ	৭৭০০	সমুদ্রের জল	১০৩০
ঢালালৌহ	৭০৬৫	নির্ম্মলজল	১০০০
টিন	৭৩২০	মেহগ্নি কাষ্ঠ	১০৬৩
গ্রানাইট প্রস্তর	৫৯৫০	ওক ঐ	৯৩৪
কাচ	৩০০০	বিচ ঐ	৬৯০
শ্বেত প্রস্তর	২৭০০	ফার ঐ	৫৫৩
মৃত্তিকা	২১৬০	ছিপি	২৪০
ইষ্টক	২০০০	বায়ু	১.২

১। এক খণ্ড শ্বেত প্রস্তর ১২ ফিট দীর্ঘে, ৩ ফিট প্রস্থে, এবং এক ফুট উচ্চে, উহা ওজনে কত?

এখানে প্রস্তরের ঘনফল = ১২ × ৩ × ১$\frac{১}{২}$ = ৫৪

ঘনফুট। প্রস্তরের প্রতি ঘনফুট ওজনে ২৭০০ আউন্স হইলে, সমুদায় প্রস্তরের ওজন = ৫৪ ঘনফুট = ৫৪ × ২৭০০ আউন্স = ৯১১২.৫ পাউণ্ড।

২। এক খানি ফার কাষ্ঠের কড়ির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও বেধ যথাক্রমে ২০ ফুট, ৩ ইঞ্চ, ও ৯ ইঞ্চ, তাহা ওজনে কত?

উঃ। ১২৯.৬ পাউণ্ড।

৩। যে সীসকের নল $\frac{১}{৪}$ ইঞ্চ পুরু, ও যাহার ভিতরের ছিদ্রের ব্যাস ২ ইঞ্চ, তাহার এক ফুট ওজনে কত হইবে?

উঃ। ৮.৭ পাউণ্ড।

৪। যে ঢালা লৌহ ১ ইঞ্চ পুরু, ও যাহার ভিতরের ছিদ্রের ব্যাস ৬ ইঞ্চ, তাহার এক ফুটের ওজন কত? উঃ। ৬৭.৪৫ পাউণ্ড।

৫। এক খণ্ড বিচ কাষ্ঠ ওজনে ৩০০ পাউণ্ড হইলে তাহার ঘনফল কত হইবে?

এক ঘনফুট বিচ কাষ্ঠের ওজন = ৬৯০ আউন্স।

∴ উক্ত কাষ্ঠখণ্ডে ঘনফুটের সংখ্যা = ৩০০ × ১৬ ÷ ৬৯০ = প্রায় ৭ ঘনফুট।

৬। যে লৌহ খণ্ডের ওজন ১ টন, তাহতে কত ঘনফুট লৌহ আছে। উঃ। ৪.৬৫৫।

৭। যে পয়নালার দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও বেধ যথাক্রমে ৯০, ৩ ও ২ ফুট, তাহা খনন করিতে কত গাড়ী মৃত্তিকা উঠিয়াছে? মনে কর প্রত্যেক গাড়ীতে ১$\frac{১}{৪}$ টন মৃত্তিকা ধরিতে পারে। উঃ। ২৬.০৩।

৮। যে ঘোড়া ১$\frac{১}{২}$ টন বোঝাই লইয়া যাইতে পারে, সে কত ঘনফুট ওক কাষ্ঠ লইয়া যাইতে পারে? উঃ। ৫৭.৫৫।

নানা বিষয়িণী উদাহরণমালা।

প্রতি ফুটের মূল্য ২½ পেন্স হইলে, যে তক্তার দৈর্ঘ্য ১২ ফুট ৯ ইঞ্চ, এবং প্রস্থ ১ ফুট ৩ ইঞ্চ, তাহার মূল্য কত?
উঃ। ৩ সিলিং ৩⅞ পেন্স।

তক্তা অসরল হইলে দৈর্ঘ্যপরিমাণকে, গড় বিস্তারপরিমাণ দ্বারা গুণ করিলে কালি স্থির হয়।

২। যে কড়ি কাষ্ঠের দৈর্ঘ্য ১৮ ফুট ৬ ইঞ্চ, মোটা ও সরু দিকের বিস্তার যথাক্রমে ১ ফুঃ ৬ ইঃ ও ১ ফুঃ ৩ ইঃ তাহার ঘনফল কত? উঃ। ২৮.৬১৭১৮৭৫ ফুট।

৩। যে কড়িকাঠের দৈর্ঘ্য ২৪½ ফুট, এবং গড় বিস্তার ও বেধ প্রত্যেকে ১.০৪ ফুট, তাহার ঘনফল কত? উঃ। ২৬½ ফুট।

কড়িকাঠের প্রস্থ ও বেধ অসরল হইলে, গড় বিস্তার, ও গড় বেধ পরস্পর গুণ করিয়া, গুণফলকে পুনশ্চ দৈর্ঘ্যপরিমাণ দ্বারা গুণ করিলে ঘনফল স্থির হয়।

৪। যে বৃক্ষের গুঁড়ি দৈর্ঘে ৩২ ফুট, ও ছাল বাদে মধ্যের পরিধির পরিমাণ ৫ ফুট, তাহার ঘনফল কত?

এখানে গড় পরিধির চতুর্থাংশের বর্গ = $(\frac{৫}{৪})^২ = \frac{২৫}{১৬}$,

∴ ঘনফল = $\frac{২৫}{১৬} \times ৩২ = ৫০$ ঘন ফুট,

৫। যে বৃক্ষের গুঁড়ির দৈর্ঘ্য ২৪ ফুট, এবং মোটা ও সরু দিকের পরিধি যথাক্রমে ১৪ ও ২ ফুট, তাহার ঘনফল কত?
উঃ। ৯৬ ফুট।

বৃক্ষের গুড়ির মধ্য স্থানের বা গড় পরিধির চতুর্থাংশের বর্গকে দৈর্ঘ্যপরিমাণ দ্বারা গুণ করিলে ঘনফল স্থির হয়।

৬। যদি তিনজন মিস্ত্রী ও দুই জন মজুরে ১২ বর্গগজ পরিমিত স্থানে পাথর বসাইতে পারে, আর মিস্ত্রীর রোজ ৪ সিলিং ও মজুরের রোজ ৩ সিলিং হয়, তাহা হইলে এক বর্গগজ স্থানে পাথর বসাইতে কত খরচ পড়িবে ?

৫ জন লোকের প্রাত্যহিক ব্যয় = ১৮ সিলিং।

∴ ১২ বর্গ গজ পাথর বসাইবার ব্যয় = ১৮ সিলিং।

∴ এক বর্গ গজের ব্যায় = $\frac{১৮}{১২}$ = ১ সিঃ ৬ পেঃ।

পাথর বসাইবার মিস্ত্রীর হিসাব বর্গ গজ বা বর্গ ফুটে ধরা হইয়া থাকে।

৭। যদি প্রতিগজ রঙ্গ করিতে ১৷৵ ব্যয় হয়, তাহা হইলে যে গৃহের উচ্চতা, দৈর্ঘ্য ও বিস্তার যথাক্রমে ১৬ ফুট ৬ ইঞ্চ, ৩১ ফুট ৪ ইঞ্চ ও ২০ ফুট, সেই ঘরের ভিত্তি ও ছাদ রঙ্গ করিতে কত খরচ হইবে ? উঃ। ৪৩৫৵ টাকা।

রঙ্গের কাজ বর্গগজে ধরা হইয়া থাকে।

৮। প্রতি বর্গ গজে যদি ১৵ মজুরি হয়, তবে যে দেওয়ালের পরিমাণ ১৮$\frac{১}{২}$ × ১২$\frac{৩}{৪}$ ফুট, তাহা রঙ্গ করিতে কত ব্যয় হইবে ? উঃ। ২৮৷/৫।

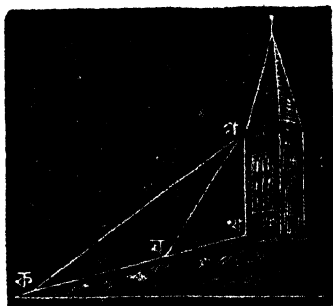
৯। একটী তিনতলা বাটীর এক দিকে প্রতিতলে তিনটী করিয়া জানালা আছে, ইহাদের বিস্তার ৩ ফুট ১১ ইঞ্চ। প্রথম তলের জানালার দৈর্ঘ্য ৭ ফুট ১০ ইঞ্চ, দ্বিতীয় তলের দৈর্ঘ্য ৬ ফুট ৮ ইঞ্চ, ও তৃতীয় তলের দৈর্ঘ্য ৫ ফুট ৪ ইঞ্চ। এইরূপে যদি প্রতিবর্গফুট কাচ বসাইতে ১৪ পেন্স খরচ হয়, তাহা হইলে ঐ কয়েকটী জানালায় কাচ বসাইতে কত ব্যয় হইবে ? উঃ। ১৩ পাউণ্ড ১২ সিলিং ১০$\frac{১}{২}$ পেন্স।

কাচ বসাইবার মিস্ত্রীর হিসাব ফুট, ইঞ্চ বা সংখ্যার হিসাবে ধরা হইয়া থাকে।

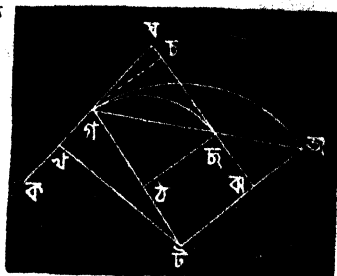
১০। প্রত্যেক বর্গ গজে ৷৵০ আনা খরচ হইলে, ২৫ ফুট ৬ ইঞ্চ দীর্ঘে, ও ১২ ফুট প্রস্থে, একটী ঘরের মেজেতে পাথর বসাইতে কত খরচ পড়িবে? উঃ। ২৫৷০ টাকা।

পাথর বসাইবার মিস্ত্রীর হিসাব বর্গ গজে ধরা হইয়া থাকে।

১১। যদি প্রতি বর্গ গজে ।৵০ আনা ব্যয় হয়, তবে ½ মাইল দীর্ঘ ও ৪৭ ফুট প্রস্থ, একটী রাস্তায় খোয়া দিতে কত খরচ পড়িবে? উঃ। ৫১৭০ টাকা।

১২। খ গ একটী পর্ব্বতোপরি এক কীর্ত্তি-স্তম্ভ, উহার উচ্চতা নিরূপণ করিতে হইবে। জরীপ আমিন, মনে কর, খ হইতে ঘ পর্য্যন্ত ৫০ ফুট পরিমাণ করিয়াছে এবং ঘ হইতে ক ৭৫ ফুট পরিমাণ করিয়াছে, এবং কোণমান যন্ত্র দ্বারা গ ঘ খ কোণ ও গ ক খ কোণ যথাস্ব ৪১° ও ২৪° পরিমাণ করিয়াছে। এইরূপে ঐ কীর্ত্তিস্তম্ভের উচ্চতা কত? উঃ। ৭৬ ফুট।

১৩। তিনটী বর্গ ক্ষেত্রের পার্শ্বপরিমাণ যথাক্রমে ৬, ৮ ও ২৪ ফুট, ইহাদের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির তুল্য ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট বর্গ ক্ষেত্রের পার্শ্ব পরিমাণ কত হইবে? উঃ। ২৬ ফুট।

১৪। "আট হস্ত বর্গ" ও "৮ বর্গ হস্ত" ইহাদের অন্তর কত? উঃ। ৫৬ বর্গ হাত।

১৫। ক গ ও ঝ ছ দুই দিক দিয়া লৌহ-বর্ম্ম গিয়াছে, এইক্ষণে এই দুইটী দিক্ অনবচ্ছিন্ন কুটিল রেখার দ্বারা সংযুক্ত করিতে হইবে।

১৬। ১২ হাত উচ্চ দেওয়ালের নীচে এক নর্দ্দমা আছে, উহার বিস্তৃতি ৯ হাত, নর্দ্দমা ছাড়িয়া কত হাত দূরে মই ফেলিলে উহার ঠিক মাথার উপরে পড়িবে? উঃ। ১৫ হাত।

১৭। যে আয়ত ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৩৬ ফুট ও প্রস্থ ২৫ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফলের সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট যে বর্গ ক্ষেত্র তাহার পার্শ্ব পরিমাণ কত? উঃ। ৩০ ফুট।

১৮। একটী ১০ অঙ্গুলি পরিমিত কাটি ভূমিতে ঠিক সোজাভাবে প্রোথিত করা গেল, উহার ৬ অঙ্গুলি মৃত্তিকার মধ্যে থাকিলে, বেলা একটার সময় উহার অর্দ্ধ অঙ্গুলি ছায়া পড়িল, এইক্ষণে যে ইষ্টকালয়ের ছায়া ঐ সময়ে ৫ হাত হইয়াছিল, তাহার উচ্চতা কত? উঃ। ৪০ হাত।

১৯। একটী চোঙ্গের ব্যাস ৫ ফুট, এই চোঙ্গটী কত গভীর হইলে ৮০ গেলন জল ধরিতে পারে? মনে কর প্রতি গেলনে ২৭৭.২৭৪ ঘন ইঞ্চ জল ধরে। উঃ। ৭.৮৪৫ ইঞ্চ।

২০। যে বৃত্তের ক্ষেত্রফল ৩৯.২৭ বর্গ ফুট, তাহার বাহিরে এবং ভিতরে অঙ্কিত বর্গ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অন্তর কত? উঃ। ২৫ বর্গ ফুট।

২১। একটী ট্রাপিজৈড ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ২৮ বর্গ ফুট, এবং তাহার দুইটী সমান্তরাল বাহুর পরিমাণ যথাক্রমে ৬ ও ৮ ফুট, এই দুইটী বাহুর অন্তর কত? উঃ। ৪ ফুট।

২২। যদি পৃথিবীর ব্যাস ৮০০০ মাইল হয়, এবং ইহার অভ্যন্তরে ৫ মাইলের পর সমুদায় পদার্থ তরল হয়, তাহা হইলে পৃথিবীর কত অংশ দৃঢ় পদার্থে পূর্ণ আছে। উঃ। প্রায় ${}^{3}\!/\!{}_{800}$।

২৩। এক ঘন হস্ত পরিমিত স্থানে যদি ১½ মণ জল ধরে, তবে যে ঘন পাত্রের অভ্যন্তরের এক পার্শ্বের পরিমাণ ২ হাঃ ৬ অঃ, তাহাতে কত জল ধরিবে? উঃ। মণ ১৮/৯।

২৪। এক বৃত্তাকার দুর্গের চতুষ্পার্শ্বে ১৩ গজ বিস্তৃত একটী খাত আছে, এখন দুর্গের পরিধিপরিমাণ ৭০৪ গজ হইলে, ঐ খাতের ক্ষেত্রফল কত হইবে? উঃ। প্রায় ২ একর।

২৫। যে ক্ষেত্রের বর্গফল ১৪ বর্গ হস্ত ৩৬ বর্গ অঙ্গুলি, তাহার ঘনফল ১০ ঘন হস্ত ৭৫৬০ ঘন অঙ্গুলি হইলে, উচ্চতার পরিমাণ কত হইবে? উঃ। ১৮ অঙ্গুলি।

২৬। ৩ ইঞ্চ ব্যাসবিশিষ্ট একটী সীসের গোলা হইতে ¼ ইঞ্চ ব্যাসবিশিষ্ট কয়টা ছিটা প্রস্তুত হইতে পারে? উঃ। ১৭২৮।

২৭। যে গৃহের দৈর্ঘ্য, বিস্তার ও উচ্চতা যথাক্রমে ৩৬ ফুঃ, ২৪ ফুঃ ও ২০ ফুট, সেই ঘর মুড়িতে কত বর্গ গজ মখমল লাগিবে? ঘরের মধ্যে একটী জানালা আছে, তাহার

দৈর্ঘ্য ৬ ফুঃ, ও বিস্তার ৫½ ফুঃ ও দুইটী দ্বার আছে তাহাদের উভয়ের পরিমাণ (৭½ × ৩¾) ফুট। উঃ। ২৫৬⅜ বর্গ গজ।

২৮। ইঞ্চ = ১ মাইল স্কেলে ৪ বর্গ ফুট ৪ বর্গ ইঞ্চ এক খানি কাগজে কোন গ্রামের মানচিত্র অঙ্কিত হইল। ঐ গ্রামের বর্গ পরিমাণ কত বিঘা? উঃ। ১১২২৮৮০/০ বিঘা।

২৯। যে প্রাচীরের দৈর্ঘ্য ২০ গজ, প্রস্থ ৭½ ফুট, ও ভিত্ত বা বেধ ১৪ ইঞ্চ, সেই প্রাচীর গাঁথিতে ৯ ইঞ্চ দীর্ঘ ৩½ ইঞ্চ প্রস্থ, ও ২¼ ইঞ্চ বেধের কত ইষ্টক লাগিবে? উঃ। ১১৫২০।

৩০। ৪০ হাত ব্যাসবিশিষ্ট একটী গোলাকার দুর্গের চতুর্দ্দিকে, ১০ হাত প্রস্থ ২ হাত গভীর একটী গড়খাই খনন করা হইল। যদি ঐ গড় খাইয়ের দুইদিকের ঢালের অনুপাত ১½ : ১ হয়, তাহা হইলে ঐ গড়ের চতুর্দ্দিকে কত ঘন হাত মৃত্তিকা খনন করা হইল? উঃ। ২১৯৯.১২ ঘন হাত।

৩১। যে চৌবাচ্চা দৈর্ঘ্যে ২৪ ফুট ৮ ইঞ্চ, প্রস্থে ১২ ফুট ৯ ইঞ্চ, তাহা হইতে কত ঘন ফুট জল বাহির করিয়া দিলে সমস্ত চৌবাচ্চায় ১ ফুট জল কমিয়া যাইবে? উঃ। ৩১৪½ ঘন ফুট।

৩২। একটী বর্গ ক্ষেত্রের পার্শ্ব পরিমাণ ৫০ গজ, তদন্তর্গত অষ্ট ভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত হইবে? উঃ। ২০৭১ বর্গ গজ।

৩৩। যে চতুষ্কোণ গর্ত্ত দীর্ঘে ১০½ হাত, প্রস্থে ৩ হাত ১৮ অঙ্গুলি, ও গভীরে ৩⅙ হাত, তাহাতে যত জল ধরে, আর একটী গর্ত্তেও তত জল ধরে, শেষোক্ত গর্ত্তটী দৈর্ঘ্যে ১১⅔ হাত, প্রস্থে ৪½ হাত; স্থির কর উহার গভীরতা কত?

উঃ। ২½ হাত।

৩৪। যে চতুষ্কোণ গর্ত্তে ১৭২৮ ঘন ফুট জল, তাহাতে কত ফুট লগী নামাইলে মাটী পাওয়া যাইবে? উঃ। ১২ ফুট।

৩৫। যে চৌপহলের উচ্চতা ৪১ ফুট, এবং ভূমির এক পার্শ্বের পরিমাণ ১.২৫ ফুট, তাহার পৃষ্ঠফল কত? উঃ। ৬৮.০৬২ ঘন ফুট।

৩৬। যে সূচীর তলস্থ ক্ষেত্র ৪ ফুট ব্যাসবিশিষ্ট বৃত্ত, এবং উচ্চতা ২ ফুট, তাহার পৃষ্ঠফল কত? উঃ। ৩৭.৬৯৯ ঘন ফুট।

৩৭। প্রমাণ কর যে, কোন বর্ত্তুলের ঘন পরিমাণ তাহার বহির্বেষ্টিত স্তম্ভের দুইতৃতীয়াংশ।

৩৮। এক ভূমির উপর সমান উচ্চ করিয়া একটী স্তম্ভ, সূচী ও বর্ত্তুলার্দ্ধ অঙ্কিত হইল। সূচী ও বর্ত্তুলার্দ্ধের সমষ্টি ও স্তম্ভে কত অন্তর? উঃ। ০।

৩৯। চন্দ্রের ব্যাস ২১৮০ মাইল হইলে, তাহার ঘনফল কত হইবে? উঃ। ৫৪২৪৬১৭৪৭৫ ঘন মাইল।

৪০। যে গোলার পরিধি ১৫.৭০৮ ইঞ্চ, তাহার পৃষ্ঠফল কত হইবে? উঃ। ৭৮.৫৪ বর্গ ইঞ্চ।

৪১। যে ইন্দারার বহির্দ্দিকের ব্যাস ১২ হাত ও মধ্যব্যাস ৮ হাত, এবং গভীরতা ১৪ হাত, তাহা প্রস্তুত করিতে ১২ অঙ্গুলি দীর্ঘ, ৬ অঙ্গুলি প্রস্থ এবং ৩ অঙ্গুলি বেধ যে ইষ্টক, তাহার কত লাগিবে। উঃ। ২৩৪৬½ ইষ্টক।

৪২। যে ধান্যস্তূপের মূলের পরিধি ৯৬ হাত এবং উচ্চতা ১২ হাত, তাহাতে কত খাড়ি ধান্য আছে? উঃ। ১৭৫২ খাড়ি ধান্য।

পঞ্চমভাগ

জরীপ।

ক্ষেত্রের মধ্যে কোন পদার্থ কি ভাবে অবস্থিত, সেই ক্ষেত্রের পরিমাণফল কত, এবং ভূপৃষ্ঠের কোন স্থান কত উন্নত, এবং কোন্ স্থান কত নিম্ন, এই সকল বিষয় যে উপায় দ্বারা স্থিরীকৃত হয়, তাহাকে জরীপ কহা যায়।

কোন ক্ষেত্রের সীমা, তাহার উপরিস্থ পদার্থ সমুহের অবস্থিতি, এবং সেই ক্ষেত্রের অথবা তাহার এক এক অংশের বর্গপরিমাণ নির্ণয় করিয়া, তৎসমুদায় বড় মানদণ্ড অবলম্বন করিয়া কাগজের উপর অঙ্কিত করিলে যে প্রতিকৃতি প্রকাশিত হয়, তাহাকে প্লান অথবা নক্সা কহে। এই নক্সা স্থপতিদিগের কার্য্যে নিতান্ত আবশ্যক হয়। যদি ক্ষুদ্র মান-দণ্ড দ্বারা এই নক্সা অঙ্কিত হয়, তাহা হইলে তাহাকে ম্যাপ অথবা মানচিত্র কহা যায়। ইহা ভূগোলপাঠক ও ভ্রমণ-কারিদিগের কাযে লাগে।

এক স্থান হইতে অন্য স্থান পর্য্যন্ত একটী রাস্তা প্রস্তুত করিতে হইলে, শুদ্ধ যে সেই ভূমির প্লান প্রস্তুত করিতে হয় এমত নহে, কোন স্থান কত উন্নত বা অবনত তাহাও জানা আবশ্যক; এবং জরীপ দ্বারা স্থির করিয়া তদনুসারে কাগজের উপরে যে প্রতিরূপ অঙ্কিত হয়, তাহাকে সেই ভূমির সেক্সন (খণ্ড) কহে।

শৃঙ্খল, রশি, ফিতা, যষ্টি, কাড়যষ্টি, ধ্বজা, দিক্‌দর্শন যন্ত্র, এবং কোণবীক্ষণ যন্ত্র, এই কয়েকটী যন্ত্রের সাহায্যে ভূমি জরীপ করা যায়। ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র ভূমি সকল জরীপ করিতে দিক্‌দর্শন বা কোণপ্রদর্শন যন্ত্রের সাহায্যের আবশ্যকতা হয় না কেবল চেইন বা শৃঙ্খল ও জরীপীফিতা দ্বারা তাহা সম্পন্ন হইয়া থাকে।

জরীপীফিতা, সূত্র বা চর্ম্ম দ্বারা নির্ম্মিত হইয়া থাকে। ইহা দৈর্ঘে ১০০ ফুট, এবং প্রত্যেক ফুট ১০ সমান অংশে বিভাজিত। ইহার এক প্রান্তে একটী ধাতুনির্ম্মিত অঙ্গুরীয় ও অপর প্রান্ত চর্ম্ম বা ধাতুনির্ম্মিত কটুয়ার মধ্যে একটী শলাকায় আবদ্ধ থাকে। ঐ শলাকা কটুয়া ভেদ করিয়া একটী হাতলের সঙ্গে যুক্ত থাকে, তাহা ঘুরাইলে ফিতা কটুয়ার পার্শ্বস্থ দ্বার দিয়া আধার মধ্যে প্রবিষ্ট হইয়া শলাকায় জড়াইয়া যায়, এবং অঙ্গুরীয়টী ধারণ পূর্ব্বক টানিলেই কটুয়া হইতে ফিতা বহির্গত হইয়া থাকে।

জমিদারী রশি, রজ্জু বা চর্ম্ম দ্বারা নির্ম্মিত হইয়া থাকে। ইহা দৈর্ঘ্যে ৪০ গজ বা ৮০ হাত, এবং ২০টি অংশে বিভাজিত। প্রত্যেক অংশকে কাঠা কহে। রশির এক প্রান্ত হইতে প্রত্যেক ৪র্থ কাঠাতে ৮ বা ১০ অঙ্গুলি দীর্ঘ এক এক খণ্ড চর্ম্ম বা রজ্জু ঝুলান থাকে, তাহাকে ফুলি কহে। ৫ কাঠার স্থানে ৫ টী অঙ্গুলিবিশিষ্ট মণিবন্ধের ন্যায় এক এক খণ্ড চর্ম্ম বান্ধা থাকে, তাহাকে পাঁচট কহে। ১০ কাঠার স্থানে, অর্থাৎ রশির মধ্যস্থলে, দশ অঙ্গুলি-

বিশিষ্ট করের ন্যায় এক খণ্ড চর্ম্ম ঝুলান থাকে, তাহাকে দশক কহে। বঙ্গদেশের প্রায় সর্ব্বত্রই এই রশি ব্যবহৃত হইয়া থাকে; যেথানে ঐ রশির প্রচলন নাই, বাঁশের নল দ্বারা জরীপীকার্য্য সম্পন্ন হইয়া থাকে।

জরীপে গণ্টার্স চেইন নামক এক প্রকার শৃঙ্খল সচরাচর ব্যবহৃত হয়, ইহা দৈর্ঘ্যে ২২ গজ, অর্থাৎ ৬৬ ফুট, এবং ১০০ অংশে বিভাজিত। প্রত্যেক অংশকে লিঙ্ক কহে; এক একটী লিঙ্ক অপরটীর সহিত দুইটী বা তিনটী অঙ্গুরীয় দ্বারা আবদ্ধ হইয়া একটী শৃঙ্খল হয়। সুতরাং এক একটী লিঙ্ক ও তাহার উভয় দিকের যোজক অঙ্গুরীয়ের অর্দ্ধেক লইয়া এক ফুটের $\frac{৬৬}{১০০}$ কিম্বা $\frac{৬৬ \times ১২}{১০০}$ = ৭.৯২ ইঞ্চ। শৃঙ্খলের এক প্রান্ত হইতে প্রত্যেক দশম লিঙ্কে একটী, দ্বিতীয় দশম অর্থাৎ বিংশতি লিঙ্কে দুইটী, ত্রিংশৎ লিঙ্কে তিনটী, চত্বারিংশৎ লিঙ্কে চারিটী অঙ্গুলির আকারের চিহ্ন সংলগ্ন থাকে, পঞ্চাশৎ লিঙ্কে অর্থাৎ শৃঙ্খলের মধ্যস্থলে একটী গোলাকার চিহ্ন আবদ্ধ থাকে। এই চিহ্নগুলি থাকাতে শৃঙ্খলের লিঙ্ক দেখিবামাত্র একাদিক্রমে গণনা না করিয়াই তাহার সংখ্যা বলা যাইতে পারে। শৃঙ্খল ধরিবার সুবিধার নিমিত্ত তাহার দুইটী প্রান্তস্থ লিঙ্কে দুইটী বৃহৎ অঙ্গুরীয় আবদ্ধ থাকে। এই দুই লিঙ্ক অপর লিঙ্ক অপেক্ষা ক্ষুদ্র, ধরিবার অঙ্গুরীয় বা কড়া সংযোগে অপর লিঙ্কের সমান হয়; সুতরাং একটী ধরিবার কড়া হইতে অপরটীর প্রান্ত পর্য্যন্ত ধরিলে তাহা এক জরীপীশৃঙ্খল বলিয়া অভিহিত হয়। জরিপীশৃঙ্খল

অধিক দিন ব্যবহার করিলে বাড়িয়া যাইবার সম্ভাবনা আছে, সুতরাং ইহাকে মধ্যে মধ্যে পরীক্ষা করিয়া দেখা আবশ্যক।

জরীপে অপর এক প্রকার শৃঙ্খল ব্যবহৃত হইয়া থাকে। ইহা দৈর্ঘ্যে ১০০ লিঙ্ক ও প্রতি লিঙ্ক ১ ফুট, সুতরাং শৃঙ্খলটী ১০০ ফুট লম্বা। ইহার দুই প্রান্তে দুইটী ধরিবার হাতল আছে। যে দুইটী প্রান্তস্থ লিঙ্ক এই হাতলে সংযুক্ত থাকে, তাহা অপর গুলি অপেক্ষা এত ক্ষুদ্র যে হাতলের সংযোগে ঠিক এক লিঙ্ক পরিমিত হয়; সুতরাং একটী ধরিবার হাতল হইতে অপরটীর প্রান্ত পর্য্যন্ত ধরিলে এক জরীপীশৃঙ্খল বলিয়া অভিহিত হয়।

এই শৃঙ্খল অপেক্ষা গণ্টরের শৃঙ্খল অধিক কার্য্যোপযোগী; সুতরাং ইহাদ্বারা ভূমি পরিমিত হইলে ক্ষেত্রফল অনায়াসে নির্দ্ধারিত হইতে পারে।

১ পার্চ = ৫½ গজ = ১৬½ ফুট।

৪ ঐ = ১৬½ × ৪ = ৬৬ ফুট = ১ শৃঙ্খল

সুতরাং যে বর্গক্ষেত্রের এক পার্শ্বের পরিমাণ ৪ পার্চ, তাহার কালি এক বর্গ শৃঙ্খল।

৪ × ৪ = ১৬ বর্গ পার্চ = ১ বর্গ শৃঙ্খল।

কিন্তু ১ একর = ১৬০ বর্গ পার্চ = ১০ বর্গ শৃঙ্খল।

এইরূপে কোন ভূমির ক্ষেত্রফল বর্গ শৃঙ্খল দ্বারা পরিমিত হইয়া ১০ সংখ্যার দ্বারা বিভাজিত হইলে একরে পরিণত হইতে পারে।

যেহেতুক এক শৃঙ্খল একশত লিঙ্কে বিভক্ত।

১ বর্গ শৃঙ্খল = ১০০ × ১০০ = ১০,০০০ বর্গলিঙ্ক।

∴ ১০ বর্গ শৃঙ্খল = ১০,০০০ × ১০ = ১০০,০০০ বর্গলিঙ্ক।

কোন সংখ্যাকে ১০০,০০০ দ্বারা বিভাজিত করিলে যে ফল উৎপন্ন হয়, ডাইন দিক্ হইতে পাঁচটী অঙ্কের পরে দশমিক চিহ্ন দিলে সেই ফলই উৎপন্ন হয়।

কোন ভূমির ক্ষেত্রফল বর্গ লিঙ্কেতে নির্দিষ্ট থাকিলে, ডাইন দিক্ হইতে পঞ্চম ও ষষ্ঠ অঙ্কের মধ্যে দশমিক চিহ্ন নিবেশিত করিলে, একরে পরিণত হইতে পারে; এবং দশমিক অংশকে যে উপায়ে রূড ও পার্চে পরিণত করিতে হয়, তাহা নিম্নে উদাহরণ দ্বারা প্রদর্শিত হইতেছে।

উদাঃ। কোন ক্ষেত্র গণ্টরের চেইন দ্বারা পরিমিত হইয়া দৈর্ঘ্যে ৯.৬৫ শৃঙ্খল, প্রস্থে ৪.২৫ শৃঙ্খল হইলে, তাহার ক্ষেত্রফল কত হইবে?

৯.৬৫ শৃঙ্খল = ৯৬৫ লিঙ্ক।
৪.২৫ ঐ = ৪২৫ ঐ

৪৮২৫
১৯৩০
৩৮৬০

৪১০১২৫ বর্গ লিঙ্ক।

এই গুণফলের ডাইন দিক্ হইতে পাঁচ অঙ্কের পরে দশমিক চিহ্ন নিবেশিত করিলে ৪.১০১২৫ একর হয়।

এবং দশমিক অংশকে ৪ দ্বারা গুণ করিলে ৪

০.৪০৫০০ রূড উৎপন্ন হয়।

এবং ইহাকে ৪০ দ্বারা গুণ করিলে ৪০

১৬.২০০০০ বর্গ পার্চ হয়।

অতএব, ভূমির ক্ষেত্রফল ৪ একর ০ রুড ১৬.২ পার্চ। যেহেতু ১ একর = ৪৩.৫৬০ বর্গ ফুট। যদি পূর্ব্বোক্ত ভূমি ১০০ শত ফুট শৃঙ্খল দ্বারা পরিমিত হইত, তাহা হইলে উহার দৈর্ঘ্য প্রস্থ উভয়ে গুণ করিয়া, গুণফলকে একরে পরিণত করিবার নিমিত্ত ৪৩৫৬০ সংখ্যার দ্বারা বিভক্ত করিতে হইত; কিন্তু ইহা পূর্ব্বোক্ত প্রক্রিয়ার, অর্থাৎ গন্টারের শৃঙ্খল দ্বারা ভূমি পরিমাণ করিয়া ক্ষেত্রফল নিরূপণ করিবার সময় ডাইন দিক্ হইতে পাঁচটী অঙ্কের পরে দশমিক চিহ্ন নিবেশ করার ন্যায় সহজ নহে

শুদ্ধ শৃঙ্খলদ্বারা জরীপ করিবার নিয়ম।

কোন ক্ষেত্র শুদ্ধ শৃঙ্খল দ্বারা জরীপ করিতে হইলে, ঐ ক্ষেত্রকে যত গুলি ত্রিভুজ কিম্বা চতুর্ভুজাকারে বিভক্ত করিতে পারা যায়, ভাগ করিতে হয়। পরে সর্ব্বাগ্রে ভূমির সীমা জরীপ করিয়া তাহার অন্তর্গত ত্রিভুজ সমুহের বাহুর পরিমাণ জরীপ করিবে। কোন ক্ষেত্র জরীপ করিতে হইলে, কোন নির্দ্দিষ্ট স্থান হইতে জরীপ আরম্ভ করিয়া, ভূমি যতদূর সরল থাকিবে ততদূর মাপ করিবে। পরে সেই স্থান হইতে অন্যদিকে মাপ আরম্ভ করিতে হইবে; এই রূপে যতক্ষণে, প্রথম যে স্থান হইতে কার্য্য আরম্ভ করা হইয়াছিল, সেই স্থানে উপস্থিত না হইবে, ততক্ষণ পূর্ব্বোক্ত প্রণালীতে কার্য্য করিতে হইবে। এই সকল স্থানকে ইংরাজীতে ষ্টেশন্ কহে; আমরা ইহাকে নিদর্শন স্থান বা থাক বলিয়া উল্লেখ করিব। প্রথম নিদর্শন

স্থান হইতে অপর কোন নিদর্শন স্থান স্পষ্ট লক্ষিত হইবে বলিয়া প্রত্যেক নিদর্শন স্থানে এক এক গাছি যষ্টি বা নিশান (ঝাণ্ডা) প্রোথিত হয়। এই নিশানগুলি ভূমিতে ঠিক লম্ব-ভাবে নিহিত হইয়াছে কি না তাহা জরীপ আমীনকে পরীক্ষা করিয়া দেখিতে হইবে।

এক নিদর্শন স্থান হইতে অপর নিদর্শন স্থান জরীপ করিতে হইলে, জরীপ আমীনের এক জন সহকারীর প্রয়ো-জন হয়। জরীপ আমীন, জরীপাফিতা বা শৃঙ্খলের মূল ধারণ পূর্ব্বক, প্রথম নিদর্শন স্থানে দণ্ডায়মান থাকেন, এবং সহকারীকে শৃঙ্খলের অগ্রভাগ ধরিয়া দ্বিতীয় নিদর্শন স্থানকে লক্ষ্য করিয়া তদভিমুখে সরল রেখাক্রমে যাইতে হয়। সহ-কারী তাহার বাম হস্তে দশ গাছি শর * লইয়া যায়। যখন শৃঙ্খল সম্যক্‌রূপে প্রসারিত হয়, সহকারী তাহার অগ্রভাগ অর্থাৎ কড়া লইয়া ভূমির উপর দৃঢ় রূপে ধরিয়া থাকে। শৃঙ্খল দ্বিতীয় নিদর্শন স্থানের সহিত সমসূত্রে পড়িল কি না, তাহা দেখিবার জন্য জরীপ আমীন সহকারীকে তাহার বাম অথবা দক্ষিণ দিকে সরিতে কহেন; অনন্তর শৃঙ্খল গাছটী ভূমির উপর সরলভাবে পড়িলে, সহকারী কড়ার প্রান্তে একটী শর ভূমির উপর লম্বভাবে নিহিত করে। তদনন্তর জরীপ আমীন শরের কাছে আসিয়া শর গাছটী তুলিয়া লন, এবং

---

* এই শরকে আমীনেরা বলঙ্গা বা ফরঙ্গা কহিয়া থাকে। ইহা দৈর্ঘ্যে এক হাতের কম। ইহার এক মুখ সূচ্যগ্র, ও অপর মুখ বাঁকান আংটার মত।

অবশিষ্ট ভূমির পরিমাণার্থে পুনর্ব্বার পূর্ব্বমত প্রক্রিয়া করিতে থাকেন। যখন দেখেন যে নয় গাছি শর তাহার হস্তে আসিয়াছে, এবং দশম গাছটী অপর গুলির ন্যায় ভূমিতে নিহিত হইয়াছে, তখন সহকারীকে আর অগ্রসর হইতে না কহিয়া, তাহার হস্তস্থিত শৃঙ্খলের এক প্রান্ত আপনি ধরিয়া দশম শরের কাছে উপস্থিত হন, এবং সেই স্থান চিহ্নিত করিয়া চিঠাতে ১০০০ অর্থাৎ লিঙ্কের সংখ্যা লিখিয়া পুনরায় তাহার হাতে পূর্ব্বমত শরগুলি দেন, এবং যতক্ষণ লক্ষ্য নিদর্শন স্থানে উপস্থিত না হন, ততক্ষণ পূর্ব্বোক্ত প্রণালীতে কার্য্য করেন। জরীপ করিবার সময় শৃঙ্খলের পার্শ্বস্থ পদার্থ ও ক্ষেত্রসীমার অবস্থিতি নিরূপণ করিবার জন্য, তৎসমুদায় পদার্থ হইতে শৃঙ্খলের উপর জরীপীফিতা দ্বারা লম্বপাত করিতে হয়, এবং চিঠায় লম্বের পরিমাণ লিখিয়া রাখিলে, তদ্দৃষ্টে ক্ষেত্রের নক্সা অনায়াসে প্রস্তুত হইতে পারে।

শৃঙ্খলকে সযত্নে ব্যবহার করা কর্ত্তব্য। অত্যন্ত টানিলে লিঙ্ক সকলের মধ্যগত অঙ্গুরীয় সকলের মুখগুলি পরস্পর বিয়োজিত হইয়া শৃঙ্খলের পরিমাণ বৃদ্ধি করে এবং ভূমির পরিমাণের স্বল্পতা হয়।

যদি শৃঙ্খলের পরিমাণ টানাটানি করিয়া এক ইঞ্চ বৃদ্ধি হইয়া পড়ে, তাহা হইলে ভূমির পরিমাণ যত শৃঙ্খল হইবে, প্রত্যেক শৃঙ্খলে ১ ইঞ্চ পরিমিত অধিক ভূমি শৃঙ্খল ভুক্ত হইয়া ভূমির প্রকৃত পরিমাণের লাঘব করিবে। আবার যদি শৃঙ্খল সম্যকরূপে প্রসারিত না হয়, অর্থাৎ কিঞ্চিন্মাত্র

সঙ্কুচিত থাকে, তাহা হইলে পরিমেয় রেখার পরিমাণ বৃদ্ধি হইবেক। ইহা নিম্নলিখিত উদাহরণ দ্বারা প্রদর্শিত হইতেছে।

যদি কোন শৃঙ্খলের পরিমাণ প্রকৃত পরিমাণ অপেক্ষা ১ ইঞ্চ বৃদ্ধি প্রাপ্ত হয়, এবং তদ্দ্বারা কেবল দুইটী স্থানের মধ্যগত দূরত্ব পরিমাণ করিয়া দুই মাইল হয়, তাহা হইলে ঐ দূরত্বের প্রকৃত পরিমাণ কত?

২ মাইল = ৫.২৮০ × ২ = ১১.৫৬০ ফুট। প্রত্যেক শত-ফুটে এক ইঞ্চ পরিমিত অধিক ভূমি ধরা হইলে, ১১.৫৬০ ফুট ভূমিতে কত অধিক ধরা হয়?

১০০ : ১১৫৬০ = ১ : অতিরিক্ত ভূমির পরিমাণ।

∴ অতিরিক্ত ভূমির পরিমাণ = $\frac{১১৫৬০}{১০০}$ = ১১৫.৬ ইঞ্চ।

= ১৪.৫৫ ফুট।

এইরূপ যদি শৃঙ্খলের পরিমাণ প্রকৃত পরিমাণ অপেক্ষা অল্প হয়, কিম্বা শৃঙ্খল প্রকৃতরূপে প্রসারিত না হয়, তাহা হইলে ভূমির পরিমাণ প্রকৃত পরিমাণ অপেক্ষা বৃদ্ধি প্রাপ্ত হয়। এই দোষ সংশোধন করিতে হইলে, ভ্রান্তিমূলক পরিমাণের সমষ্টি নিরূপণ করিয়া, পরিমিত রেখার পরিমাণ হইতে বিয়োগ করিলে যাহা অবশিষ্ট থাকে, তাহাই ভূমির প্রকৃত পরিমাণ।

শৃঙ্খল পরীক্ষা করিবার উপায়।

এই ভ্রম নিবারণ করিবার নিমিত্ত শৃঙ্খলকে সর্ব্বদা পরীক্ষা করা কর্ত্তব্য। এই ভ্রম সংশোধন তিন প্রকারে হইতে পারে। প্রথমতঃ; দৈর্ঘে ৬ ফুট এবং দলে চারি দিকে এক ইঞ্চ স্থূল,

দুই গাছি ইস্পাত নির্ম্মিত দণ্ড, ফুট ও ইঞ্চির চিহ্ন অঙ্কিত করিয়া মধ্যে মধ্যে তদ্দারা শৃঙ্খলের পরিমাণ পরীক্ষা করিতে হয়। দ্বিতীয়তঃ; কোন সংশোধিত শৃঙ্খলের সহিত ঐক্য করিয়া দেখিতে হয়। তৃতীয়তঃ; কোন প্রাচীরে, কি ছাদে, কি ভূমির উপর দুইটী গোঁজ এরূপে প্রোথিত করিতে হইবে যে, তাহাদের মধ্যগত দূরত্ব ১০০ এক শত ফুট হয়। এবং ঐ দুই গোঁজের ঠিক মধ্যস্থানে অপর একটী গোঁজ প্রোথিত করিলে, একটী গোঁজ হইতে অপরটীর দূরত্ব ৫০ লিঙ্ক হয়। এইক্ষণে শৃঙ্খলকে প্রতিদিন গোঁজ সকলের দূরত্বের সহিত ঐক্য করিয়া দেখিতে হইবেক। কিছু দিন ব্যবহৃত হইয়া পুরাতন হইলে এবং সযত্নে ব্যবহৃত হইলে শৃঙ্খলের আর অধিক সংশোধন আবশ্যক হয় না।

চিঠার বিবরণ।

ভূমির পরিমাণ নির্ণয়ের কাগজকে চিঠা কহে। জরীপ করিবার সময় যে গ্রাম অথবা স্থান জরীপ করা যায়, তাহার অনুরূপ চিত্র প্রস্তুত হইতে পারে না। তজ্জন্য তৎকালে শৃঙ্খল বা কোণবীক্ষণ যন্ত্রদ্বারা ভূমির কোণের যে অংশ ও দীর্ঘ প্রস্থাদির যে পরিমাণ প্রাপ্ত হওয়া যায়, তাহা চিঠাতে পরিষ্কার রূপে লিখিতে হয়। পরে জরীপ সমাপ্ত হইলে এই চিঠা হইতে নকসা প্রস্তুত হইতে পারে।

চিঠার আদর্শ পশ্চাৎ প্রদর্শিত হইবে। চিঠা বিলোমে পত্রারূঢ় হইয়া থাকে, অর্থাৎ তাহার নিম্ন দেশ হইতে লিখিতে

আরম্ভ করিতে হয়; কারণ ভূমি মাপ কালে জরীপকর্ত্তাকে ক্রমশঃ অগ্রবর্ত্তী হইতে হয়; সুতরাং চিঠার অঙ্কপাত সেই নিয়মে ক্রমশঃ নিম্ন হইতে উর্দ্ধে হইয়া থাকে। চিঠাকে ইংরাজীতে ফিল্‌ড্ বুক্ কহে। এই পুস্তকের প্রতি পৃষ্ঠায় তিনটী করিয়া স্তম্ভ থাকে, দ্বিতীয় অর্থাৎ মধ্য স্তম্ভে ভূমির দৈর্ঘ্য-পরিমাণ লিখিত হইয়া থাকে; এবং চেইন হইতে ভূমির দক্ষিণ ও বামদিকে যে সমস্ত লম্বপাত করা হয়, তাহার পরিমাণ উক্ত স্তম্ভের দক্ষিণ ও বামদিকের অর্থাৎ প্রথম ও তৃতীয় স্তম্ভে লিখিত হয়। প্রতি পৃষ্ঠার নিম্নদেশ হইতে লিখিতে আরম্ভ করিয়া যেমন ক্রমশঃ জরীপ চলিতে থাকে, সেই রূপ ক্রমাগত উর্দ্ধদিকে অঙ্কপাত করিয়া যাইতে হয়। ক চিহ্নিত স্থান, খ চিহ্নিত স্থান ইত্যাদি "⊙ক" "⊙খ" এই রূপ সাঙ্কেতিক চিহ্ন দ্বারা লিখিত হইয়া থাকে। জরীপের সময় চেইন বা শৃঙ্খল কোন্ দিকে যায় তাহা দর্শাইবার জন্য চিঠাপুস্তকে "পশ্চিম," "পূর্ব্ব," "পূর্ব্বোত্তর" "দক্ষিণ-পশ্চিম," এই রূপ লিখিতে হয়। কোন কোন স্থলে "পূর্ব্বোত্তর" ইত্যাদি না লিখিয়া এই রূপ চিহ্ন (৩২৯ পৃষ্ঠা ৭ ম প্রতিকৃতি দ্রষ্টব্য) লিখিত হইয়া থাকে।

কখন কখন চিঠায় আর একটী অতিরিক্ত স্তম্ভ বা ঘর থাকে, ইহাতে মন্তব্য কথা লিখিত হইয়া থাকে। যদি কোন থাকের সম্বন্ধে সংখ্যা ব্যবধানাদি ব্যতিরিক্ত অন্য কোন কথা লিখনের আবশ্যক হয়, তবে তাহা মন্তব্য ঘরে লিখা যায়, অর্থাৎ যদি কোন থাকের স্থান বিশেষরূপে নির্ণয় করিয়া

লিখিতে হয়, তবে নিকটবর্ত্তী কোন ইমারত বা বৃহৎ বৃক্ষ বা দীর্ঘিকার সহিত তাহার যে কোণের অংশ পরিমাণ (বিয়ারিং) ও ব্যবধান তাহা মন্তব্য ঘরে লিখা যায়। যথা—"অমুক সংখ্যাক থাকের নিকটে অমুক মন্দির বা বৃক্ষ বা বাটী আছে তাহার ব্যবধান ও বিয়ারিং এত"।

যে জমী জরীপ হইবে, তাহার দুই দিকের সীমার সহিত পার্শ্বস্থ দুই মৌজার সীমার যে বিয়ারিং তাহাও মন্তব্য ঘরে লিখিত হয়। যথা—"এই থাক হইতে পার্শ্বস্থ অমুক অমুক মৌজার মধ্য দিয়া এত বিয়ারিং দৃষ্টে সীমা চলিয়াছে।" পার্শ্বস্থিত প্রত্যেক মৌজার সীমা নিজ মৌজার যে থাক হইতে আরম্ভ হইয়া যত থাক পর্য্যন্ত বিস্তৃত আছে তাহার বিবরণ। যথা—"অমুক মৌজা এত সংখ্যক থাক হইতে এত সংখ্যক থাক পর্য্যন্ত বিস্তৃত আছে।"

জরীপের সময় উত্তরাদি দিকের নাম সম্পূর্ণরূপে লিখিতে হইলে অধিক সময় ও অধিক কাগজ লাগে, এজন্য সাঙ্কেতিক অক্ষর দ্বারা লিখিত হইয়া থাকে। যথা—উত্তর স্থলে "উ" দক্ষিণস্থলে "দ" ইত্যাদি লিখিত হইয়া থাকে। "ত" লিখিলে তস্য, অর্থাৎ অগ্রে যে জমী জরীপ হইল তাহার; আর ত-র সহিত যে দিকের প্রথমাক্ষর যোগ হইবে, তাহার সেই দিক বুঝাইবে। যদি দিক্‌সূচক সাঙ্কেতিক অক্ষরের পূর্ব্বে "ডি" কি "পা" লেখা যায়, তাহা হইলে উল্লঙ্ঘন কি পার, অর্থাৎ সেই ক্ষেত্র ডিঙ্গাইয়া বা পার হইয়া অমুকদিকে গমন বুঝাইবে। যথা—

ত উ—অর্থাৎ যে জমী জরীপ হইল তাহার উত্তর।

ত নৈ— ঐ তাহার নৈঋত।

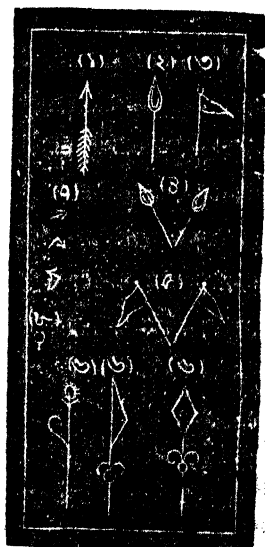
ডিদ ঐ তাহা ডিঙ্গাইয়া দক্ষিণ।

কোন কোন স্থানে "তউ," স্থলে "তদ্ভ" (অর্থাৎ তৎ উত্তর তদুত্তর) লেখারও ব্যবহার আছে। ডি দ, না লিখিয়া কিতা পার বা দুই কিতা পার ও অধিক দূর হইলে অলজ্ঞা লব এরূপও লিখা যায়।

চিঠাতে যে সকল চিহ্ন ব্যবহৃত হয়, তাহা এই।

◎ এই চিহ্ন থাকিলে নিদর্শন স্থান বুঝাইবে।

চিঠাতে একটী পক্ষ বা পতাকা চিহ্ন থাকিলে তাহাকে মিনার অর্থাৎ তেসীমানার স্তম্ভ বুঝায়। (২য় ও ৩য় প্রতিকৃতি দ্রষ্টব্য)। দুইটী পক্ষ বা পতাকা চিহ্ন থাকিলে তাহাকে চোথা অর্থাৎ চারি সীমানার স্তম্ভ বুঝায়। (৪র্থ ও ৫ম প্রতিকৃতি দ্রষ্টব্য)।

এক নিদর্শন স্থান হইতে ভূমির মধ্য দিয়া অপর নিদর্শন স্থান পর্য্যন্ত যে রেখা অঙ্কিত হয়, অর্থাৎ যে রেখাদ্বারা পরিমাণের সন্দেহ ভঞ্জন হয়, তাহাকে প্রামাণিক রেখা কহে।

যে রেখা কেবল শৃঙ্খল দ্বারা পরিমিত হয়, তাহাকে জরীপী রেখা বা শৃঙ্খল রেখা কহে। দিগ্‌দর্শন যন্ত্রদ্বারা বিয়ারিং লইয়া যে রেখার জরীপ হয়, তাহাকে বেয়ারিং রেখা কহে।

জরীপ করিতে করিতে যদি কোন রাস্তা, নদী, অথবা বাগানের উপর দিয়া চেইন যায়, তাহা হইলে চিঠাপুস্তকে যে রূপে লিখিতে হইবে, তাহা পশ্চাৎ প্রদর্শিত হইবে।

অস্মদ্দেশে জরীপীচিঠার শীর্ষদেশে অর্থাৎ নক্সার উপরিভাগে পর্য্যায়ক্রমে আসামী, দাগ, দীর্ঘ, প্রস্থ, সারা, জিনিস লিখিতে হয়। আসামীর নিম্নে যে প্রজার জমী তাহার নাম, ও দাগের নিম্নে যত সংখ্যক ভূমি জরীপ হয়, ক্রমশঃ তাহার সংখ্যা; ভূমি যে পরিমাণে দীর্ঘ তাহা দৈর্ঘ্যের নিম্নে এবং প্রস্থের যে পরিমাণ তাহা প্রস্থের নিম্নে লিখিতে হয়। সারা শব্দে ভূমির পরিমাণ। কালি করিয়া যে মানের ভূমি তাহার অঙ্ক সারার নীচে পড়িবে, ঐ ভূমি বাস্তু কি উদ্বাস্তু কি বাগাৎ ইত্যাদি যে প্রকারের হয়, তাহা জিনিসের নিম্নে লিখিতে হইবে। আসামী ও দাগ নক্সার এক ঘরেও লিখা যাইতে পারে, ভূমির চতুঃসীমা আসামীর নামের নিম্নে অথবা সর্ব্ব নিম্নে লিখিবার রীতি।

কোন জমীর দৈর্ঘ্য কি প্রস্থ পৈচাকোণা কি বক্র থাকিলে, দুই কি তিন মাপে তাহা জরীপ করিয়া, ঐ দুই কি তিন মাপের অঙ্ক সমষ্টি করিয়া গড় হিসাবে (এব্‌রেজ মতে) দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ ধরা হইয়া থাকে। ঐ প্রকার মাপকে লোকে রিজা তেতেরিজা কহে।

প্রথম জরীপের পর দ্বিতীয়বার যে জরীপ হয়, তাহাকে

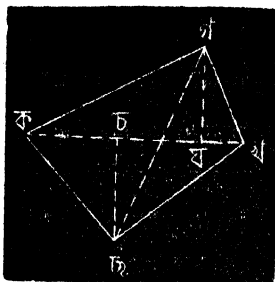
পরতল জরীপ কহে। কিতা শব্দে জমীর খণ্ড। জমাই জমী শব্দে সকর জমী। জোত শব্দে আবাদ। হৈমন্তিক ধান্য যে ভূমিতে হয়, তাহাকে শালী জমী কহে। হরিৎখণ্ড, অর্থাৎ হৈমন্তিক ধান্য ভিন্ন, আশু ধান্য ও অন্য শস্যাদি যে ভূমিতে হয়, তাহাকে সুনা ভূমি কহে। শালি ও সুনা জমী চারি প্রকার; প্রথম, দ্বিতীয়, তৃতীয়, চতুর্থ শ্রেণীর ভূমিকে চলিত পারস্য ভাষায়, আউওল, দুয়েম, সুয়েম, চাহারম কহে। বস-বাসের ভূমির নাম বাস্ত; গো সমূহ যে ভূমিতে চরে, তাহাকে গোচর কহে। পুষ্করিণী, দীর্ঘিকা, ডোবা, প্রভৃতিকে জলকর, এবং মৃত গরু ফেলিবার স্থানকে ভাগাড় বলে। অনাবাদ ও পতিত জমী যাহার কর ধার্য্য নাই তাহাকে খাসখামার কহে। রাস্তা খাসখামার মধ্যে গণ্য। বাস্তর সংলগ্ন যে ভূমি তাহাকে উদ্বাস্ত, এবং বিপ্রস্বামিক নিষ্কর ভূমিকে ব্রহ্মোত্তর কহে। এক গ্রামের জমী অপর গ্রামের মধ্যে ও শেষোক্ত গ্রামের জমী পূর্ব্বোক্ত গ্রামের মধ্যে থাকিলে ঐ জমীকে পিতলগোলা কহে। বাগাৎ অর্থাৎ বাগান, বাঁশ থাকিলে বাঁশবাগাৎ লিখে।

শৃঙ্খল ও ক্রুশযন্ত্র এবং শুদ্ধ শৃঙ্খল দ্বারা জরীপ।

বিষমাকার ক্ষেত্রের জরীপ।

ক্ষেত্র বিষমাকার হইলে তাহাকে ত্রিভুজ ক্ষেত্রে বিভাগ করিয়া জরীপ করিতে হয়।

ক গ খ ছ একটী বিষমাকার ক্ষেত্র; ইহার জরীপ, নক্সা ও ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে।

ক চিহ্নিত স্থানে মাপ আরম্ভ করিয়া ক খ অভিমুখে কিয়দ্দূর যাইয়া তথায় ক্রুশ দণ্ডের একটী ছিদ্র ক খ রেখার সমসূত্রে রাখিয়া অপর ছিদ্র দিয়া দেখিলে, যদি ছ চিহ্নিত স্থান ও এই দ্বিতীয় ছিদ্র এক রেখায় পতিত হয়, তাহা হইলে ঐ স্থানে ক খ রেখার লম্ব*

---

* শৃঙ্খল রেখার বামে কি ডাহিনে যে মাপ লইতে হয়, তাহাকে লম্বমাপ কহে।

মনেকর, ক গ খ ছ ভূমির ক হইতে খ যে দূরত্বপরিমাণ তাহা মাপিতে হইবে। ক খ-কে শৃঙ্খল রেখা কল্পনা করিয়া এই রেখা দিয়াই মাপ চালাইতে হইবে। ক খ শৃঙ্খল রেখা মাপিবার সময়ে ভূমির বাঁকগুলি নির্ণয় করিবার নিমিত্ত, প্রথমতঃ ঐ রেখার কোন্ কোন্ স্থানের বামে কি দক্ষিণে বাঁকগুলি আছে তাহা নিরূপণ করিতে হইবে। পরে উহার সেই স্থানের কত বামে কি কত দক্ষিণে বাঁকগুলি আছে তাহা নিরূপণ করিতে হইবে। অতএব বাঁকগুলি নির্দ্দেশ করিবার জন্য অগ্রে মাপটী শৃঙ্খল রেখার উপরে হইবে, অর্থাৎ ক হইতে যতদূর মাপিয়া আসিয়া বাঁকটীকে বামে কি দক্ষিণে দৃষ্ট হইল, তাহা নিরূপণ করা; পরে মাপটী শৃঙ্খল রেখার সেই স্থান হইতে বাঁকের শেষ সীমা পর্য্যন্ত মাপিলে যত, তাহা নিরূপণ করা; এই রূপ দুই দুইটী মাপ লইতে হয় বলিয়া, ভূমির বাঁকগুলির ঠিকানা শৃঙ্খল রেখা মাপিবার সঙ্গে সঙ্গেই করিতে হয়। এই উদাহরণে ভূমির বাঁক প্রথম চ স্থানে পরে ঘ স্থানে নির্দ্দেশিত হইয়াছে।

চ ছ কল্পনা করিয়া ঐ লম্বের পরিমাণ নিরূপণ করিতে হইবে। যদি ঐ স্থান হইতে ছ স্থান ক্রুশদণ্ড দ্বারা সমসূত্রে দৃষ্ট না হয়, তাহা হইলে জরীপকর্ত্তা ক খ কর্ণ রেখার কিঞ্চিৎ অগ্রে বা পশ্চাতে যাইয়া পরীক্ষা করিবে। পরে ক চ দূরত্বের পরিমাণ স্থির করিয়া চিঠা পুস্তকের মধ্যস্তম্ভে লিখিতে হইবে, ও ছ চ লম্বের পরিমাণ নিরূপণ করিয়া দক্ষিণ দিকের স্তম্ভে লিখিতে হইবে। এই রূপে ক ঘ-র দূরত্ব নিরূপণ করিয়া মধ্য স্তম্ভে লিখিতে হইবে; এবং গ ঘ লম্বের পরিমাণ বামপার্শ্বস্থ স্তম্ভে লিখিতে হইবে। ইত্যাদি—

যদি ক চ = ৮০, চ ছ = ১১০, ক ঘ = ২২০, ঘ গ = ১২০, এবং ক খ = ৩৪০ লিঙ্ক হয়, তাহা হইলে চিঠা পুস্তকে নিম্ন লিখিত প্রণালীতে লিখিতে হইবে।

বাম লম্ব	কর্ণ রেখা	দক্ষিণ লম্ব
০	৩৪০ খ ⊙ পর্য্যন্ত	০
১২০	২২০	
	৮০	১১০
০	ক ⊙ হইতে	০

পূর্ব্বোক্ত ক্ষেত্রের নক্সা করিতে হইবে। একটী মানদণ্ড লও, লইয়া তাহার দুই ইঞ্চে ১০০ লিঙ্ক ধরিয়া ক চ একটী রেখাপাত কর, যাহা উক্ত পরিমাণে ঐ দণ্ডের ৮০ লিঙ্কের সমান হইবে। অপর, ঐ পরিমাণে চ স্থান হইতে ১১০

লিঙ্ক পরিমিত চ ছ একটী লম্ব রেখা টান, ও ক ঘ রেখাকে ২২০ লিঙ্কের সমান কর। পুনশ্চ, ১২০ লিঙ্ক পরিমিত ঘ গ আর একটী লম্ব টান এবং ক খ-কে ৩৪০ লিঙ্কের সমান কর। পরে ক ছ, ছ খ, খ গ, ও গ ক সংযুক্ত করিলে, ক ছ খ গ প্রতিকৃতিটী ক্ষেত্রের ঐ পরিমাণে অনুরূপ চিত্র হইবে।

এতদ্দ্বারা, ক ছ খ গ ক্ষেত্রের কালি ৩য় ভাগের ৫র্থ সম্পাদ্য দ্বারা = ½ ৩৪০ × (১১০ + ১২০) = ৩৯২০০ বর্গলিঙ্ক = ১ রূড ২২.৫৬ পোল।

২। নিম্ন লিখিত ক্ষেত্রের জরীপ ও ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে।

খ দ রেখার পরিমাণ স্থির কর, এবং চ ও ছ স্থানদ্বয়ের দূরত্ব চিঠা পুস্তকে লিখ, যথা,

	ও দ পর্য্যন্ত	
	খ দ = ১০৯৭	
ছ ধ = ৫৯৫	খ ছ = ৭৪৫	
চ ত = ৩৫২	খ চ = ১১০	
লম্ব	খ ও হইতে পূর্ব্বদিকে	

চ ত ধ ছ বিষমক্ষেত্রে

৩৫২
৫৯৫ } লম্ব

৯৪৭ যোগ
৬৩৫ = চ ছ

৪৭৩৫
২৮৪১
৫৬৮২

৬০১৩৪৫
৩৮৭২০
২০৯৪৪০

২) ৮৪৯৫০৫

৪,২৪৭৫২.৫
৪

.৯৯০১০
৪০

৩.৯৬০৪০০
৩০১/৪

১৮১২০০০
১৫১০০

১৮.২৭১০০

ত থ চ ত্রিভুজে
৩৫২
১১০

৩৮৭২০

১০৯৭
৭৪৫

৩৫২ = ছ দ

ছ দ ধ ত্রিভুজে
৫৯৫
৩৫২ = ছ দ

১১৯০
২৯৭৫
১৭৮৫

২০৯৪৪০

৭৪৫ = থ ছ
১১০ = থ চ

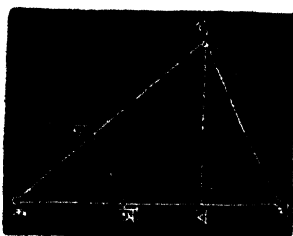
৬৩৫ = ছ চ

ছ থ দ ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ৪ একর ০ রূড ৩ পোল ১৮ গজ।

ত্রিভুজ ক্ষেত্রের জরীপ।

৩। নিম্ন লিখিত সংক্ষিপ্ত বিবরণ হইতে একটী ক্ষেত্রের নক্সা ও ক্ষেত্রফল স্থির কর।

	◎ অ পর্য্যন্ত	
প্রামাণিক	৩৮৪	রেখা
	◎ আ হইতে	
	◎ ক পর্য্যন্ত	
	১২৬৪	
◎ অ	৭০০	
	গ চিহ্নের	বামদিকে গমন
	◎ গ পর্য্যন্ত	
	৮৫২	
	খ চিহ্নের	বামদিকে গমন
	◎ খ পর্য্যন্ত	
	১৩৩৮	
	১০০০	
◎ আ	৬০০	
আরম্ভ	ক চিহ্নে	পূর্ব্বে গমন

ক্ষেত্র ত্রিভুজাকার হইলে, তাহার প্রত্যেক কোণে এক একটী ধ্বজা প্রোথিত করিয়া, তাহার প্রত্যেক পার্শ্ব পরিমাণ কর। পরে অন্ততঃ তাহার

দুই পার্শ্বে নিদর্শন স্বরূপ দুইটী স্থল চিহ্নিত করিয়া, তাহা-দের পরস্পর দূরত্ব অর্থাৎ ব্যবধান নির্ণয় করিয়া, সেই নিদ-র্শন স্থানদ্বয়কে সংযুক্ত কর, এই রেখাকে প্রামাণিক রেখা কহে; কারণ ইহার দ্বারা কালি বিশুদ্ধ হইয়াছে কি না তাহা প্রমাণ করা যায়।

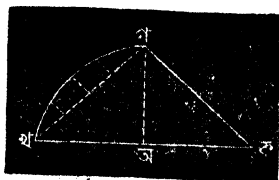
ক খ গ ত্রিভুজটী অঙ্কিত হইলে যদি অ আ প্রামাণিক রেখা ৩৮৪ লিঙ্ক হয়, তাহা হইলে প্রতীত হইবে যে জরীপে কোন ভ্রম নাই; এবং গ ঘ লম্বের পরিমাণ ৭৭০ লিঙ্ক হইবে। অতএব ক খ গ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ১৩৩৮ × ৭৭০ ÷ ২ = ৫.১৫১৩০ = ৫ একর ২৪ পোল।

জরীপ বিশুদ্ধ হইয়াছে কিনা জানিবার নিমিত্ত, ত্রিভু-জের শীর্ষ কোণ হইতে ভূমির মধ্যস্থান অথবা ইহার নিকটস্থ কোন বিন্দু পর্যান্ত এক একটী মাপ দিবে। নক্সা অঙ্কিত করিবার সময়ে ত্রিভুজগুলি অঙ্কিত করিয়া, ঐ মাপগুলির সহিত মিলাইলে জরীপের বিশুদ্ধতা নিরূপিত হইবে।

কোন ভূমির চতুঃসীমা মাপ করিতে হইলে, প্রতি শৃঙ্খল রেখার শেষে এক একটী যোযক রেখা লইতে হয়। যদি তিনটী শৃঙ্খল রেখা দ্বারা ভূমির চতুঃসীমা পূর্ণ হয়, তাহা হইলে একটী যোযক রেখা, চারিটী শৃঙ্খল রেখা দ্বারা চতুঃ-সীমা পূর্ণ হইলে দুইটী যোযক রেখা, পাঁচটী হইলে তিনটী যোযক রেখা, লইলে চলে। শেষে যে যোযক রেখা গ্রহণ করা যায়, সেইটীকে প্রামাণিক রেখা কহে।

৪। নিম্ন লিখিত চিঠার সংক্ষিপ্ত বিবরণ হইতে এক ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের নক্সা ও ক্ষেত্রফল স্থির কর।

	৩৩০ ক ⊙ পর্য্যন্ত	
	⊙ গ হইতে ডাইন দিকে	
০	৩৫০ গ ⊙ পর্য্যন্ত	
৩৬	২৫০	
৪০	১৭০	
২০	৮০	
	⊙ খ হইতে ডাইন দিকে	
	৫০০ খ ⊙ পর্য্যন্ত	
প্রামাণিক	২৫০ অ ⊙ পর্য্যন্ত	রেখা অ গ = ২৩২
	⊙ ক হইতে পশ্চিম দিকে	

এই চিঠা পুস্তকে তিনটী শৃঙ্খল রেখা আছে। এক শৃঙ্খল রেখার পরিমাণ সং-পূর্ণ হইলে মধ্যে স্তম্ভে একটী রেখা টান, যথা, ক খ শৃঙ্খল রেখার ক ও খ দুই নিদর্শন স্থানের ব্যবধান পরিমাণ করিয়া অঙ্কিত হইয়াছে। জরীপ আমীন ক চিহ্নিত সীমায় উপ-নীত হইয়া ডাইনদিক দিয়া গ অভিমুখে গমন করে। ইহা চিঠা পুস্তকে " খ হইতে ডাইন দিকে " লিখিত হইয়াছে। প্রামাণিক রেখার পরিমাণ, জরীপ বিশুদ্ধ হইয়াছে কি না তাহা জানিবার জন্য লিখিত হইয়াছে।

প্রতিকৃতি নিষ্কাশন। যে সমান অংশের মানদণ্ড দুই ইঞ্চ ১০০ লিঙ্কের সমান, তাহা দ্বারা ক খ গ একটী ত্রিভুজ অঙ্কিত কর, ইহাতে ক খ = ৫০০, খগ = ৩৫০ এবং কগ রেখা = ৩৩০ লিঙ্ক। পরে খ গ পর রেখার উপর লম্বগুলি টান জরীপ.

বিশুদ্ধ হইয়াছে কি না জানিবার জন্য ক হইতে ২৫০ লিঙ্ক লও. যথা, ক অ, এবং অ গ সংযুক্ত কর। যদি অ গ ২৩০ লিঙ্ক হয়, তাহা হইলে ক্ষেত্রের জরীপ ঠিক লিখা হইয়াছে। গণনা সৌকর্য্যের নিমিত্ত গ বিন্দু হইতে ক খ রেখার উপর একটী লম্বপাত কর ; এই লম্ব ২৩০ লিঙ্ক।

গণনা। ২ △ক খ গ = ৫০০ × ২৩০ = ১১৫০০০ খ গ রেখার উপর লম্ব দ্বারা যে সকল ত্রিভুজ ও বিষম ক্ষেত্র উৎপন্ন হইয়াছে তাহাদের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি = ১৬৬৮০

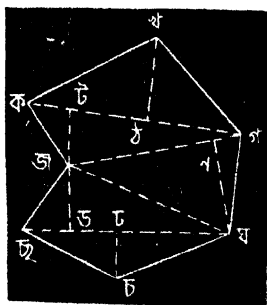
২ | ১৩১৬৮০

ক্ষেত্রফল = ২ রূড ২৫.৩৪৪ পোল = ৬৫৮৪০

বহুভুজ ক্ষেত্রের জরীপ।

৫। নিম্নলিখিত পরিমাণ হইতে একটী ক্ষেত্র পাত কর, এবং তাহার ক্ষেত্রফল স্থির কর।

	ক খ পর্য্যন্ত	
	৫২০	
ট	২৮৮	৮০ চ
জ ১২০	২০৬	●
	ছ চিহ্নে গমন	
	ক জ পর্য্যন্ত	
	৪৪০	
ঘ ২৩০	১৫২	গ
	গ চিহ্নের বাম দিকে	
	ক গ পর্য্যন্ত	
	৫৫০	
থ ১৮০	৪১০	ঠ
ট	১৩৫	১৩০
আরম্ভ	ক স্থানে ●	পূর্ব্বদিকে গমন

প্রতিকৃতি নিষ্কাশন। নিম্নস্থ ক্ষেত্রটী দুইটী বিষম ক্ষেত্র ও একটী ত্রিভুজ ক্ষেত্রে বিভাগকৃত হইয়াছে, যথা ক খ গ জ, জ ঘ চ ছ ও গ জ ঘ। ক গ কর্ণ রেখা অঙ্কিত কর; ইহার পরিমাণ ৫৫০ লিঙ্ক। ক হইতে ১৩৫ লিঙ্ক লইয়া ১৩০ লিঙ্ক পরিমিত ট জ একটী লম্ব টান; ও ক হইতে ৪১০ লিঙ্ক লইয়া ১৮০ লিঙ্ক পরিমিত ঠ খ একটী লম্ব টান। এইক্ষণে ক খ, খ গ, গ জ এবং জ ক সংযুক্ত কর; এতদ্দারা ক খ গ জ প্রথম বিষম ক্ষেত্রটী উৎপন্ন হইবে। পরে গ জ রেখায় গ হইতে ১৫২ লিঙ্ক লইয়া ণ স্থানে ২৩০ লিঙ্ক পরিমিত একটী লম্ব টান; গ ঘ ও ঘ জ অঙ্কিত করিলে গ জ ঘ ত্রিভুজটী নির্ম্মিত হইবে। পরিশেষে, জ-কে কেন্দ্র

করিয়া জ ড = ১২০ ব্যাসার্দ্ধ লইয়া একটী চাপ নির্ম্মাণ কর, এবং ঘ-কে কেন্দ্র করিয়া ড ঘ = ৩১৪ (= ৫২০ — ২০৬) ব্যাসার্দ্ধ লইয়া আর একটী চাপ অঙ্কিত কর, ইহা পূর্ব্ব অঙ্কিত চাপকে ড বিন্দুতে ছেদ করিবে। ড বিন্দু দিয়া ৫২০ লিঙ্ক পরিমিত একটী কর্ণ রেখা টান, যথা, ঘ ছ। এই রেখার ২৮৮ লিঙ্কের নিকট হইতে ঢ চ লম্বটী টানিয়া, ঘ চ, চ ছ এবং ছ জ সংযুক্ত করিলে ক্ষেত্রপাত সমাধা হইবে।

১৩০	৪৪০	১২০
১৮০	২৩০	৮০
৩১০	১৩২০০	২০০
৫৫০	৮৮০	৫২০
১৫৫০০	১০১২০০	১০৪০০০
১৫৫০		
১৭০৫০০		

ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ

১৭০৫০০ ক ঘ গ জ বিষম ক্ষেত্র।

১০১২০০ ঘ গ জ ত্রিভুজ।

১০৪০০০ ঘ চ ছ জ বিষম ক্ষেত্র।

২) ৩.৭৫৭০০

১.৮৭৮৫০ = ১ এঃ, ৩ রুঃ ২০$\frac{১}{২}$ পোঃ।

৬। নিম্নলিখিত সংক্ষিপ্ত বিবরণ হইতে একটী ক্ষেত্রের নক্সা ও তাহার ক্ষেত্রফল স্থির কর।

	জ পর্য্যন্ত	
	১০২০	
ছ ৪৭০	৮৯০	উ
ঈ	৬১০	৫০ চ
ঘ ৩২০	৫৮৫	ই
গ ৭০	৪৪০	আ
অ	৩১৫	৩৫০ খ
আরম্ভ	ক স্থানে	পূর্ব্বে গমন

ক আ গ ত্রিভুজ।
ক আ = ৪৪০
আ গ = ৭০

৩০৮০০

গ আ ই ঘ বিষম চতুর্ভুজ।
ঘ ই = ৩২০
আ গ = ৭০

যোগফল = ৩৯০
আই = ১৪৫

১৯৫০
১৫৬০
৩৯০

৫৬৫৫০

ঘ ই উ ছ বিষম চতুর্ভুজ।
ঘ ই = ৩২০
ছ উ = ৪৭০

যোগ = ৭৯০
ই উ = ৩০৫

৩৯৫০
২৩৭০

২৪০৯৫০

ছ উ জ ত্রিভুজ।
উ জ = ১৩০
ছ উ = ৪৭০

৯১০০
৫২

৬১১০০

ক অ খ ত্রিভুজ।
ক অ = ৩১৫
অ খ = ৩৫০

১৫৭৫০
৯৪৫

১১০২৫০

অ খ চ ঈ বিষম চতুর্ভুজ।
অ খ = ৩৫০
ঈ চ = ৫০

যোগফল = ৪০০
অ ঈ = ২৯৫

১১৮০০০

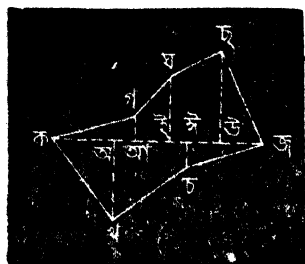
ঈ চ জ ত্রিভুজ।
জ ঈ = ৪১০
চ ঈ = ৫০

২০৫০০

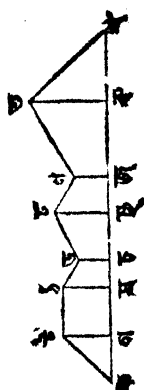
ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ।
৩০৮০০
৫৬৫৫০
২৪০৯৫০
৬১১০০
১১০২৫০
১১৮০০০
২০৫০০

২) ৬৩৮১৫০

৩.১৯০৭৫

ক্ষেত্রফল = ৩ একর ০ রুড
৩০$\frac{২}{৩}$ পোল।

কুটিল ক্ষেত্রের জরীপ।

৭। নিম্নলিখিত সংক্ষিপ্ত বিবরণ হইতে একটী ক্ষেত্রের নক্সা ও ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে।

		ঙথ পর্য্যন্ত	
	০	৯৫৫	
ঞ	৯১	৭৮৫	ঝ
ণ	৫৭	৬৩৪	জ
ঢ	৮৮	৫১০	ছ
ড	৭০	৩৪০	চ
ঠ	৮৪	২২০	ঘ
ট	৬২	৪৫	গ
	০	০০	
	আরম্ভ	ক স্থানে	গমন পূর্ব্বে

ক গ = ৪৫
গ ট = ৬২
৯০
২৭০
২৭৯০

গ ট = ৬২
ঘ ঠ = ৮৪
১৪৬
গ ঘ = ১৭৫
৭৩০
১০২২
১৪৬
২৫৫৫০

ঘ ঠ = ৮৪
চ ড = ৭০
১৫৪
ঘ চ = ১২০
১৮৪৮০

চ ঙ = ৭০	ছ চ = ৮৮	জ ণ = ৫৭
ছ চ = ৮৮	জ ণ = ৫৭	ঝ ত = ৯১
১৫৮	১৪৫	১৪৮
চ ছ = ১৭০	ছ জ = ১২৪	জ ঝ = ১৫১
১১০৬০	৫৮০	১৪৮
১৫৮	২৯০	৭৪০
	১৪৫	১৪৮
২৬৮৬০	১৭৯৮০	২২৩৪৮

ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ।

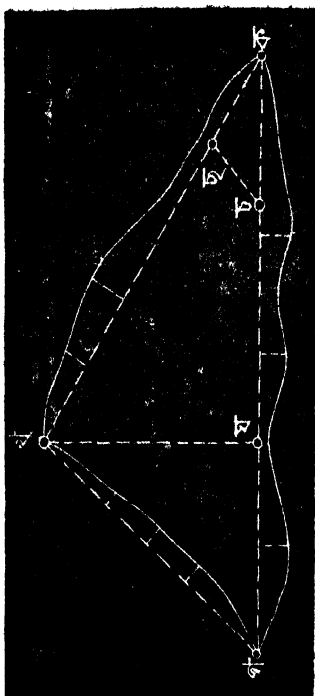
২৭৯০	ঝ থ = ১৭০
২৫৫৫০	ঝ ত = ৯১
১৮৪৮০	১৭০
২৬৮৬০	১৫৩০
১৭৯৮০	
২২৩৪৮	
১৫৪৭০	১৫৪৭০

২) ১.২৯৪৭৮

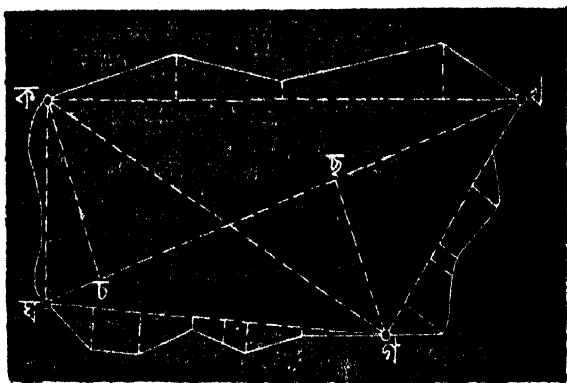
০,৬৪৭৩৯ = ০ একর ২ রূড ২৩ পোল।

৮। নিম্ন লিখিত চিঠা হইতে একটী ক্ষেত্রের নক্সা ও ক্ষেত্রফল স্থির কর।

	⊙ ক পর্য্যন্ত	
	২৫০৪	০
	২০০০	৭৪
প্রামাণিক	১৮৬০	রেখা চ ছ = ৩৫১
	১৬৫০	১৩৭
	১৪৩০	৯০
	১২২০	১৪৪
	৮৫০	৩০
	৪২৫	১১০
	০০০	০
	⊙ গ হইতে	বামে
	⊙ গ পর্য্যন্ত	
০	১৩৪৬	
৮০	১০৭২	
১২৮	৭০৮	
৯৮	৪৫৮	
০	০০০	
	⊙ খ হইতে	বামে
	⊙ খ পর্য্যন্ত	
	১৯৪৬	০
	১৪৯০	৯৬
	১২০০	১৫২
	১০০০	১১২
⊙ ছ	৯০০	
	৫২০	৫০
	০০০	
আরম্ভ	⊙ ক দাগে	গমন ঈশানে

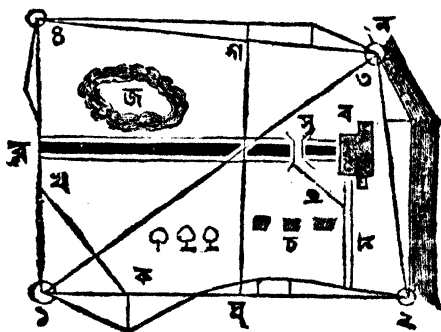
ক্ষেত্রটী অঙ্কিত করিয়া চ ছ প্রামাণিক রেখা মাপিয়া দেখিলে উহার পরিমাণ ৩৫১ লিঙ্ক হইবে ও খ ঘ লম্বের পরিমাণ ১০৫৬ লিঙ্ক হইবে; সুতরাং ক খ গ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = ক গ × খ ঘ ÷ ২ = ১৩২২১১২ বর্গলিঙ্ক। ইহাতে ক খ ও ক গ রেখাদ্বয়ের পার্শ্বস্থ ভূমির ক্ষেত্রফল ৩২৭৮৩৮ বর্গলিঙ্ক যোগ করিয়া, যোগফলে খ গ রেখার পার্শ্বস্থ ভূমির ক্ষেত্রফল (১০০৩০৮) বাদ দাও, তাহা হইলে ১৫৪৯৬৪২ বর্গলিঙ্ক অবশিষ্ট থাকিবে।

সুতরাং ক খ গ ভূমির ক্ষেত্রফল = ১৫.৪৯৬৪২ বর্গলিঙ্ক = ১৫ একর ও প্রায় ২ রূড।

৯। নিম্নলিখিত নক্সা দেখিয়া, আনুমানিক পরিমাণ দিয়া, একটী চিঠা লিখিয়া তাহার ক্ষেত্রফল স্থির কর।

এই ক্ষেত্র পরিমাণ করিতে হইলে, প্রথমতঃ ক খ গ ঘ বিষম চতুর্ভুজের দ্বিগুণ ক্ষেত্রফল স্থির করিয়া, তাহাতে

বহিঃস্থ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলগুলির দ্বিগুণ যোগ করিলেই, ঐ ক্ষেত্রের দ্বিগুণ ক্ষেত্রফল প্রাপ্ত হওয়া যাইবে। ক গ রেখাটী দ্বারা ক্ষেত্রটী যথার্থরূপে জরীপ ও অঙ্কিত হইল কি না, তাহা অনায়াসে জানা যাইতে পারে। যদি চিঠা পুস্তকে লিখিত ক গ রেখার পরিমাণ অঙ্কিত ক্ষেত্রের ক গ রেখার পরিমাণের সহিত মিলে, তাহা হইলে জরীপ ঠিক হইয়াছে, অন্যথা পরতল জরীপ করা উচিত।

১০। নিম্নলিখিত সংক্ষিপ্ত বিবরণ হইতে একটী ক্ষেত্রের নক্শা ও তাহার ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে।

বামদিকের লম্ব	শৃঙ্খল রেখা	ডাইনদিকের লম্ব।
	৯৫০ ⊙ ৩ পর্য্যন্ত	
স —	৫৭০	— স
প্রামাণিক	১৪৫	রেখা ক খ = ৩০৭
	⊙ ১ হইতে	
	৬২০ ⊙ ১ পর্য্যন্ত	০ | ৩৮
	৪০০ খ পর্য্যন্ত	০
	২৬০	০ | ৪০ রাস্তাপর্য্যন্ত
	১৫০	২০ | ৩৫
	⊙ ৪ হইতে বামে	
	৮১০ ⊙ ৪ পর্য্যন্ত	০
	৩০০	২৪ — স
	১৬০	৪০
	⊙ ৩ হইতে বামে	
	৫৬০ ⊙ ৩ পর্য্যন্ত	
	৪০০	৬০।৭০। নদীপর্য্যন্ত
	⊙ ২ হইতে বামে	
	৮৬০ ⊙ ২ পর্য্যন্ত	
৪০	৬০০	
৪০	৫০০	
বেড়া মিলিত	৪৮০	
বেড়া পার	৩৫০	বাহিরে
	২০০ ক পর্য্যন্ত	৮০ >
	⊙ ১ হইতে	পূর্ব্বে

এই চিঠা পুস্তকে অঙ্কিত পাঁচটী শৃঙ্খল রেখা ◎ ১ ◎ ২ ◎ ৩ এবং ◎১ ◎৩ ◎৪ এই দুইটী ত্রিভুজের ভুজস্থানীয় হইয়াছে। ক্ষেত্রের চতুর্দ্দিকে বেড়া আছে এবং প্রথম লম্বের নিকট বেড়ার যে রূপ আকার হইয়াছে তাহা দর্শাইবার জন্য > চিহ্ন দেওয়া হইয়াছে। শৃঙ্খল রেখায় ৪৮০ লিঙ্কের পার্শ্বে "বেড়া মিলিত" বলিয়া যে লেখা আছে, তদ্দ্বারা বুঝিতে হইবে যে, বামদিকে যে বেড়া আছে তাহা উহার সহিত ঐ স্থানে মিলিত হইয়াছে। যে স্থানে বেড়া পার হওয়া গিয়াছে, যথা ◎৩ ও ◎৪ নিদর্শন স্থানের মধ্যে গ চিহ্নিত স্থান, তথায় শৃঙ্খল রেখার উভয় দিকে রেখা টানা হইয়াছে। যেখানে বেড়ার এক প্রান্ত অবধি অপর প্রান্ত পর্য্যন্ত সরল ভাবে আছে,

তথায় ঐ রেখাগুলির পার্শ্বে স এই অক্ষর প্রদত্ত হইয়াছে; যথা চিঠা পুস্তকে ৩০০ লিঙ্কের উভয়দিকে প্রদর্শিত হইয়াছে। গ ও ঘ দুইটী স্থানের অবস্থিতি শৃঙ্খল রেখায় নিরূপণ করিয়া গ ঘ সরল বেড়াটী নক্সাতে অঙ্কিত হইতে পারে।

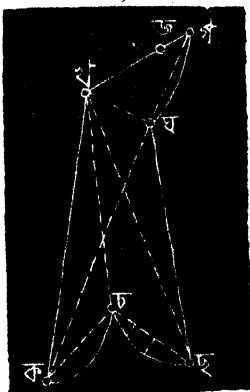
যেখানে ফাঁড়গুলি শৃঙ্খল রেখার উপর লম্বভাবে উত্তো-

লন না করিয়া বেড়ার অভিমুখে অঙ্কিত হয়, তথায় ⏜ এই চিহ্ন প্রদত্ত হইয়া থাকে। যেমন ⓪৩ ⓪৪ নিদর্শন স্থানে স্থিত ৩০০ লিঙ্কের নিকট ২৪ ব্যবহৃত হইয়াছে। এই উদাহরণে ক খ প্রামাণিক রেখা; ইহার দৈর্ঘ্য ও ইহা যেখানে ⓪১ ⓪৩ কর্ণ রেখা ছেদ করিয়াছে তাহার পরিমাণ শেষ শৃঙ্খল রেখায় লিখিত হইয়াছে।

⓪১ ⓪২ ⓪৩ ও ⓪৩ ⓪১ ⓪৪ দুইটী ত্রিভুজের ⓪১ ⓪২ = ৮৬০, ⓪২ ⓪৩ = ৫৬০, ⓪৩ ⓪৪ = ৮১০, ⓪৪ ⓪১ = ৬২০, এবং ⓪১ ⓪৩ = ৯৫০ লিঙ্ক। ১০০ লিঙ্কে ২ ইঞ্চ কল্পনা করিয়া ঐ দুইটী ত্রিভুজ অঙ্কিত করিয়া ⓪১ ⓪৩ কর্ণের উপর লম্বপাত করিলে, উহারা যে প্রত্যেকে ৫০১ ও ৫২৪ লিঙ্ক তাহা প্রতীয়মান হইবে। এবং এতদ্দারা ⓪১ ⓪২ ⓪৩ ⓪৪ ট্রাপিজিয়ম ক্ষেত্রের কালি অনায়াসে স্থিরীকৃত হইবে। এখন ⓪১ ক ও ⓪৪ খ, যথাক্রমে ২০০ ও ৪০০ লিঙ্কের সমান করিয়া ক খ যুক্ত কর। পরে কম্পাস দ্বারা ক খ রেখা মাপিয়া নির্দ্দিষ্ট মানদণ্ড হইতে ইহার পরিমাণ নির্ণয় কর। জরীপ দ্বারা ক খ রেখার পরিমাণ যে ৩০৭ লিঙ্ক স্থির হইয়াছে, মানদণ্ড দ্বারা যদি সেই পরিমাণ প্রাপ্ত হওয়া যায়, তাহা হইলে জরীপ বিশুদ্ধ হইয়াছে ইহা নিরূপিত হইবে। অন্যথা জরীপে ব্যতিক্রম ঘটিয়াছে ইহা অবশ্য স্বীকার করিতে হইবে। অনন্তর ⓪১ ঘ = ৪৮০, ও ⓪৩গ = ৩০০ লিঙ্কের সমান লইয়া গ ঘ যুক্ত কর। তৎপরে প্রথম চারিটী শৃঙ্খল রেখা হইতে যে যে লম্ব উত্তোলন করা গিয়াছে তাহা অঙ্কিত করিলে ক্ষেত্রের নক্সা সমাধা হইবে।

পুরাতন প্রথা।

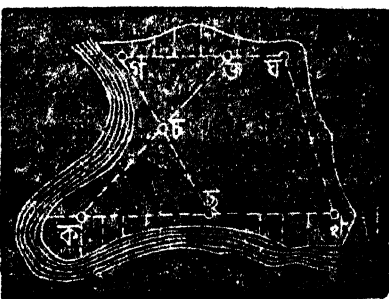
নূতন প্রথা।

১১। পার্শ্বস্থ ১ম প্রতিকৃতি ও চিঠা দৃষ্টে প্রতীয়মান হইবে যে, পুরাতন প্রথানুসারে ক্ষেত্রটী জরীপ করিতে অনূ্যন ১১ টী রেখার প্রয়োজন হইয়াছে ; কিন্তু নূতন উৎকৃষ্ট প্রথানুসারে কেবল ৪ টী রেখা কল্পনা করিলে জরীপ কার্য্য সম্পন্ন হইতে পারে। যথা জ খ, খ গ ও গ জ এই তিনটী রেখা দ্বারা যে জ খ গ ত্রিভুজ উৎপন্ন হইয়াছে তাহা সর্ব্বাগ্রে জরীপ কর এবং ছ কোণের অভিমুখে ঝ ও ন দুইটী নিদর্শন স্থান রাখিয়া যাও। পরে ঝ চ ছ জরীপ কর। এই প্রামাণিক রেখা দ্বারা জ খ গ ত্রিভুজ বিশুদ্ধ রূপে জরীপ হইল কিনা জানা যাইবে, ও ঘ ছ বেড়া যে অভিমুখে চলিয়াছে তাহাও নিরূপিত হইবে। কুটিল বেড়ার গতি নির্ণয় করিতে হইলে, কতিপয় লম্ব রেখা অঙ্কিত করিলেই হইবে। এই রূপে পুরাতন প্রথানুসারে জরীপ করিতে যত রেখার প্রয়োজন হয়, নূতন প্রথানুসারে তাহার তিন ভাগের এক ভাগ হইলে জরীপ প্রক্রিয়া সম্পন্ন হইতে পারে।

বাম		ডান
	◎ খ পর্য্যন্ত	
	১৩২১	কর্ণ
	◎ চ-তে	প্রত্যাগমন
	◎ ছ পর্য্যন্ত	
	১৯৩৯	কর্ণ
	◎ খ-র বামে	
	◎ খ পর্য্যন্ত	
	৫৩৬	কর্ণ
	◎ ঘ-র বামে	
	◎ ঘ পর্য্যন্ত	
	১৬৬৪	কর্ণ
	◎ ক-র দক্ষিণে	
	◎ ক পর্য্যন্ত	
৬৯	৫৬৯	
০	৪০০	
	০০০	
	◎ চ-র বামে	
	◎ চ পর্য্যন্ত	
০	৭৬৭	
৮১	৬০০	
১০৫	৪০০	
৬৫	২০০	
০	০০০	
	◎ ছ-র দক্ষিণে	
	◎ ঘ পর্য্যন্ত	◎ ছ পর্য্যন্ত ১৬০৭ বেড়ার দৈর্ঘ্য।
০	৭৬৬	
৬	৪০০	
০	০০০	
	গ-র দক্ষিণে	
	◎ গ পর্য্যন্ত	
	৯৫০	
	৬০০	◎ জ হইতে ◎ ঘ পর্য্যন্ত ৫১১ প্রামাণিক রেখা।
	◎ খ-র দক্ষিণে	
	◎ খ পর্য্যন্ত	
	১৬৯০	
	১০০০	
আরম্ভ	◎ ক হইতে	উত্তরে গমন।

ক্ষেত্রফল ১৩ একর্ ১রূড ৭ পোল।

নদীর উপকূল জরীপ।

১২। কোন ক্ষেত্র জরীপ করিতে হইলে সর্ব্বাগ্রে ঐ ক্ষেত্রের চতুর্দ্দিকে বেড়াইয়া কোন্ কোন্ স্থলে নিদর্শন স্থান করিলে সুবিধা হইতে পারে এমত করিবে। যে যে স্থানে নিদর্শন স্থানের উপযুক্ত বলিয়া বোধ হইবে, সেই সেই স্থলে এক একটী যষ্টি প্রোথিত করিবে। মনে কর, ক নিদর্শন স্থান হইতে খ নিদর্শন স্থানের অভিমুখে শৃঙ্খল দ্বারা জরীপ করিতে হইবে। ক খ সরল রেখাক্রমে খ যষ্টির সম্মুখে বা পশ্চাতে নিশান প্রোথিত করিবে। যেমন ক হইতে ক্রমশঃ খ অভিমুখে জরীপ করিতে করিতে অগ্রসর হইবে, সেই সঙ্গে শৃঙ্খলের দক্ষিণ পার্শ্বস্থ নদীর তীর হইতে শৃঙ্খলের উপর লম্বপাত করিয়া তাহার পরিমাণ চিঠাতে লিখিবে। লম্বপাত এরূপে করিতে হইবে, অর্থাৎ প্রতি লম্বের মধ্যে এমন ব্যবধান রাখিবে যে, তাহাদিগের অগ্রভাগ যোগ করিলে একটী সরল রেখা হয়। নক্সা অঙ্কিত করিবার সময় চিঠা পুস্তক দেখিয়া লম্ব উত্তোলন করিলে, এবং সেই সকল লম্বের প্রান্তগুলি সংযুক্ত করিয়া দিলে, অবিকল নদীর আকার হয়।

এই পার্শ্বস্থ পঞ্চভুজ ক্ষেত্র ক খ, খ ঘ, ঘ গ, গ ছ, ও ক ছ রেখাক্রমে জরীপ করা হইয়াছে। শেষোক্ত দুইটী

রেখা চ স্থানে অবচ্ছেদিত হইয়াছে। এই ক্ষেত্রটীর জরীপ ও নক্সা অঙ্কিত করিতে হইবে।

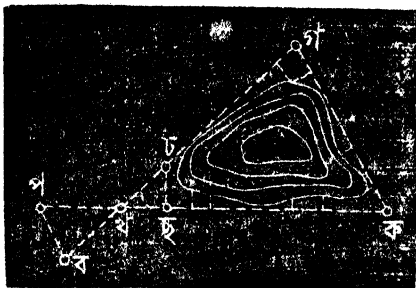
প্রথমতঃ নদীর কূলের সন্নিকটে ক চিহ্নিত স্থানে জরীপ আরম্ভ করিয়া খ অভিমুখে গমন কর। ছ চিহ্নিত নিদর্শন স্থানে উপস্থিত হইয়া ইহার পরিমাণ লিখ, এবং খ চিহ্নিত স্থানে উপস্থিত হইয়া ক খ-র দূরত্ব ও ক খ রেখার উপর যে লম্বপাত করা হইয়াছে তাহার পরিমাণ লিখ। এই রূপে খ হইতে খ ঘ রেখা মাপিয়া যাও এবং ঘ গ পরিমাণ কালে ঘ জ-র পরিমাণও লিখিয়া রাখ। অনন্তর গ ছ পরিমাণ কর ও গ হইতে চ চিহ্নিত স্থানের দূরত্ব লিখিয়া রাখ। পরিশেষে ছ হইতে ক অভিমুখে যাইয়া ক জ পরিমাণ কর ও ক হইতে চ চিহ্নিত স্থানের পরিমাণ লিখ। এই ক্ষেত্র জরীপকালীন প্রত্যেক রেখার উপর যে লম্বপাত করা যায় তাহারও যে পরিমাণ লইতে হইবে ইহা বলা বাহুল্য।

চিঠা হইতে ক ছ, ছ চ ও চ ক তিনটী রেখার পরিমাণানুসারে একটী ত্রিভুজ অঙ্কিত কর। পরে, ক ছ, ক চ ও ছ চ নির্দ্দিষ্ট পরিমাণানুসারে খ, জ ও গ পর্য্যন্ত বর্দ্ধিত কর। এই ক্ষণে যদি গ জ রেখার পরিমাণ চিঠায় লিখিত পরিমাণের সহিত মিলে, তাহা হইলে জরীপ ক ছ চ ও গ চ জ ত্রিভুজদ্বয় সম্বন্ধে যে বিশুদ্ধ হইয়াছে তাহা সপ্রমাণ হইল। অপর গ জ-কে ঘ পর্য্যন্ত প্রসারিত করিয়া গ ঘ-র পরিমাণ যদি চিঠায় লিখিত পরিমাণের সহিত

মিলে, তাহা হইলে সমুদায় জরীপ বিশুদ্ধ হইয়াছে জানিবে, নচেৎ পরতল জরীপ আবশ্যক।

১৩। ক খ গ ঘ একটী প্রশস্ত মাঠ জরীপ করিতে হইবে। অগ্রে ক থাক হইতে খ থাকের অভিমুখে শৃঙ্খল দ্বারা জরীপ কর, এবং বাম-পার্শ্বস্থ বক্র রেখার অবস্থিতি ক্রমশঃ শৃঙ্খলের উপর রশি দ্বারা লম্বপাত করিয়া নির্ণয় কর। যখন খ থাকে আসিয়া উপস্থিত হইবে, তখন সেই স্থানে জরীপ কার্য্য শেষ করিয়া, পুনরায় ঐ প্রণালী অবলম্বন পূর্ব্বক ক্রমান্বয়ে খ গ, গ ঘ ও ঘ ক জরীপ কর। পরে চারিটী রেখা জরীপ হইলে ক গ কর্ণ রেখা ও তদুপরি খ ও ঘ হইতে পতিত, খ ছ ও ঘ চ দুইটী লম্ব রেখা জরীপ করিতে হইবে। ক গ রেখা জরীপ করিবার উদ্দেশ্য এই যে, ইহার দুই দিকস্থ দুইটী ত্রিভুজের অবস্থিতি জানা যাইবে; সুতরাং তাহা অঙ্কিত করা সহজ হইয়া উঠিবে, ও খ ছ ও ঘ চ দুইটী লম্ব রেখার জরীপ করিবার উদ্দেশ্য এই যে, ইহাদের দ্বারা জরীপের বিশুদ্ধতা জানা যাইতে পারে; যথা, প্রথমতঃ ক গ কর্ণের দুই দিকে দুইটী ত্রিভুজ অঙ্কিত করিলে একটী চতুর্ভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত হইবে। এই ক্ষণে কাঁটাকম্পাস দ্বারা খ ছ ও ঘ চ রেখাদ্বয় মাপিয়া নির্দ্দিষ্ট মানদণ্ড হইতে ইহাদের পরিমাণ কত নির্ণয় কর। পরে জরীপ দ্বারা খ ছ ও ঘ চ রেখাদ্বয়ের

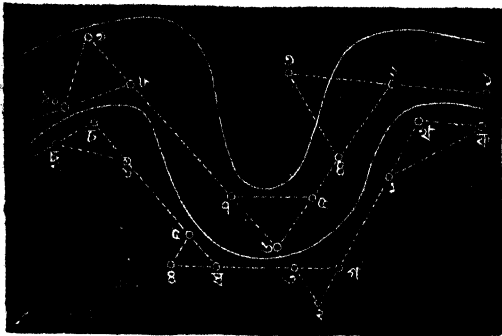
যে পরিমাণ স্থির হইয়াছে, মানদণ্ড দ্বারা যদি সেই পরিমাণ প্রাপ্ত হওয়া যায়, তাহা হইলে জরীপ ঠিক হইয়াছে বলিতে হইবে।

১৪। মনে কর ক খ, খ গ ও গ ক তিনটী রেখাক্রমে একটী পুষ্করিণীর চতুঃসীমা জরীপ করা হইয়াছে। এই ক্ষণে জরীপ ঠিক হইল কি না তাহা জানিবার নিমিত্ত, চ ছ একটী রেখা দ্বারা খ ক ও খ গ সংযুক্ত কর; যদি চ ছ রেখার পরিমাণ অত্যন্ত ক্ষুদ্র হয়, তাহা হইলে গ খ ও

ক খ-কে ব ও প পর্য্যন্ত বৃদ্ধি করিয়া খ ব ও খ প-কে গ খ ও ক খ-র তৃতীয়াংশের সমান কর। নক্সা অঙ্কিত করিবার সময় প ব রেখার পরিমাণ, চিঠা পুস্তকে লিখিত মাপের সহিত যদি ঐক্য হয়, তাহা হইলে জরীপ ঠিক হইয়াছে, অন্যথা পরতল জরীপ আবশ্যক।

বন, বাদা, পুষ্করিণী, রাস্তা প্রভৃতি জরীপ।

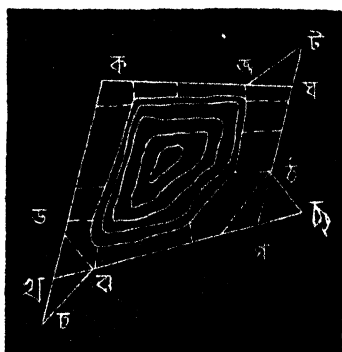
১৫। গজের দুই ইঞ্চ এক চেইনের স্থানীয় জ্ঞান করিয়া চিঠা পুস্তকে লিখিত নিম্নের সংক্ষিপ্ত বিবরণ হইতে একটী রাস্তার নক্সা প্রস্তুত কর।

সংযোগ	১৬০ নাগাইত ১০ দাগ	রেখা ◎১০ ◎৯ = ১৬০
২৫	৫০	১৪৪
আরম্ভ	◎৮ গমন বামে	
	৬৫০ নাগাইত ৯ দাগ	
	৫০০ নাগাইত ৮ দাগ	১৬০
৩০	৪০০	১৪০
১০০	২০০	৪০
সংযোগ	১৬০	রেখা ◎৭ ◎৫ = ১৯০
৮০	৫০	
আরম্ভ	◎৬ গমন ডাইনে	
৩০	৪৫০ নাগাইত ৬ দাগ	
৯০	৩১০ নাগাইত ৫ দাগ	৬০
সংযোগ	২৪০ নাগাইত ৪ দাগ	রেখা ◎৪ ◎৩ = ২২০
৬০	১৫০	১০০
আরম্ভ	◎২ গমন বামে	
	৪৫০ নাগাইত ৩ দাগ	
বেড়াপার	৩৫০	বাহির দিকে
৮০	২০০ নাগাইত ২ দাগ	৯০
৫০	১০০	৯৪
৪০	০	৯৮
আরম্ভ	◎১ দাগে গমন পশ্চিমে	

এই স্থানে জরীপ ১ দাগে আরম্ভ করিয়া ২, ৩ দাগ পর্য্যন্ত জরীপ করিয়া দুই পার্শ্বের লম্বগুলির পরিমাণ

লিখিতে হইবে। পুনশ্চ ২ দাগে আসিয়া ২ দাগ হইতে ৬ দাগ পর্য্যন্ত শৃঙ্খল রেখার পরিমাণ লিখিতে হইবে; আর দ্বিতীয় শৃঙ্খল রেখা প্রথম শৃঙ্খল রেখার সহিত সংযোগ করিবার নিমিত্ত ৪ দাগ হইতে ৩ দাগের দূরত্ব লিখিতে হইবে। অপর ৬ দাগ হইতে ৮ দাগ পর্য্যন্ত দূরত্ব জরীপ করিতে হইবে; আর ৭ দাগ হইতে ৫ দাগ পর্য্যন্ত যে ব্যবধান তাহা দ্বিতীয় ও তৃতীয় শৃঙ্খল রেখার সংযোগে যে কোণ উৎপন্ন হয় তাহার পরিমাণ হইবে।

এই প্রণালীতে প্রধান প্রধান নগরের রাস্তা সকল জরীপ হইয়া থাকে।

১৬। বাদা কিম্বা বন জরীপ করিতে হইলে, তাহাকে ত্রিভুজ দ্বারা বিভক্ত করিয়া জরীপ করা যাইতে পারে না, তাহার

চতুঃসীমা জরীপ করিতে হয়। কিন্তু কেবল চতুঃসীমা জরীপ করিয়া যাইলে শৃঙ্খলের গতি অর্থাৎ কোথায় কোন্‌ভাবে গিয়াছে জানা যায় না; সুতরাং নক্সা অঙ্কিত হইতে পারে না, অতএব কেবল শৃঙ্খল দ্বারা কোণ নিরূপণ করা যায় এরূপ উপায় অবলম্বন করা উচিত।

মনেকর, ক খ গ ঘ একটী জঙ্গল জমি জরীপ করিতে হইবে; ইহার ক, খ, গ, ঘ, চারিটী নিদর্শন স্থান। এইক্ষণে ক নিদর্শন স্থান হইতে খ পর্য্যন্ত জরীপ করিয়া চ পর্য্যন্ত শৃঙ্খল বৃদ্ধি কর; এবং চ স্থানে একটী ধ্বজা পুতিয়া খ গ জরীপ করিয়া যাও, পরে খ গ-র মধ্যে ঝ একটী বিন্দু নির্দ্দেশ করিয়া চ ঝ জরীপ কর, তাহা হইলে খ চ ঝ একটী ত্রিভুজ নির্দ্দিষ্ট হইবে। এই রূপে গ ছ ঠ ত্রিভুজ নির্দ্দিষ্ট হইলে ঘ বিন্দুর অবস্থিতি জানা যাইবে; সুতরাং আর ত্রিভুজ অঙ্কিত করিবার আবশ্যকতা থাকে না। কিন্তু জরীপ ঠিক হইল কি না জানিবার জন্য ঘ ট জ আর একটী ত্রিভুজ অঙ্কিত করিতে হইবে। যদি এরূপ ঘটিয়া উঠে যে, ক খ রেখা চ বিন্দু পর্য্যন্ত বৃদ্ধি করিবার যো নাই, তাহা হইলে ক খ রেখায় ড এক বিন্দু নির্দ্দেশ কর, ও খ গ রেখায় ঝ বিন্দু নির্দ্দেশ কর, পরে ড ঝ জরীপ

করিয়া লও, তাহা হইলে ড থ ব ত্রিভুজ নির্দ্দিষ্ট হইবে এই রূপে যখন যেমন সুবিধা হইবে, তখন তদনুসারে প্রস্তাবিত দুইটী প্রণালীর অন্তত্তর অবলম্বন করিয়া কার্য্য করিতে হইবে।

১৭। কোন প্রশস্ত মাঠ অথবা গ্রাম জরীপ করিতে হইলে, জরীপ আমীন সর্ব্বাগ্রে সেই মাঠ অথবা গ্রামের চতুর্দ্দিকে বেড়াইয়া দেখেন যে কোন্ কোন্ স্থল নিদর্শন স্থান বলিয়া স্থির করিবেন। নিদর্শন স্থানগুলি এরূপ স্থানে করিতে হইবে যে, শৃঙ্খলের উভয় পার্শ্বস্থ দ্রব্যের অবস্থিতি স্থির করিতে যেন ২০০ ফিটের অধিক লম্ব গ্রহণ করিতে না হয়, কারণ লম্বগুলি ১০০ ফিটের অনধিক লওয়াই সহজ এবং সঙ্গত। যদি কখন শৃঙ্খল হইতে ২০০ ফিট অপেক্ষা অধিকতর দূরবর্ত্তী দ্রব্যের অবস্থিতি নিরূপণ করিতে হয়, তাহা হইলে শৃঙ্খলের উপর ত্রিভুজ অঙ্কিত করিলে তৎ-কার্য্য সম্পন্ন হইবে। মনে কর, ক খ শৃঙ্খল হইতে (৩৩৬ পৃষ্ঠার প্রতিকৃতি দেখ) গ দ্রব্যের অবস্থান নিরূপণ করিতে হইবে। ক খ, ক গ ও খ গ এই তিনটীর পরিমাণ কত তাহা স্থির কর; পরে ক খ গ ত্রিভুজ অঙ্কিত করিলে গ বিন্দুর অর্থাৎ গ দ্রব্যের অবস্থিতি নিরূপিত হইবে। দুই পাছি শৃঙ্খলের সাহায্যে ভূমির উপর কি রূপে ত্রিভুজ অঙ্কিত

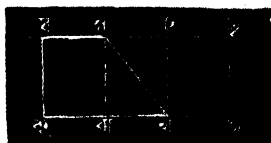
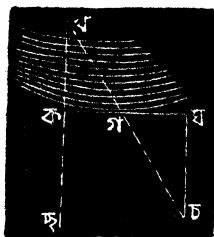
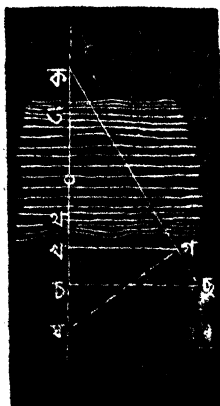
লম্ব গুলির দূরত্ব অধিক হইলে জরীপীফিতা দ্বারা এবং অল্প হইলে ফুটে বিভক্ত ১০ ফুট লম্বা যষ্টি দ্বারা পরিমিত হইয়া থাকে।

করিতে হয় তাহা ১ম ভাগে প্রদর্শিত হইয়াছে। নিদর্শন স্থানগুলি স্থির হইলে সেই সেই স্থানে একটী খুঁটা প্রোথিত করিবে। পরে খুঁটার পশ্চাতে কিম্বা সম্মুখে নিশান প্রোথিত করিয়া পূর্ব্ব মত জরীপ করিবে।

শৃঙ্খলের সম্মুখে নদী ব্যবধান পড়িলে তাহা পরিমাণ করিবার নিয়ম।

১৮। জরীপ করিতে করিতে শৃঙ্খলের সম্মুখে বাটী, নদী, হ্রদ ইত্যাদি ব্যবধান পড়িয়া থাকে, এমনস্থলে শৃঙ্খল কখনই তাহার মধ্য দিয়া চালাইতে পারা যায় না, সুতরাং কতকগুলি উপায় দ্বারা তাহা অতিক্রম করিতে হয়। সেই সকল উপায়ের মধ্যে কয়েকটী নিম্নে প্রদর্শিত হইতেছে।

মনেকর, ক খ শৃঙ্খলের অভিমুখে ব্যবধান পড়িয়াছে, ইহাকে অতিক্রম করিতে হইবে।

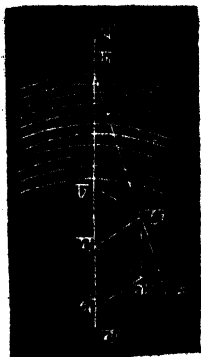
ক খ শৃঙ্খলের উপর ক ও খ বিন্দু হইতে ক ঘ ও খ গ দুইটী সমলম্ব নিষ্কাশন করিয়া, যতক্ষণ না খ থ-র ব্যবধান অতিক্রান্ত হইবে, ততক্ষণ ঘ গ সরল রেখাক্রমে জরীপ করিয়া যাইবে। পরে চ ও ছ বিন্দু হইতে ক ঘ বা খ গ-র সমান করিয়া চ থ ও ছ জ দুইটী লম্ব উত্তোলন করিয়া থ জ সরল রেখাক্রমে জরীপ করিয়া যাও। থ জ, ক খ-র সহিত সমসূত্রে থাকিবে ও ক জ ও ঘ ছ দুইটী রেখা সমান হইবে।

১৯। মনে কর, ক ছ শৃঙ্খলের সম্মুখে নদী ব্যবধান পড়িয়াছে, এই নদীর পরিসর স্থির করিতে হইবে। নদীর অপর পারে যাইয়া খ একটী নিশান প্রোথিত কর। ছ ক শিকলের উপর ক ঘ লম্বপাত কর। ক ঘ-কে গ বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ড করিয়া ইহার উপর একটী নিশান নিহিত কর। পরে ঘ বিন্দুতে ক ঘ-র উপর একটী লম্বপাত কর, এবং খ গ সরল রেখাক্রমে নিশান পুতিয়া যাও, মনে কর খ গ ও ঘ চ, চ বিন্দুতে ছেদিত হইয়াছে। ঘ চ পরিমাণ কর, তাহা হইলেই নদীর পরিসর স্থিরীকৃত হইল; কেননা ঘ চ = ক খ = নদীর পরিসর।

২০। খ ঘ শিকলের সম্মুখে নদী ব্যবধান পড়িয়াছে; নদীর অপর পারে খ ঘ রেখার সমসূত্রের ক একটী নিশান প্রোথিত কর। খ ঘ রেখার উপর খ গ একটী লম্বপাত কর, এবং ইহাকে যত বৃদ্ধি করিলে সুবিধা হয় বৃদ্ধি কর। মনে কর খ গ = ৩০০ হাত। ক গ রেখার উপর গ বিন্দুতে গ ঘ একটী লম্ব উত্তোলন কর. মনে কর, গ ঘ ও ক ঘ, ঘ বিন্দুতে মিলিত হইয়াছে। খ [illegible] পরিমাণ কর (= ৩০০ হাত)। এইক্ষণে ক খ-র পরিমাণ

৫৭শ প্রতিজ্ঞার ১ম অনুমানানুসারে নির্ণয় হইতে পারে, যথা, ক গ ঘ সমকোণিক ত্রিভুজ, সুতরাং ঘ খ × খ ক = খ গ², ∴ খ ক = ৪০০² ÷ ৩০০ = ৫৩৩⅓ হাত।

২১। যদি ঘ খ রেখার সম্মুখে কোন ব্যবধান পড়ে, তাহা হইলে এইরূপে অতিক্রম করিতে হইবে। নদীর তীরে ৪০০ হাত পরিমিত একটী সরল রেখা খ গ পাত কর। সুবিধা মত খ ঘ রেখায় চ একটী বিন্দু নির্দ্দেশ করিয়া খ চ পরিমাণ কর (= ৩০০ হাত); চ বিন্দু দিয়া খ গ-র সমান্তরাল চ ছ অঙ্কিত কর, মনে কর চ ছ ও ক গ রেখা ছ বিন্দুতে মিলিত হইয়াছে, পরে চ ছ পরিমাণ কর (= ৬০০ হাত)।

ক চ ছ ও ক খ গ দুইটী তুল্যকোণিকত্রিভুজ, সুতরাং চ ছ : খ গ : : চ ক : খ ক, কিম্বা ৬০০ : ৪০০ : : ক খ + ৩০০ : ক খ, অতএব ক খ = ৬০০ হাত।

২২। ক গ চ শৃঙ্খল রেখার সম্মুখে নদী পড়িয়াছে। নদীর পরিসর চ ছ, চ ছ-র পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

গ চ এক গাছি শৃঙ্খলের মধ্যস্থান ঘ। ঘ স্থানে একটী নিশান প্রোথিত করিয়া, চ ঘ ও ঘ গ-র উপর চ জ ঘ ও ঘ ঝ গ দুইটী সমবাহুক ত্রিভুজ অঙ্কিত কর, এবং জ ও ঝ স্থানে নিশান প্রোথিত কর। পরে ছ জ ও ঘ ঝ সরল রেখাক্রমে ছ জ ট ও ঘ ট দুইটী রেখা পাত কর। ইহা-

দের সম্পাত বিন্দু ট স্থানে একটী নিশান পোঁত ও ট পরিমাণ কর। এখন জ ঝ ট ও ছ চ জ দুইটী সদৃশ ত্রিভুজ হইয়াছে; সুতরাং ট ঝ : জ ঝ : : চ জ : চ ছ; কিন্তু জ ঝ = চ জ = চ ঘ = ৫০ লিঙ্ক ∴ ঝ ট : চ ঘ : : চ ঘ : চ ছ =

$$\frac{চ ঘ^{২}}{ঝ ট} = \frac{৫০^{২}}{ঝ ট} = \frac{২৫০০}{ঝ ট}$$

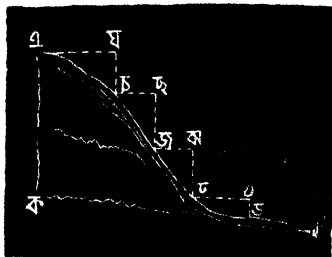
যদি ঝ ট ১৫ লিঙ্ক হয়, তাহা হইলে নদীর পরিসর চ ছ = ১৬৬⅔ লিঙ্ক হইবে।

শৃঙ্খলের সম্মুখে ব্যবধান পড়িলে তাহা অতিক্রম করিবার অন্যান্য উপায় ১ম ভাগে প্রদর্শিত হইয়াছে। ৫১, ৫২ ও ১০২ পৃষ্ঠা দৃষ্টব্য।

ক্রমনিম্নভূমির জরীপ।

২৩। সমতল ভূমি জরীপ করিতে করিতে সম্মুখে উন্নত অথবা ক্রমনিম্ন ভূমি পড়িলে, পূর্ব্বোক্ত প্রণালী অনুসারে জরীপ করিলে প্রকৃত পরিমাণ অপেক্ষা বেশী হইবে; সুতরাং তদনুসারে নক্সা প্রস্তুত করিলে সমুদায় ভুল হইয়া যাইবে। মনে কর ক এ খ একটী ক্রমনিম্ন ভূমি, এবং এ খ, ক খ অপেক্ষা বৃহৎ; সুতরাং নক্সা প্রস্তুত করিবার সময় এ খ-র পরিমাণ জানিলে চলিবেক না, ক খ-র পরিমাণ ধার্য্য করিতে হইবে। ইহা যে প্রণালী অবলম্বন করিয়া ধার্য্য হইয়া থাকে, তাহা নিম্নে প্রদর্শিত হইতেছে।

এ চিহ্নিত স্থানে শৃঙ্খল যত দূর সোজা করিয়া পারা যায় টানিয়া ধরিতে হইবে। বোধ কর ঘ পর্য্যন্ত শৃঙ্খল

সোজা ধরা হইয়াছে; পরে ঘ স্থানে একটী ওলনদড়ী ঝুলাইয়া দিয়া উহা যে স্থানে ভূমিতে সংলগ্ন হইবে, তথা (চ) হইতে শৃঙ্খল ধরিয়া পুনর্ব্বার পূর্ব্বোক্ত প্রকারে কার্য্য করিতে হইবে। যে পর্য্যন্ত খ বিন্দুতে

আসিয়া উপস্থিত না হইবে, ততক্ষণ পূর্ব্বোক্ত প্রণালী অবলম্বন করিয়া কার্য্য করিবে। অনন্তর সমুদায় শৃঙ্খলের মাপগুলি সমষ্টি করিলে ক খ-র পরিমাণ প্রাপ্ত হওয়া যাইবে, অর্থাৎ এ ঘ + চ ছ + জ ঝ + ট ঠ + ড খ = ক খ। আর সমুদায় ওলনদড়ীর পরিমাণ সমষ্টি করিলে ক এ-র পরিমাণ লব্ধ হইবে, অর্থাৎ ঘ চ + ছ জ + ঝ ট + ঠ ড = ক এ।

২৪। জরীপ করিয়া পূর্ব্বে এতদ্দেশে চিঠা লিখার যেরূপ রীতি ছিল তাহা নিম্নে প্রদর্শিত হইতেছে।

জরীপীচিঠা মৌজে বলরামপুর, পরগণে গিরিগড়

জমীদার শ্রীপ্রসন্ননারায়ণ দেব।

কাঠাকুড়া ৮০ হাতের মাপ।

শ্রীরামদুলাল চক্রবর্ত্তী জরীপ আমীন।

শ্রীকাশীনাথ দাস মুহুরী।

সন ১২৭৯ সাল তারিখ ১০ই হইতে ১৫ই অগ্রহায়ণ।

দিনায়জমজমী।

বিতারিখ ১০ই অগ্রহায়ণ।

রোজ রবিবার।

অগ্রে আরম্ভ গ্রামের বায়ুকোণে গোপালপুরের সীমানায় কালীনাথ মুন্সির তালুকদারের জমাই জমীর দক্ষিণ পূর্ব্বে।

আসামী দাগ	উদং	পূঃপঃ	সারা	জিনিস
নং ১। প্রজা গণেশকলে	১৸০	১॥২	২৸১	ধানি আউওল।
নং ২। তদ। প্রজা ঐ	১/১	॥০	॥১	ধানি দোএম।

নং ৩। তপূ। প্রজা হলধরমণ্ডল ১।৩ ১॥৪ ২।৩ { চাষি বাস্তু ॥০, উদ্বাস্তু ॥০, পালান ১।৩ }

কৈঃ। ব্যবসা।	তাইন লাঙ্গল	বলদ	গাভী	স্ত্রী	পুরুষ	নায়েক
চাষ	১	২	১	৪	৪	৩

নানায়েক	খানা
০	১

নং ৪। তপ। জোত হলধর মণ্ডল ২/১ ২/৪ ৪॥ ধানি আউওল

কৈঃ। ইহার ৺দ আইলে ও দাগ মধ্য দুইটী আম্র গাছ আছে।

নং ৫। তপূ। জোত বলরাম পাল ১।২ ২।১ ৩/২ ধানিদোএম

কৈঃ। দাগমধ্যে একটা কুলের গাছ আছে।

নং ৬। তপ। জোত ঐ ১/০ গড় ১/৪। ২।৩॥ { সারি আউওল ১।৩॥, বাগাৎ ১/০ }

কৈঃ। ইহার ত৺প ডহর পার কাবিলপুরের জমি।

তদপূ সন্ন্যাসীর ডোবা।

জকসীলহকিকৎ

ব্যবসা	বলদ	গাভী	মনুষ্য	স্ত্রী	নায়েক	নানায়েক	খানা
হাল চালায়	৪	৪	৫	৩	৪	১	১

নং ৭। তপূউ। জোত রামকিশোর সূত্রধর ৮২ ১৮৩ ১॥২ বাজে চান্দনিয়া বাস্তু।

তফসীল হকিকৎ

ব্যবসা	তাইনপুরুষ	স্ত্রী	লায়েক	নালায়েক	খানা
স্বজাতীয়	৩	১	১	২	১

নং ৮। তদ। জোত রামকৃষ্ণ কুম্ভকার ১/০২/০২/০ { বাজে চান্দনিয়া বাস্তু ১৮০ পালান।০ }

ইহার ত দ কাবিলপুরের জমির মধ্যে সন্ন্যাসীর ডোবা।

ব্যবসা	তাইন পুরুষ	স্ত্রী	লায়েক	নালায়েক	খানা
স্বজাতীয়	৩	২	২	১	১

অদ্য হরিশ্চন্দ্র মিত্র গোমস্তা ও রামকৃষ্ণ মণ্ডল প্রভৃতির মোকাবিলায় জরীপ হইল। ইতি।

এইরূপ দিন দিন জরীপ করিয়া চিঠা প্রস্তুত হইয়া থাকে।

একওয়াল জমি।

আসামী	জমিজদি	জেরজমি	১৮।২॥
নং ১	২৮১		কৈফিয়ৎ
২	॥১	হাজীরা	১৮।২॥
৩	২।৩	পলাতকা	
৪	৪।০	চাকরাণ	
৫	৩/২	লাখেরাজ	
৬	২।৩॥	দেবোত্তর	
৭	১॥২	ব্রহ্মোত্তর	
৮	২/০	পীরপাল	
	১৮।২॥	গরপত্তনি	

নিরিখনামা।

আসামী	জমিজমি	নিরিখ জমিদারী প্রতিবিঘা	নিরিখ রাইয়তি প্রতিবিঘা	বৃক্ষ ও মনুষ্যবিতং	
ধানি আউওল	৭।১	২॥	৩।	স্ত্রী	৮
ধানিদোএম	৩॥৩	১	॥	পুরুষ	১২
সারি আউওল	১।৩॥	১	১॥	গাভী	৫
চাষি বাস্তু	॥০	২॥	৩	লায়েক	৮
উদ্বাস্তু	॥০	২	২॥	নালায়েক	৩
পালান	১॥৩	১।	১॥৵	খানা	৩
মাজেচান্দনিয়াবাস্তু	৩।২	৪	৫।	লাঙ্গল	১
বাগাৎ	১/০	৫	৭॥	বলদ	৬
	১৮।২॥				

থাকবস্ত সংক্রান্ত জরীপের নিয়ম।

থাকবস্ত জরীপ তিন প্রকার, যথা সীমাবন্দী জরীপ, মহালওয়ারী জরীপ, ক্ষেত্রবণ্টক জরীপ।

কোন মৌজার চতুঃসীমা জরীপকে সীমাবন্দী জরীপ কহে। মৌজার অন্তর্গত অসংলগ্ন টুকরা জমির জরীপকে মহালওয়ারী জরীপ কহে। মৌজার অন্তর্গত পরস্পর সংলগ্ন টুকরা জমির জরীপকে ক্ষেত্রবণ্টক জরীপ কহে।

কোন মৌজা বা ক্ষেত্র যে পর্য্যন্ত বিস্তৃত থাকে, সেই বিস্তৃতির শেষকে ঐ মৌজা বা ক্ষেত্রের সীমা কহে; এবং সেই শেষ রেখা সরল হইলে তাহাকে লাইন বা সরল সীমা বলে।

মৌজার এক সরল সীমা হইতে অপর সরল সীমা আরম্ভস্থলে, যে যে কোণ উপস্থিত হয়; সেই সেই কোণে

মাটির স্তম্ভ অর্থাৎ থাক প্রস্তুত করিয়া মৌজার চতুঃপার্শ্ব বেষ্টনপূর্ব্বক, তাহাকে সন্নিহিত অপর মৌজা হইতে পৃথক্ করিতে হয়, এই পৃথক্ করার নাম সীমাবন্দী করা।

দুই সীমানার থাককে ধুঁই, তিন সীমানার থাককে মিনার ও চারি সীমানার থাককে তোথা বলে। ধুঁই দুই হাত, মিনার তিন হাত ও তোথা চারি হাত উচ্চ হইয়া থাকে।

খণ্ড জমি সীমাবন্দী করিতে হইলে স্তম্ভ প্রস্তুত না করিয়া, এক একটী বাঁশ পুতিয়া, এক এক থাক কল্পনা করিয়া লইতে হয়, ও প্রত্যেক থাকের সঙ্গে তাহার পশ্চাতের থাকের যে বিয়ারিং ও ব্যবধান তাহা লিখিতে হয়।

কোন গ্রাম চকবন্দী জরীপ করিতে হইলে, গ্রামের বায়ু কোণে তেসীমানায় জরীপ আরম্ভ করিবে। যদি বায়ুকোণে তিন গ্রামের সীমা সংযোগ না থাকে, তবে কিঞ্চিৎ দক্ষিণ বা পূর্ব্বে যাইয়া, যেখানে গ্রামত্রয়ের সীমা পাওয়া যায়, সেই স্থানে আরম্ভ করা উচিত। মৌজার দিকে বাম হাত রাখিয়া তাহার চতুর্দ্দিক জরীপ করিতে হয়। নিদর্শন স্থান গুলিতে ক, খ নাম না দিয়া ১, ২, ৩ প্রভৃতি নম্বর দিতে হয়।

কোন মৌজা দুই কিম্বা ততোধিক মহালভুক্ত হইলে, প্রথমতঃ মৌজার সীমাবন্দী করিবে। তৎপরে যে মহালের জমি অধিক, তাহা ছাড়িয়া বক্রী খণ্ড খণ্ড মহালের জমি পৃথক্ পৃথক্ সীমাবন্দী করিয়া একাদিক্রমে সংখ্যাপাত করিবে। এই সকল খণ্ড জমিকে চক্ কিম্বা হক্কা অথব টুকরা জমি কহে।

এক মৌজার মধ্যস্থলে যদি অপর কোন মৌজার টুকরা

জমি থাকে এবং ঐ টুকরা হইতে প্রথমোক্ত মৌজার সীমা অত্যন্ত দূর হয়, তাহা হইলে সীমাবন্দীর কোন থাক হইতে ঐ জমি একবারে দেখিতে পাওয়া যায় না। অতএব সীমা-বন্দীর কোন থাক হইতে ক্রমে দশ দশ বিঘা বা তাহার ন্যূন অন্তরে এক এক থাক কল্পনা করিয়া, দৃষ্টি করিতে করিতে ঐ জমির এক কোণ দৃষ্টি করিবে। তাহাতে ঐ জমির স্থান নিরূপিত হইবে। এই প্রক্রিয়াতে যদি থাক টেড়া বেঁকা হইয়া পড়ে তাহাতে ক্ষতি নাই; কেননা ঐ সকল থাকের বিয়ারিং ও ব্যবধান লওয়া যাইবে ও তদ্দৃষ্টে নক্সা উঠিবে। অনন্তর, ঐ টুকরা জমির উপর উক্ত কোণ হইতে দৃষ্টি করিতে করিতে অগ্রসর হইয়া, তাহার অপর কোণ বা থাক লক্ষ্য করিয়া বিয়ারিং এবং ব্যবধান লইবে; এবং বারম্বার এই প্রক্রিয়াদ্বারা টুকরা জমির সীমা স্থির করিবে। যদি টুকরা জমির পূর্ব্বোক্ত কোণের অপর দিক্ হইতে বড় মৌজার আর এক থাক লক্ষ্য করিয়া, অগ্রসর হইতে হইতে বিয়ারিং ও ব্যবধান গ্রহণ পূর্ব্বক উক্ত থাকে উত্তীর্ণ হইয়া তাহাকে টুকরা জমীর সহিত যোগ করা যায়, তাহা হইলে তাহাকে যোগবিয়ারিং কহে।

টুকরা জমির চতুঃসীমা জরীপের সঙ্গে মৌজার চতুঃসীমা জরীপের যোগ করিবার নিমিত্ত, টুকরা জমির যে পার্শ্ব মৌজার নিকটবর্ত্তী, তথায় এক নিশান স্থাপিত করিয়া মৌজার সীমানার এক পার্শ্ব হইতে নিশানের বিয়ারিং লইয়া উভয়ের অন্তর্গত দূরত্ব পরিমাণ মাপিতে হয়। টুকরা জমিটী যদি আর একটী বড় টুকরার মধ্যে থাকে, তাহা হইলে তাহার

চতুঃসীমা জরীপকে এই বড় টুকরার চতুঃসীমা জরীপের সঙ্গে যোগ করিতে হয়।

মৌজার সীমাবন্দীর চিঠা প্রথম লিখিয়া, টুকরা জমির চিঠা পৃথক লিখিতে হয়, কেননা মৌজার সীমাবন্দীতে চিঠার চারিটী ঘর থাকে, কিন্তু টুকরা জমির চিঠাতে পাঁচটী ঘর। প্রথম ঘরে টুকরার সংখ্যা, দ্বিতীয় ঘরে টুকরার থাকের সংখ্যা, তৃতীয় ঘরে বিয়ারিং সংখ্যা, চতুর্থ ঘরে ব্যবধান সংখ্যা এবং পঞ্চম ঘরে মন্তব্য কথা, অর্থাৎ সীমা-বন্দী যে থাক হইতে আরম্ভ ও যে থাকে সমাপ্ত হয়, এবং সেই টুকরা যে মহাল ভুক্ত তাহার বিবরণ লিখা যায়। টুকরা জমির সীমাবন্দীতে প্রত্যেক থাকের সঙ্গে, তাহার পশ্চাতের বিয়ারিং ও ব্যবধান লিখিবার রীতি আছে, সুতরাং নক্সাতে সেই টুকরার স্থান নির্ণয় করিবার জন্ত যে থাক হইতে প্রথম দৃষ্টি করা যায়, কিম্বা যোগ বিয়ারিং লওয়া যায়, তাহার বিয়ারিং ও ব্যবধান লেখার আবশ্যক হয় না, কেবল সেই থাকের সংখ্যা লিখিয়া পূর্ব্বোক্ত দুই ঘরে শূন্য দিতে হয়।

মৌজাভুক্ত প্রত্যেক মহালের নম্বর (সংখ্যা) ও মালিক দখ-লিকার এবং প্রত্যেক মহালের টুকরা নির্ণয় করা ইত্যাদি বিবরণ ১২টী ঘরবিশিষ্ট একটী ফর্দ্দে নক্সার নীচে লিখা যায়, তাহাকে ওয়াজবল আরজ কহে। তাহার প্রথম ঘরে থাকবস্তের নম্বর; দ্বিতীয় ঘরে পরগণার নাম; তৃতীয়ে মৌ-জার নাম; চতুর্থে মৌজায় লিখিত মহালের নম্বর; পঞ্চমে তৌজির লিখিত মালিক ও হাল দখলিকারের নাম; ষষ্ঠে

প্রত্যেক মহালের চকের সংখ্যা; সপ্তমে রঙ্গের চিহ্ন; অষ্টমে ভিন্ন গ্রামের ছিটা জমি যাহা নিজ গ্রামের গর্ভে আছে তাহার বিবরণ; নবমে নিজ গ্রামের ছিটা জমি যাহা ভিন্ন গ্রামের গর্ভে আছে তাহার বিবরণ; দশমে চতুঃসীমা অর্থাৎ পার্শ্ববর্ত্তী মৌজা সকল যে থাক হইতে আরম্ভ হইয়া যে থাকে সমাপ্ত হয় তাহার বিবরণ; একাদশে মণ্ডল কর্ম্মচারীর নাম; দ্বাদশে মন্তব্য কথা অর্থাৎ যে সকলে আপত্তি থাকে, এবং আপত্তি উপস্থিত হইয়া যে মীমাংসা হয়, তাহার বিবরণ লিখা হয়।

অষ্টম ঘরটী আবার চারিটী ক্ষুদ্র ঘরে বিভক্ত হয়। তাহার প্রথমে ভিন্ন গ্রামের থাকবস্তার লিখিত নাম, দ্বিতীয়ে ভিন্ন মহালের নাম, তৃতীয়ে চকের তাইন, চতুর্থে রঙ্গের বিবরণ।

নবম ঘরটী তিনটী ক্ষুদ্র ঘরে বিভাজিত হয়। প্রথম ঘরে নিজ মহালের নাম ও সংখ্যা, দ্বিতীয়ে চকের তাইন, তৃতীয়ে যে গ্রামের গর্ভে আছে, তাহার নাম।

ক্ষেত্রবণ্টক বা ক্ষেত্রবট জরীপকে হাতাবন্দী খসড়া জরীপ কহে, এবং প্রত্যেক মহালের জমি একবারে যতটুকু মাপ করা যায়, তাহাকে হাতা কহে।

হাতাবন্দী খসড়া জরীপে, প্রথমতঃ রীতিমত মৌজার সীমাবন্দী করিবে, তাহার পর সীমাসংলগ্ন প্রত্যেক হাতার বিয়ারিং ও ব্যবধান লইয়া সীমাবন্দী করিয়া যাইবে। অনন্তর মধ্যবর্ত্তী অর্থাৎ অবশিষ্ট প্রত্যেক হাতর দৈর্ঘ্য ও পরিসর কেবল শৃঙ্খল দ্বারা পরিমাণ করিয়া জরীপ করিবে।

তাহাতে " ডপ" 'ডদ' ইত্যাদি শব্দদ্বারা প্রত্যেক হাতা হইতে অন্য হাতার দিক্ নির্ণীত থাকিবে।

মৌজার বায়ু কোণ হইতে আরম্ভ করিয়া ক্রমে হাতাবন্দী করিয়া যাইবে, এবং প্রত্যেক হাতার দুই পার্শ্বের বিয়ারিং ও ব্যবধান পূর্ব্বেই নির্ণীত হইয়াছে, বলিয়া, কেবল অন্য দুই পার্শ্বের বিয়ারিং ও ব্যবধান নির্ণয় করিয়া, হাতাবন্দীর চিঠাতে ঐ দুই পার্শ্বের বিয়ারিং ও চতুষ্পার্শ্বের দৈর্ঘ্যপরিমাণ লিখিবে।

হাতাবন্দী জরীপের চিঠা স্বতন্ত্র; তন্মধ্যে বিয়ারিং দ্বারা যে জরীপ হয়, তাহার চিঠায় ১৬টী ঘর থাকে, এবং শুদ্ধ শৃঙ্খল দ্বারা যে জরীপ হয়, তাহার চিঠায় ১২টী ঘর মাত্র থাকে। যথা,—

১ম নিদর্শন স্থানের (ষ্টেসনের) সংখ্যা (নম্বর), ২য় দাগের সংখ্যা, ৩য় দিকের নির্ণয়, ৪র্থ জিলা ও পরগণার নাম, ৫ম মহালের নাম ও সংখ্যা এবং মালিক ও হাল দখিলাকারের নাম, ৬ষ্ঠ কৃষকের নাম, ৭ম দৈর্ঘ্যবিয়ারিং, ৮ম দৈর্ঘ্যের মাপ, ৯ম প্রস্থবিয়ারিং, ১০ম প্রস্থের মাপ, ১১শ ষ্টেসন বিয়ারিং, ১২শ ব্যবধান (ডিষ্টান্স), ১৩শ ক্ষেত্রফল, ১৪শ জমির বিবরণ, ১৫শ শস্যাদির নির্ণয়, ১৬শ মন্তব্য কথা।

১ম দাগের সংখ্যা (নম্বর), ২য় তৌজির * সংখ্যা, ৩য়

* কালেক্টরীতে তৌজি নামে খাতাতে জমির যে নম্বর লিখা থাকে, তাহাকে তৌজি নম্বর কহে এবং যে ব্যক্তি খাজনা দেয় তাহাকে মালিক কহে। জমি মালিকের অধিকারে না থাকিয়া অন্য ব্যক্তির অধিকারে থাকিলে হাল দখলিকার কহে।

মহালের নাম, ৪র্থ মালিক ও হাল দখলিকারের নাম, ৫ম কৃষকের নাম, ৬ষ্ঠ দিকের নির্ণয়, ৭ম দৈর্ঘ্য, ৮ম প্রস্থ, ৯ম কালি, ১০ম জমির বিবরণ, ১১শ শস্যাদির বিবরণ, ১২শ মন্তব্য কথা।

ক্রোড়পত্রে ক খ পৃষ্ঠায় চতুঃসীমার মাপ ও চতুঃসীমা সংলগ্ন টুকরা জমিগুলির মাপ লিখিবার প্রণালী প্রদর্শিত হইয়াছে। গ পৃষ্ঠায় সীমাসংলগ্ন ব্যতীত অন্যান্য টুকরার মাপ লিখিবার প্রণালী প্রদর্শিত হইয়াছে।

থাকবস্তার রীত্যনুসারে মৌজা কিম্বা ক্ষেত্রের বায়ু কোণ হইতে প্রথম নিদর্শন স্থান আরম্ভ করিতে হয়; এবং মৌজা বামে রাখিয়া প্রত্যেক সরল সীমা কিম্বা লাইন হইতে, অন্য সরল সীমা আরম্ভ স্থলে যে কোণোৎপত্তি হইবে, তথায় অঙ্গারের এক একটী স্তূপ করা হয়; এবং এই রূপে ক্রমে ক্রমে এক এক নিদর্শন স্থান অর্থাৎ স্তম্ভ প্রস্তুত হইয়া থাকে। প্রথম নিদর্শন স্থান প্রস্তুত হইলেই তাহার উপর দিগ্‌দর্শন যন্ত্র স্থাপন করিবে, এবং দ্বিতীয় নিদর্শন স্থান যে স্থলে নির্ম্মিত হইবে, সেই স্থলে নিশান খাড়া করিয়া, কত বিয়ারিং লক্ষ্য করিবে। অনন্তর, প্রথম নিদর্শন স্থান হইতে দ্বিতীয় নিদর্শন স্থান যত বিঘা ব্যবধান তাহা শৃঙ্খল দ্বারা পরিমাণ করিবে, এবং এই বিয়ারিং এবং ব্যবধানপরিমাণ ও প্রথম নিদর্শন স্থানের সংখ্যা চিঠাতে লিখিতে হইবে। তৎপরে ঐ নিশানের স্থানে দ্বিতীয় নিদর্শন স্থান প্রস্তুত করিবে, এবং তাহার উপর দিগ্‌দর্শন যন্ত্র বসাইয়া পূর্ব্ব লিখিত বিয়ারিং দৃষ্টে ঐ নিদর্শনস্থান প্রস্তুত হইয়াছে

কি না, অর্থাৎ পূর্ব্ব নিদর্শন স্থানের লক্ষিত বিয়ারিং শুদ্ধ রূপে লওয়া গিয়াছে কি না, তাহা পরীক্ষা করিয়া, তথা হইতে তৃতীয় নিদর্শনস্থান লক্ষ্য করিবে; এবং তাহার বিয়ারিং ও ব্যবধান ও দ্বিতীয় নিদর্শন স্থানের সংখ্যা চিঠাতে লিখিবে। এইরূপে প্রত্যেক নিদর্শন স্থান হইতে অন্য নিদর্শন স্থান লক্ষ্য ও তাহার ব্যবধান পরিমাণ করিয়া মৌজা বেষ্টনপূর্ব্বক শেষ নিদর্শন স্থান হইতে প্রথম নিদর্শন স্থান লক্ষ্য করিয়া জরীপ সমাপ্ত করিবে।

সীমার বাহিরে অনতিদূরে বাটী, বৃক্ষ, নদী, রাস্তা, মন্দির প্রভৃতি যে কোন স্থায়ী চিহ্ন থাকে, তাহা লম্বদ্বারা অথবা কোন স্তম্ভ হইতে লক্ষ্য করিয়া, তাহার বিয়ারিং ও দূরত্ব যত হয়, তাহা চিঠার মন্তব্যের ঘরে লিখিবে, এবং নক্সা অঙ্কিত করিবার সময় ঐ চিহ্ন সকলের প্রতিকৃতি উহার যথাস্থানে চিত্রিত করিতে হইবে। ভবিষ্যতে সীমা লইয়া বিবাদ উপস্থিত হইলে, তদ্দ্বারা বিশেষ উপকার হইতে পারে।

কোন মহালের ভূমি পৃথক্ পৃথক্ চকবন্দী রূপে সরিকী বণ্টন হইয়াছে। ঐ ভূমি কোন্ সরিকের কত, তাহা জানিতে হইলে, মোট গ্রাম থাক করণানন্তর বহিঃসীমার কোন দাগে দিগ্দর্শন যন্ত্র বসাইয়া, তথা হইতে মহালের যে যে স্থানে ঐরূপ জমি আছে, তাহা পৃথক্ পৃথক্ থাক করিলেই যাহার যত জমি তাহা নির্ণয় হইতে পারে।

যে মানদণ্ড দ্বারা জরীপ করিতে হয়, তাহার পরিমাণ চিঠার শিরোভাগে লিখিতে হইবে।

চিঠার শীর্ষদেশে ও ওয়াজবল আরজের সমস্ত কাগজে মৌজার নাম স্পষ্ট করিয়া বড় অক্ষরে লিখিতে হইবে। ইহার বাম ভাগে ছোট অক্ষরে জেলার ও দক্ষিণ ভাগে পরগণার নাম ও উপরে থাকবস্তার নম্বর এবং নীচে থানা ও মুন্সেফের মোতালক লিখিবে; এবং যে সন ও মাসের যত তারিখে জরীপ সমাপন হয় তাহা লিখিতে হইবে। এতদ্ভিন্ন যে সকল ব্যক্তির সম্মুখে জরীপ হইয়া থাকে, তাহাদেরও নাম লিখিতে হয়।

ফর্দ্দের (ষ্টেট্‌মেণ্টের) খানেস্মুমারির ঘরে হিন্দু মুসলমান লোকসংখ্যা ও পতিত জমীর সংখ্যা যথার্থরূপে হিসাব করিয়া লিখিতে হইবে। প্রতি প্রজার ঘরের সংখ্যাও লিখিবে, এবং বাটীকে এক ঘর বলিয়া ধরিবে।

এক মহালের চকের মধ্যে অন্য মহালের ছোট কোন জমি থাকিলে প্রথমতঃ সমুদায় মাপিয়া শেষে মধ্যবর্ত্তী টুক্‌রা মাপিবে।

প্রথম থাকবস্তের আরম্ভে মৌজার বায়ুকোণ জরীপ আরম্ভ করার রীতি আছে, যদি ঐ বায়ু কোণ তেসীমানা হয়, তবে চিঠার মন্তব্য ঘরে একটী পদ্ম চিহ্ন দিবে অথবা এই লিখিবে "অমুক মৌজার শেষ সীমায় অমুক মৌজা প্রাপ্ত"; কিন্তু যদি প্রথম নম্বরে তেসীমানা না হয়, তবে "অমুক মৌজা ও পরগণা প্রাপ্ত"।

মৌজা জরীপে প্রবৃত্ত হওয়ার ৪।৫ দিবস পূর্ব্বে ঐ

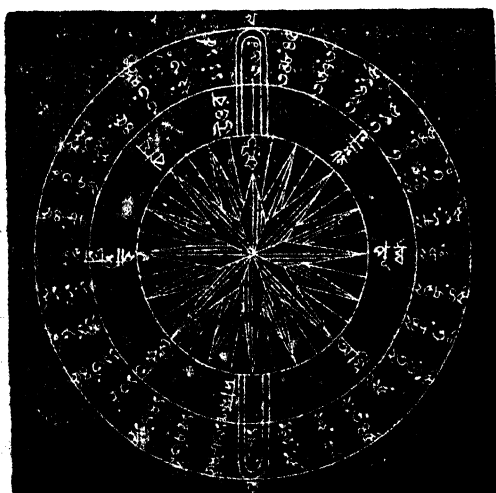
মৌজার প্রকাশ্যস্থলে এই বিবরণে এক খণ্ড বিজ্ঞাপন ঝুলাইয়া দিতে হইবেক যে, নিজ মৌজা ও মৌজার সীমার বহিঃস্থ জমীর অধিকারীগণ জরীপ কালে উপস্থিত থাকিয়া আপন আপন অধিকারভুক্ত ভূমির যথার্থ রূপে সীমা দেখাইয়া দেয় ও কোন আপত্তি থাকিলে তাহাও উপস্থিত করে, নচেৎ জরীপ সমাপনে এক সপ্তাহের মধ্যে আবেদন না করিলে পশ্চাৎ তাহার কোন আপত্তি গ্রাহ্য হইবেক না।

ইতি পূর্ব্বে শুদ্ধ শৃঙ্খল দ্বারা জরীপ করিবার নিয়ম প্রদর্শিত হইয়াছে, এইক্ষণে দিগ্‌দর্শন যন্ত্রদ্বারা উক্ত কার্য্য যেরূপে সম্পন্ন হইয়া থাকে তাহা উল্লিখিত হইতেছে।

সীমাবন্দী করিবার সময় থাকের নিদর্শন স্বরূপ যে কয়লার স্তূপ অথবা যষ্টি স্থাপিত হয়, তাহার উপর দিগ্‌দর্শন যন্ত্র সমানভাবে স্থাপন করিতে হয়। দিগ্‌দর্শন যন্ত্রদ্বারা এক থাক হইতে অন্য থাক যত অংশ তাহা নিরূপিত হয়। শৃঙ্খল বা টেপদ্বারা থাকের ব্যবধান পরিমিত হইয়া থাকে। মানদণ্ড ও পরিমাপক দ্বারা নক্সা প্রস্তুত হইয়া থাকে।

দিগ্‌দর্শন যন্ত্র দুই প্রকার, সামান্য ও মৌকুরিক। সামান্য দিগ্‌দর্শন যন্ত্র এক খানি গোলাকার চাঁদা (পরকল অর্থাৎ অংশপট্ট) তাহার পরিধিতে ৩৬০ অংশ বা ডিগ্রি চিহ্নিত থাকে ও ঠিক মধ্যস্থলে একটী সূচী সংলগ্ন থাকে, এবং সূচীর অগ্রভাগে একটী চুম্বক শলাকা স্থাপিত হয়, সেটী

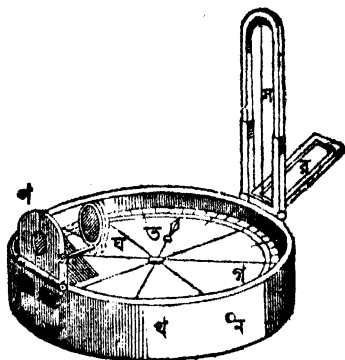
নিয়তই উত্তরাভিমুখে থাকে। চাঁদা খানি কাচের ঢাকনি-বিশিষ্ট একটী গোলাকার কৌটার মধ্যে নিহিত থাকে।

কৌটাটী গোল, ৪।৫ ইঞ্চ ব্যাসবিশিষ্ট এবং আধ ইঞ্চ বা কিঞ্চিদধিক গভীর। কৌটার বিপরীত ধারে দুই খানি চারি অঙ্গুল দীর্ঘ ফাঁপা বীক্ষণ চুঙ্গী (সাইট) লম্বভাবে প্রোথিত থাকে। ছিদ্রের ভিতর দিয়া নিম্নের সামগ্রী দেখিতে পাওয়া যায়। একটার বীক্ষণ চুঙ্গীর ছিদ্র অধিক চৌড়া, সেই ছিদ্রের মধ্য দিয়া এক গাছি তার সংলগ্ন থাকে। কৌটার গর্ভে একখানি চাঁদা আঠা দিয়া সংলগ্ন থাকে। যে বীক্ষণ চুঙ্গীর মধ্য দিয়া সরু তার আছে, চাঁদার উত্তর ভাগটী ঠিক তাহার নিম্নে থাকে। এই যন্ত্রটী একটী আধার পেঁচ দ্বারা কাষ্ঠের এক ত্রিপদির উপর স্থাপিত থাকে। যখন যন্ত্রটী ব্যবহৃত হয়, তখন পেঁচটী আঁটিয়া দিলে উহা ত্রিপদির মস্তকের উপরে থাকিয়া চতুর্দ্দিকে ঘুরে, অথচ উহার পড়িয়া যাইবার সম্ভাবনা থাকে না

সারকমফরেন্ট অর্থাৎ গোলাকার বস্তুর পরিধি ৩৬০ ভাগে বিভাজিত বলিয়া কল্পনা করা যায়, এবং প্রত্যেক ভাগ অংশ বলিয়া অভিহিত হয়। অংশ সহজে গণনা করিবার জন্য উত্তর দিক্ হইতে আরম্ভ করিয়া একাদিক্রমে সংখ্যাপাত দ্বারা পরিধি বেষ্টনপূর্ব্বক পুনশ্চ উত্তর-দিকে ৩৬০ সংখ্যাতে সমাপ্ত হইয়াছে। সেই অংশ চিহ্নিত গোলাকার একখণ্ড চিত্রপট, দিগ্‌দর্শন যন্ত্রের শলাকার নীচে থাকে তাহাকেই পরকল বা চাঁদা অথবা অংশপট্ট কহে। তদ্দ্বারা দিকের বিয়ারিং নির্ণীত হয়। এতদ্ব্যতীত আরও এক খণ্ড চিত্রপট পরকল সংজ্ঞা প্রাপ্ত হয়, তাহাকে নক্সার পরকল কহে। তদ্দ্বারা নির্ণীত বিয়ারিঙ্গের নক্সা প্রস্তুত হইয়া থাকে।

দিগ্‌দর্শন যন্ত্রের পরিধির অষ্টম ভাগ অর্থাৎ ৪৫° অংশ ব্যবধানে এক এক দিক্ কল্পনা করা যায়। যথা, উত্তর হইতে ৪৫° অংশ ব্যবধানে ঈশান কোণ, তাহা হইতে ৪৫° ব্যবধানে পূর্ব্ব দিক। এই রূপ পর্য্যায়ক্রমে প্রত্যেক দিক্ ৪৫° ব্যবধান থাকাতে, ঈশান কোণে ৪৫°, পূর্ব্বদিকে ৯০°, অগ্নিকোণে ১৩৫°, দক্ষিণে ১৮০°, নৈঋর্ত কোণে ২২৫°, পশ্চিমদিকে ২৭০°, বায়ুকোণে ৩১৫° এবং উত্তরে ৩৬০° সমাপ্ত হইয়াছে।

দিগ্‌দর্শন যন্ত্রের পরকল ও নক্সা করিবার পরকল এই উভয় পরকলই তুল্য, কেবল অংশ সংখ্যা বিপরীত ভাবে অঙ্কিত হয়, অর্থাৎ দিগ্‌দর্শন যন্ত্রের পরকলে বামাবর্ত্তে এবং নক্সা করিবার পরকলে দক্ষিণাবর্ত্তে অংশসংখ্যা অঙ্কিত হয়।

মৌকুরিক দিগ্‌দর্শন যন্ত্র

ভূমি জরিপ করিবার পক্ষে সামান্য দিগ্‌দর্শন যন্ত্র অপেক্ষা মৌকুরিক দিগ্‌দর্শন যন্ত্র অধিক কার্য্যোপযোগী ও বিশুদ্ধ। এই প্রকার যন্ত্রে সূচীটী অংশপট্টের সহিত সংলগ্ন থাকে, এবং অংশপট্ট সূচীর সহিত ঘূর্ণিত হয়। সামান্য দিগ্‌দর্শন যন্ত্রের সহিত এই দিগ্‌দর্শন যন্ত্রের সকল অংশেই ঐক্য আছে, কেবল যে নিবন্ধন ইহার নাম মৌকুরিক দিগ্‌দর্শন যন্ত্র হইয়াছে এস্থলে তাহার বর্ণনা করা যাইতেছে।

এই যন্ত্রে একটী বীক্ষণ চুঙ্গী থাকে। ঐ বীক্ষণ চুঙ্গীর মধ্যে একটী তার আছে। এই বীক্ষণ চুঙ্গীর বিপরীত দিকে ধাতুনির্ম্মিত আধার মধ্যে মুকুর খানি সংস্থাপিত থাকে। এই মুকুর সাহায্যে জরীপ আমীন, লক্ষ্য বস্তু এবং লক্ষ্য-বস্তু ও দিগ্‌দর্শন যন্ত্রের সূচীর সহিত রেখা কল্পনা করিলে যে কোণ হয়, তাহা যুগপৎ দর্শন করিতে পারেন। সামান্য দিগদর্শন যন্ত্র দ্বারা কোন বস্তু লক্ষ্য করিতে হইলে, জরীপ আমীনকে চুঙ্গীস্থিত তারকে এরূপে স্থাপন করিতে

হয় যে, সেই তারের সমসূত্রে রেখা কল্পনা করিলে, ঐ রেখা লক্ষ্য বস্তুর ঠিক মধ্যস্থল ভেদ করিয়া যায়, এবং ঐ রেখা ও চুম্বক সূচীর সংযোগে যে কোণ হয় তাহার পরিমাণ দেখিয়া নিরূপণ করেন।

মৌকুরিক দিগ্‌দর্শন যন্ত্রের গুণ এই যে, চুঙ্গীর মধ্যস্থিত তার লক্ষ্য বস্তুর সমসূত্রে স্থাপন করিলে, অংশপট্টের কোন না কোন অংশ লক্ষ্য বস্তুর সমসূত্রে স্থাপিত হয়। সূচীর কম্পন নিবৃত্তি হইলেই দর্শক সেই চুঙ্গীর মধ্য দিয়াই লক্ষ্য বস্তুর কোণের অংশ পরিমাণ নির্ণয় করিতে পারেন।

কোন নিদর্শন স্থানের উপর টেসীন (দিগ্‌দর্শন যন্ত্র স্থাপন করিবার ত্রিপদবিশিষ্ট আসন) স্থাপন করিয়া তাহার উপর দিগ্‌দর্শন যন্ত্র বসাইবে। অনন্তর দ্বিতীয় নিদর্শন স্থানে নিশান প্রোথিত করিয়া দিগ্‌দর্শন যন্ত্রের নীচের বীক্ষণ চুঙ্গীতে চক্ষু দিয়া উপরের চুঙ্গীর মধ্যদিয়া ঐ নিশান সমসূত্রে লক্ষ্য করিতে হইবে। তাহাতে আসীনের সঙ্গে সঙ্গে যন্ত্রস্থ পরকলের উত্তর দিক্ দক্ষিণাবর্ত্তে ঘুরিয়া সেই লক্ষিত দিকে যাইবে। কিন্তু যন্ত্রের সূচী সর্ব্বদাই উত্তরাভিমুখে থাকে, সুতরাং উত্তরের কাঁটার নীচে বাম পার্শ্বের যে বিয়ারিং আইসে, সেই বিয়ারিং লক্ষিত দিকের বিয়ারিং হইল। এই রূপে এক নিদর্শন স্থান হইতে অন্য নিদর্শন স্থান লক্ষ্য করিয়া তাহার বিয়ারিং নির্ণয় করিতে হইবে। জরীপের সময় যে দিকেই লক্ষ্য করা যাউক না; দিগ্‌দর্শন যন্ত্রের মধ্যস্থ পরকলের বা চাদার যে রেখাটী চুম্বক শলাকার মুখের নিম্নে পতিত

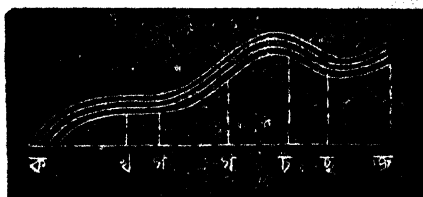
হয়, সেইটীই বিয়ারিং স্থির করিয়া লিখিতে হইবে। যথা, ঈশান কোণ লক্ষ্য করিলে, পরকলের উত্তর দিক্ দক্ষিণ পার্শ্বে ৪৫° অগ্রসর হয়। তাহাতে বামপার্শ্বস্থ ৪৫ বিয়ারিং উত্তরাভিমুখে শলাকার নিম্নে আইসে। এইরূপ পূর্ব্বদিক লক্ষ্য করিলে ৯০ বিয়ারিং হয় ইত্যাদি। কিন্তু নক্সা করিবার সময় পরকল উত্তর দক্ষিণে রীতিমত বসিয়া থাকে। তাহাতেই ঐ ৪৫ ও ৯০ বিয়ারিং বামপার্শ্বে দৃষ্ট হয়। বাস্তবিক ঐ ৪৫ বিয়ারিং দক্ষিণ পার্শ্বে একাদিক্রমে গণনা করিলে ঈশান কোণ, এবং ৯০ বিয়ারিং গণনা করিলে পূর্ব্বদিক পাওয়া যায়। এই রূপ বায়ু কোণ লক্ষ্য করিলে, দিগ দর্শন যন্ত্রস্থ পরকলের উত্তর দিক্ দক্ষিণাবর্ত্তে একাদিক্রমে ৩১৫ বিয়ারিং অগ্রসর হয়; তাহাতেই বামপার্শ্বের ৩১৫ বিয়ারিং দৃষ্ট হয়, এবং উত্তর দিক দৃষ্টি করিলে যন্ত্রের উত্তরদিক ৩৬০ বিয়ারিং অগ্রসর হইয়া ঘুরিয়া পুনরায় উত্তর দিকে আইসে।

দিগ্দর্শন যন্ত্রের পরিধি ৩৬০ অংশে বিভক্ত হইয়া তাহার ৩৬০ বিয়ারিং হইয়াছে। কোন বিয়ারিঙ্গের ঠিক বিপরীত পার্শ্বে যে অন্য বিয়ারিং থাকে, তাহাকে পূর্ব্বোক্ত বিয়ারিঙ্গের পাল্টা বা বিপরীত কহে। যথা, ১ বিয়ারিঙ্গের পাল্টা ১৮১ বিয়ারিং ও ৯০ বিয়ারিঙ্গের পাল্টা ২৭০ বিয়ারিং।

ঐ পাল্টা বিয়ারিঙ্গের ব্যবধান ১৮০° অংশ হয় বলিয়া ০ অবধি ১৮০ বিয়ারিং পর্য্যন্ত যে কোন বিয়ারিঙ্গের পাল্টা লওয়া আবশ্যক, তাহাতে ১৮০ যোগ করিলেই হয়। এবং

১৮০ অংশের ঊর্দ্ধে যত বিয়ারিং হয়; তাহার পাল্‌টা একাদিক্রমে তত হইয়া থাকে। কেননা ৩৬০ বিয়ারিঙ্গের ঊর্দ্ধে আর বিয়ারিং নাই। অতএব ১৮০ বিয়ারিঙ্গের ঊর্দ্ধে ৩৬০ বিয়ারিং পর্য্যন্ত যে কোন বিয়ারিঙ্গের পাল্‌টা লইতে হইবে, সেই বিয়ারিং হইতে ১৮০ বিয়ারিং বিয়োগ করিলে, তাহার পাল্‌টা স্থির হয়। যথা, ১৮৯ বিয়ারিঙ্গের পাল্‌টা ১৮০ বিয়োগ দ্বারা ৯ বিয়ারিং স্থির হয়।

১ম নিদর্শন স্থান হইতে ২য় নিদর্শন স্থান লক্ষ্য করিলে যত বিয়ারিং দৃষ্ট হইবে, দ্বিতীয় নিদর্শন স্থানে দিগ্‌দর্শন যন্ত্র স্থাপন করিয়া প্রথম নিদর্শন স্থান লক্ষ্য করিলে, যদি সেই বিয়ারিং দক্ষিণের কাঁটার নীচে দৃষ্ট হয়, তাহা হইলে জানা যায় যে, পূর্ব্বনিদর্শন স্থানের লক্ষিত বিয়ারিং বিশুদ্ধ হইয়াছে। এই রূপে জরীপ হইয়া থাকে।

একটী নদীর পার্শ্বস্থিত অসরল ভূমির নক্সা অঙ্কিত করিতে হইবে।

ক চিহ্নিত বিন্দুকে নিদর্শন স্থান করিয়া তদুপরি ত্রিপদ স্থাপন করিয়া দিগ্‌দর্শন যন্ত্র সরলভাবে বসাও। পরে জ চিহ্নিত স্থানে একটী পতাকা লম্বভাবে ধর। অনন্তর দিগ্‌দর্শন যন্ত্রের নীচের বীক্ষণ চুঙ্গীর ছিদ্র দিয়া এরূপে দেখ যে, উপরের বীক্ষণচুঙ্গীর মধ্যবর্ত্তী তারের সমসূত্রে যেন পতাকাদণ্ডটী সমদ্বিখণ্ডিত বলিয়া বোধ হয়। পরে

দেখ যে, দিগ্‌দর্শন যন্ত্রের গর্ভস্থ চুম্বক শলাকার মুখের নিম্ন ভাগে চাঁদায় অঙ্কিত অংশসংখ্যার মধ্যে কোন্ সংখ্যাটী পড়িয়াছে। যে সংখ্যা পড়িবে সেইটী চিঠার মধ্যের ঘরে নিদর্শন স্থানের উপর লিখ। এখন ঐ চিঠা দৃষ্টে ক্ষেত্রের নক্সা এবং ক্ষেত্রফল স্থির করা যাইতে পারে।

	◎ জ পর্য্যন্ত	
১৯৭	৭২০	জ
১৬৩	৬০০	ছ
২২৬	৫০০	চ
১৩৯	৩৫০	ঘ
৮০	২০০	গ
৭৪	১০০	খ
●	০০	
	৯১°	
আরম্ভ	◎ ক	গমনপঃ

প্রতিকৃতি নিষ্কাশন। একতা কাগজে একটী চিহ্ন লও, যথা ক। পরে ক চিহ্নে কোণমান যন্ত্র স্থাপন করিয়া বিয়ারিং অনুসারে পরিমাণ স্থির করিয়া ক জ একটী রেখাপাত কর। অনন্তর জরীপে যে যে লম্ব উত্তোলন করা হইয়াছে, চিঠা দেখিয়া সেই সেই লম্বের স্থানে ক জ রেখার উপর এক একটী চিহ্ন দাও; এবং ঐ চিহ্নগুলি হইতে চিঠায় লিখিত পরিমাণানুসারে লম্ব উত্তোলন কর। এখন ঐ লম্বগুলির শীর্ষদেশ দিয়া রেখা টানিলে নদীর প্রতিরূপ অঙ্কিত হইবে। পূর্ব্বে যে নিয়মানুসারে ক্ষেত্রফল স্থির হইয়াছে, সেই রূপে ইহার পরিমাণ স্থির করিলে ৯৬২৫০ বর্গ মাইল হইবে। দিগ্‌দর্শন যন্ত্র ও শৃঙ্খল উভয় দ্বারা যে জরীপ করা যায়, আর শুদ্ধ

শৃঙ্খল দ্বারা যে জরীপ করা যায় এ দুয়েরই চিঠা এক প্রকার, কেবল এই মাত্র ভেদ যে, দিগ্‌দর্শন যন্ত্র ও শৃঙ্খল উভয় দ্বারা জরীপ করিলে চিঠাপুস্তকে অংশের অঙ্ক সকল লিখিত থাকে, শুদ্ধ শৃঙ্খল দ্বারা জরীপ হইলে চিঠাপুস্তকে অংশের অঙ্ক সকল লিখিত থাকে না। মনে কর শৃঙ্খল রেখা পূর্ব্ব পশ্চিম-দিকের অভিমুখে আছে। এই শৃঙ্খল রেখা উত্তর-দক্ষিণাভিমুখে কোন রেখা দ্বারা মধ্যে অবচ্ছিন্ন হইলে যে কোণ হয়, তাহার পরিমাণ অর্থাৎ বিয়ারিং ৯০°। যদি পশ্চিমদিক্ হইতে পূর্ব্বদিকের অভিমুখে জরীপ হইতে থাকে, তাহা হইলে চিঠাপুস্তকের মন্তব্য কথা লিখিবার ঘরে বিয়ারিং ৯০° লিখিতে হয়। যদি পূর্ব্বদিক্ হইতে পশ্চিমদিকের অভিমুখে জরীপ হইতে থাকে, তাহা হইলে ২৭০° লিখিতে হইবে।

ক্ষেত্রবণ্টক জরীপ।

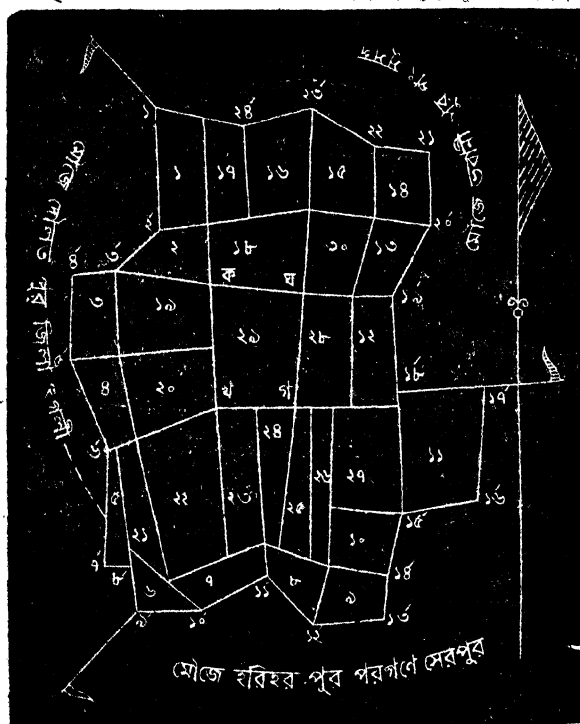
মৌজে শ্যামপুর, পরগণে গোপালনগর।*
জিলা হুগলি। থানা নেত্রকোণা।

জরীপ সন ১২৭৯ সাল ১৩ই অগ্রহায়ণ।

এলাকে মহকুমে শ্রীলশ্রীযুক্ত উপেন্দ্রনারায়ণ সিংহ রায়বাহাদুর। কৃত শ্রীকালীমোহন বিশ্বাস আমীন। ৩০ ফুট শৃঙ্খলের মাপ।

নিম্নস্থ মৌজা ক্ষেত্রবট রূপে জরীপ করিতে হইলে,

* ক্ষেত্রবণ্টক জরীপের চিঠার শীর্ষদেশে পূর্ব্বোক্ত বিবরণটী লিখিতে হয়।

অগ্রে মৌজার বায়ুকোণে তেসীমানার স্তম্ভের ১´ দাগে দিগ্দর্শন যন্ত্র স্থাপিত কর। অনন্তর ঐ স্তম্ভ পূর্ব্ব ও দক্ষিণ

ভাগে ১ চিহ্নিত ক্ষেত্রের যে সীমা আছে, ঐ দুই সীমার প্রান্তে অর্থাৎ ক্ষেত্রের ঈশান ও নৈঋত কোণে এক একটী নিশান ধর। এইক্ষণে ঐ নিশানদ্বয় একে একে লক্ষ্য করিয়া যে দুইটী বিয়ারিং হয়, তাহাদের সংখ্যা যথাক্রমে চিঠার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বিয়ারিঙ্গের ঘরে

লিখ। পরে শৃঙ্খল দ্বারা চারি সীমা পরিমাণ করিয়া যে দুই সীমার বিয়ারিং লিখিত হইয়াছে, সেই দুই সীমার অর্থাৎ উত্তর ও পশ্চিম সীমার পরিমাণ উপরিভাগে, ও তাহার নিম্নে যথাক্রমে দক্ষিণ ও পূর্ব্ব বাহুর পরিমাণ দিক-সূচক সাঙ্কেতিক বর্ণ সহকারে দৈর্ঘ্য প্রস্থ রশির ঘরে লিখ। অনন্তর ঐ স্থান হইতে মৌজার সীমার ২´ চিহ্নিত নিদর্শন স্থানের, অর্থাৎ পরে যে ক্ষেত্র পরিমাণ করিতে হইবে, তাহার বায়ুকোণে ২´ দাগে স্থাপিত স্তম্ভ লক্ষ্য করিয়া যত বিয়ারিং হয়, তাহা থাকবিয়ারিঙ্গের ঘরে, ও শৃঙ্খল দ্বারা ১´ হইতে ২´ পর্য্যন্ত মাপিয়া যত দূরত্ব হয়, তাহা ব্যবধান (ডিষ্টান্স) পরিমাণের ঘরে লিখ। এখন দিগ্‌দর্শন যন্ত্র তুলিয়া ২´ চিহ্নিত স্তম্ভে স্থাপিত কর, ও তথা হইতে ২ চিহ্নিত ক্ষেত্রের উত্তর পশ্চিম সীমার বিয়ারিং লও, ও ৩য় ক্ষেত্রের বায়ুকোণ লক্ষ্য করিয়া তাহার বিয়ারিং ও ব্যবধান পরিমাণ কর। এই রূপে দক্ষিণ অভিমুখে যত দূর যাইতে হয়, তত দূর পর্য্যন্ত প্রতি ক্ষেত্রের বায়ুকোণে দিগ্‌দশন যন্ত্র স্থাপিত কর। দিক্ পরিবর্ত্ত করিয়া পূর্ব্বমুখে যাইতে হইলে প্রতি ক্ষেত্রের নৈর্ঋত কোণে, উত্তরমুখে যাইতে হইলে অগ্নি কোণে, ও পশ্চিম মুখে যাইতে হইলে ঈশান কোণে দিগ্‌দর্শন যন্ত্র স্থাপিত কর, ও সেই সেই স্থান হইতে যে দুই সীমা প্রাপ্ত হওয়া যায় তাহাদের বিয়ারিং গ্রহণ কর। এই রূপ ক্রমশঃ এক এক বন্দ জমী জরীপ করিয়া পুনর্ব্বার মৌজার বায়ুকোণের প্রথম স্তম্ভে আনিয়া মিলন কর। ভিতর হস্কা জরীপের সময় আর দিগ্‌দর্শন যন্ত্র প্রয়োগ করিতে হইবে না, শুদ্ধ শৃঙ্খল

দ্বারা জরীপ করিলে চলিতে পারে। এইরূপ পরস্পর সন্নিহিত ক্ষেত্রগুলি জরীপ করিলে চিত্র করিবার সময় কোন ব্যাঘাত হইবে না। যে সন্নিহিত ক্ষেত্র পূর্ব্বে জরীপ হইয়াছে, তাহার কোন দিকে যদি পূর্ব্ব পরিমাপের দুই সীমাবিশিষ্ট জমী না পাওয়া যায়, তবে লট্‌কা মাপ করিবে, অর্থাৎ সেই খণ্ড (কিতা) উল্লঙ্ঘন পূর্ব্বক সন্নিহিত বা দূর-বর্ত্তী যে ক্ষেত্রের দুই বাহু পরিমাণ করা আছে, সেই স্থলে মাপ আরম্ভ করিবে। আর যত দাগের জরীপ যে দিকে যে কোণ হইতে আরম্ভ হয়, তাহা চিঠায় লিখিতে হইবে।

টুকরা জমীর চিঠা।

মনে কর ক খ গ ঘ এক খণ্ড টুকরা জমী, ইহার চিঠা লিখিতে হইবে। (৩৮৬ পৃষ্ঠার প্রতিকৃতি দেখ)।

চকের নং	ষ্টেসন নং	বিয়ারিং	ব্যবধান	মন্তব্য কথা।
২৯	৩´	×	×	আরম্ভ ৩´
	ক	৯০	১৷৷২	মিল ক।
	খ	১৮০	১/২৷৷	মহাল নং ২৯
	গ	৯০	১৷২৷৷	
	ঘ	৩৬০	১/২৷৷	
	ক	২৭০	১৷২৷৷	

থাকবস্ত জরীপে যে ভুল হয় তাহা রেবেনিউ সর্ব্বে দ্বারা সংশোধিত হইয়া থাকে। অর্থাৎ থাকবস্তের আমিনেরা জরীপ করিয়া গেলে রেবেনিউ সর্ব্বের আমিনেরা জরীপ করেন। যদি থাকবস্তের আমিনদের জরীপ রেবেনিউ সর্ব্বের জরীপের সঙ্গে মিলে, অথবা না মিলিয়া যদি শতকে ৫

ঘার অনধিক কম বেশী হয়, তাহা হইলে থাকবস্তের জরীপ াহ্য হইয়া থাকে।

সীমাবন্দীর চিঠা।

ং ষ্টেসন	বিয়ারিং	ব্যবধান	মন্তব্য কথা।
১	১৮১	১৸৩	১ নং
২	২৩৫	৸৩	মৌজে ভবানীপুরের শেষ
৩	২৬৭	৸৹	
৪	১৮৩	১।২	সীমায়, মৌজে দৌলতপুর
৫	১৬০	১॥২	
৬	১৮১	১৸৹	জেলা হুগলী প্রাপ্ত।
৭	৯১	।৩॥	
৮	১৭২	॥৩	
৯	৯০	১/৸৹	৯ নং উক্ত মৌজা ত্যাগ,
১০	৫৯	১/৩	
১১	১৩৭	১/৩৸	মৌজে হরিহরপুর প্রাপ্ত।
১২	৮৭	১/২॥	
১৩	৮	৸৹।	
১৪	১২	৸৩	
১৫	৮২	১।৹	
১৬	১	১৸৩	
১৭	২৬৫	১।২॥	১৭ নং উক্ত মৌজা ত্যাগ,
১৮	৩৫৫	১॥৹	
১৯	৩২	১।১	মৌজে ভবানীপুর প্রাপ্ত।
২০	৩৫৮	১/১।	
২১	২৭৭	১/৹	
২২	২৯৯	১/২॥	
২৩	২৫৭	১/২॥	
২৪	২৮৩	১।৩।	

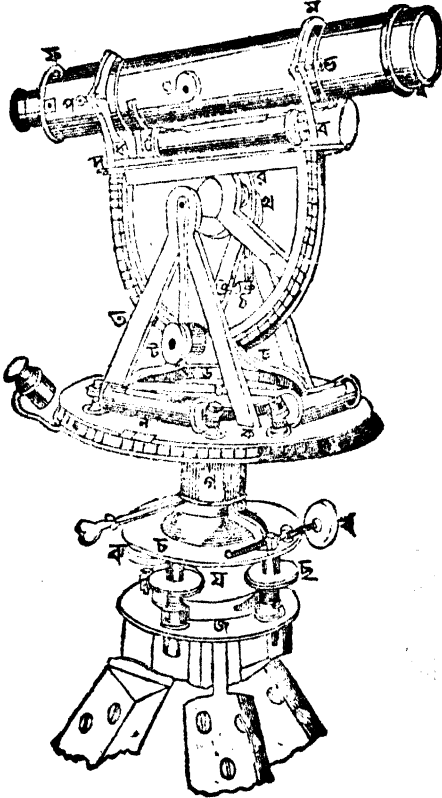
চিঠা গোসেহারা করিতে হইলে প্রত্যহ ঠিকের নীচে ফিরস্ত কাটিতে হয়। কোন কোন স্থানে প্রতি সপ্তাহে

এক এক খণ্ড সাপ্তাহিক কাগজ প্রস্তুত করার রীতি আছে। এই কাগজের শীরোভাগে "সাপ্তাহিক কাগজ মৌজে" ইত্যাদি লিখিয়া, ঐ গোসেহারার সাত সাত দিনের কাগজ নকল করিয়া দেওয়া যায়, অথবা কোন্ কোন্ তারিখে কত দাগ ও কত জমী জরীপ হইয়াছে তাহাই নির্দ্দিষ্ট করিয়া সাপ্তাহিক কাগজ প্রস্তুত হইয়া থাকে।

গ্রামের বিবিধ প্রকারের জমী ও মোট জমীর অবস্থা উত্তম রূপে জ্ঞাত হওয়া যায়, এরূপ কাগজকে একোয়াল বা খতিয়ান কহে। নানাবিধ জমী প্রত্যেক হারদরে প্রজা বিলি হইয়া যে জমা ধার্য্য করা যায়, তাহাকে জমাবন্দী কহে।

জমাবন্দী প্রভৃতি সকল কাগজের সদর ফর্দ্দে শুদ্ধ শিরোনামা লিখিত থাকে, এবং তাহার নীচে মোট যত ফর্দ্দ কাগজ তাহার পত্রাঙ্কের সংখ্যা লিখিতে হয়।

জমাবন্দী শেষ হইলে, তাহা বিশুদ্ধ হইয়াছে কি না জানিবার জন্য গোসেহারা বা একোয়ালকে প্রজার স্বরূপ করিয়া তাহার একটী জমাবন্দী করিতে হয়। ঐ জমাবন্দীর সহিত, তেরিজের ঐক্য হইলে জমাবন্দীর প্রতি সন্দেহ থাকে না; অনৈক্য হইলে বিরূওয়ারি পরতল করিয়া মিল করিতে হয়। জমাবন্দী মিল হইলে জমীজমার (ভূমির করের) মবলগ বান্ধিয়া (সমষ্টি করিয়া) প্রজাদিগের নাম স্বাক্ষর করাইয়া লইতে হয়। এই জমাবন্দী দৃষ্টে আদায় (প্রাপ্তি), তহসিল (লাভ) ও জমাওয়াসিল বাকি প্রভৃতি সমুদায় কাগজ প্রস্তুত হইয়া থাকে।

কোণবীক্ষণ যন্ত্র।

এই যন্ত্রদ্বারা দুইটী লক্ষ্য বস্তুর ধারাতলিক কোণ ও যে যে কোণ দ্বারা তাহাদিগের উচ্চতা নির্ণয় হয়, তাহার পরিমাণ নিরূপণ করা যায়। এই যন্ত্রটী তিন অংশে

বিভাজিত। শীর্ষ কোণ পরিমাণার্থে শীর্ষ অঙ্গ, ধারাতলিক কোণ পরিমাণার্থে ধারাতলিক অঙ্গ, এবং সমান্তরাল পাত্রদ্বয়। এই দুই খানি পাত্রের মধ্যে যে খানি নীচে থাকে, তাহাতে একটী আধারপেঁচ (ফিমেলস্ক্রু) আছে, সেই পেঁচের মধ্যে শিরোদণ্ডটী অনায়াসে বসাইতে পারা যায়। ঐ দণ্ডটী মেহগ্নি কাষ্ঠের ত্রিপদির উপর গ্রন্থি দ্বারা এরূপ কোশলে সম্বদ্ধ আছে যে, পায়া তিনটী একত্র করিলে একটী গোল যষ্টির আকার ধারণ করে, ও প্রসারিত করিলে ভূমি সমতল না হইলেও সুদৃঢ় রূপে স্থাপন করা যাইতে পারে।

ড ও ন ধারাতলিক অঙ্গটী দুইটী বৃত্তাকার ফলকে নির্ম্মিত। ঐ দুইটী ফলক এরূপ ভাবে সংস্থিত যে, একটী অপরটীর উপর সমান ভাবে বসিতে পারে। নিম্নস্থ ফলক উপরিস্থ ফলক অপেক্ষা কিঞ্চিৎ বৃহৎ, এবং তাহার যে ভাগটী উপরের ফলকের বাহিরে পড়িয়াছে, তাহা ক্রম-নিম্ন ও সেই ভাগে অর্দ্ধ অংশ ব্যবধানে এক এক চিহ্ন আছে। উপরিস্থ ফলককে অণুমাপক (ভার্ণিয়ার) কহে। ইহারও ধারের কিয়দংশ এরূপ ঢাল করা যে, দুই ফলকের ক্রমনিম্ন ভাগ ঠিক উপর্য্যুপরি পড়িয়া যন্ত্রের ধারাতলিক অঙ্গটী এক মস্তকশূন্যবৃত্তাকার সূচীর আকার ধারণ করে। ঐ ঢালাংশ সূক্ষ্ম মাপের নিমিত্ত কলাতে বিভাজিত। উপরে যে পাঁচ ইঞ্চ পরিমিত কোণবীক্ষণ যন্ত্রের প্রতিরূপ প্রকাশিত হইল, ইহাতে ১৮০° অন্তর দুইটী অণুমাপক আছে।

ধারাতলিক অঙ্গের নিম্নস্থ ফলক একটী মেরুদণ্ডে সংবদ্ধ। ঐ দণ্ডের নীচে একটী বর্ত্তুল আছে, সেটী ফল-

কের কেন্দ্রস্থ গহ্বর মধ্যে সুদৃঢ় রূপে নিহিত। এই দণ্ড উপরিস্থ সমান্তরাল ফলককে ভেদ করিয়াছে। দণ্ডটী শূন্য-গর্ভ এবং তাহার মধ্যে আর একটী শূন্যগর্ভ দণ্ড আছে। এই আভ্যন্তরিক দণ্ডে ধারাতলিক অঙ্গের উপরিস্থ বৃত্তফলক এরূপে সংলগ্ন আছে যে, কোন নির্দ্দিষ্ট ধারাতলিক কোণ নিষ্কাশন করিতে গেলে, সমুদায় ধারাতলিক অঙ্গ পরি-চালনা দ্বারা হইতে পারে; এবং নিম্নস্থ ফলক পেঁচ (ঝ) দিয়া আটকাইয়া কেবল মাত্র উপরের ফলক চালনা দ্বারাও উক্ত কোণ নিষ্কাশিত হইতে পারে। ঘ চিহ্নে যে পেঁচটী আছে, এটী অল্প অল্প সরে। গলাপাস (প্ল) বদ্ধ করিয়া এই পেঁচ দ্বারা সমুদায় অঙ্গকে অল্পে অল্পে সরাণ যাইতে পারে। ধারাতলিক অঙ্গের পার্শ্বে আর একটী বন্ধক পেঁচ থাকে, ইহার দ্বারা উপরিস্থ ফলক অধঃস্থ ফলকের সহিত বদ্ধ করা যায়। যখন দুই ফলক এই পেঁচে বদ্ধ থাকে, তখন উপরিস্থ ফলককে নিম্নস্থ ফলকের উপরে চালাইতে হইলে স্পর্শনী পেঁচ (ঠ) দ্বারা আস্তে আস্তে সরাণ যাইতে পারে। ধারাতলিক অঙ্গের উপর দুইটী স্থুরাসাম্য যন্ত্র পরস্পর সম-কোণভাবে অবস্থিত থাকে, ও (ড) একটী দিগ্‌দর্শন যন্ত্রও থাকে। এটী শীর্ষ অঙ্গের আধার স্তম্ভদ্বয়ের মাঝ থানে বসান থাকে। শীর্ষ অঙ্গের এক পৃষ্ঠে অংশ চিহ্ন থাকে। চিহ্ন গুলি বামদিকেও থাকে দক্ষিণদিকেও থাকে। ৩০ কলা অন্তর ০ হইতে ৯০° পর্য্যন্ত এক এক অংশ চিহ্নিত থাকে। দিগ্‌দর্শন যন্ত্রে যে অনুমাপক আছে, তাহার দ্বারা এই পৃষ্ঠ আবার এক এক কলাতে বিভাজিত হয়। অপর পৃষ্ঠে

লিঙ্ক চিহ্নিত থাকে; নতোন্নত ভূমি মাপের সময় প্রকৃত ধারাতলিক দূরত্ব নির্ণয় করিবার জন্য উন্নত ও অবনত স্থানের কোণ পরিমাণ করিতে হয়। এই পরিমাণার্থ প্রতি শৃঙ্খল হইতে যে খানে যত লিঙ্ক বিয়োগ করিতে হইবে, সেই লিঙ্ক সংখ্যাই এই পৃষ্ঠে অঙ্কিত থাকে। এই অঙ্গ যখন (ত ক) আধারের উপর স্থাপিত হয়, তখন ইহার মেরুদণ্ড ধারাতলিক অঙ্গের সহিত ঠিক সমান্তরাল ভাবে থাকিবে। অতএব যখন ধারাতলিক অঙ্গটী ঠিক সমস্থলে স্থাপিত হইবে, তখন শীর্ষ অঙ্গটীও ধারাতলিক ভাব ধারণ করিবে। এই অবস্থায় শীর্ষ অঙ্গের ধরাতল, ইহার মেরু দণ্ডের সম্বন্ধে লম্বভাব ধারণ করে।

শীর্ষ অঙ্গের উপর একটী আড়া সংযুক্ত থাকে। ঐ আড়ার উপর দূরবীক্ষণ ধারণার্থ ইংরাজী অক্ষর ওয়াই আকারের দুইটী আধার আছে, ও তাহাকে সংবদ্ধ রাখিবার জন্য দুইটী আলিঙ্গক আছে। ঐ দূরবীক্ষণের নিম্নে (ধ ব) একটী স্থিরাসাম্য যন্ত্র এক প্রান্ত গ্রন্থি দ্বারা ও অপর প্রান্ত একটী চড়কীশিরা পেঁচ দ্বারা সংবদ্ধ থাকে। ধারাতলিক অঙ্গের মেরুদণ্ড একটী পেঁচ দ্বারা দৃঢ় করিয়া শীর্ষ অঙ্গকে অপর একটী পেঁচ দ্বারা অল্পে অল্পে চালান যাইতে পারে।

এই যন্ত্র ব্যবহার করিবার পূর্ব্বে ইহার অঙ্গ সামঞ্জস্যের্ নিম্নলিখিত তিনটী প্রক্রিয়ার প্রতি বিশেষ মনোযোগ করিতে হইবে।

১। স্থানপরিবর্ত্তন ও লক্ষ্যের নিমিত্ত দূরবীক্ষণের সামঞ্জস্য করণ।

দূরবীক্ষণের অবচ্ছেদক তার (ক্রস ওয়াইয়ার) ও লক্ষ্য বস্তু যতক্ষণ এক সরল রেখায় না আইসে, ততক্ষণ পেঁচ দ্বারা মুকুরকে ও হাত দিয়া বীক্ষণ কাচকে ঘুরাও। এই প্রক্রিয়ার নাম স্থান পরিবর্ত্তন (পারালাক্স), অনন্তর দূরবীক্ষণকে কোন দূরস্থ বস্তুর অভিমুখে রাখিয়া দেখ যে, উহার অবচ্ছেদক তারটী ঐ বস্তুকে সমদ্বিখণ্ড করে কি না। পরে আলিঙ্গক বন্ধন (প), যাহাদ্বারা দূরবীক্ষণ ওয়াইয়ের মধ্যে আবদ্ধ থাকে, তাহা শিথিল করিয়া দূরবীক্ষণকে মেরুদণ্ডের উপর ঘুরাও। এই সময়ে তারদ্বয়ের সম্পাত বিন্দু যেন লক্ষ্য বস্তুর উপরে পড়ে, তাহা হইলেই সামঞ্জস্য হইবে। নতুবা লক্ষ্য রেখা, চক্ষু এবং মুকুরের কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যস্থিত রেখার সহিত ঐক্য হইবে না। এই ভ্রম সংশোধন জন্য দূরবীক্ষণকে ইহার মেরুদণ্ডের উপর ঘুরাও, এবং যে চারিটী যোজক পেঁচ দ্বারা অবচ্ছেদক তার পরিচালিত হয়, তাহার একটী শিথিল ও সম্মুখেরটী বন্ধ করিয়া অর্দ্ধেক ভ্রম, এবং ঐ রূপ অপর পেঁচদ্বয় দ্বারা ভ্রমের অপরার্দ্ধ সংশোধন কর।

২। ধারাতলিক অক্ষসামঞ্জস্য করণ।

দূরবীক্ষণ যন্ত্রের পায়া তিনটীকে সরাইয়া চক্ষু দ্বারা যত দূর পারা যায় উহাকে সমতল করিয়া স্থাপন কর। পরে পেঁচ (ক) দ্বারা গলাপাস (প) আঁটিয়া ও অণুমাপক

ফলক শিথিল করিয়া ঐ ফলককে চতুর্দ্দিকে ঘুরাও; যে পর্য্যন্ত দূরবীক্ষণ ঠিক সমান্তরাল ফলকের দুইটী পেঁচের উপরে আসিয়া না পড়ে। অনন্তর স্পর্শনী পেঁচ (ঠ) ঘুরাইয়া দূরবীক্ষণের নীচে যে সাম্যযন্ত্র আছে, তাহার স্ফোটককে ঠিক সেই যন্ত্রের মধ্যস্থলে আন। পরে অণুমাপক ফলককে অর্দ্ধেক ঘুরাইয়া দূরবীক্ষণকে পুনর্ব্বার সমান্তরাল ফলকের পেঁচদ্বয়ের উপরে লইয়া আইস। ইহাতে সাম্যযন্ত্রের স্ফোটক যদি ঠিক মধ্যস্থলে না আইসে, তবে তাহাকে সমান্তরাল ফলকের পেঁচদ্বয় ঘুরাইয়া অর্দ্ধেক সরাইয়া আন, ও স্পর্শনী পেঁচ ঘুরাইয়া আর অর্দ্ধেক সরাইয়া ঠিক মধ্যস্থলে আনয়ন কর। দূরবীক্ষণের উভয় অবস্থাতেই স্ফোটক যন্ত্রের ঠিক মধ্যস্থলে থাকিবে। যতক্ষণ তাহা না হয়, পুনঃ পুনঃ ঐ রূপ প্রক্রিয়া করিবে। পরে অণুমাপক ফলককে ঘুরাইয়া দূরবীক্ষণকে সমান্তরাল ফলকের অন্য পেঁচ দ্বয়ের উপরে আন, ও ঐ পেঁচ দ্বারা পুনর্ব্বার স্ফোটককে মধ্যস্থলে লইয়া আইস। এক্ষণ অণুমাপক ফলককে চতুর্দ্দিকে ঘুরাইলে স্ফোটক মধ্যস্থলে আসিবে। ইহাতে প্রতীত হয় যে, আভ্যন্তরিক মেরুদণ্ড যাহার উপর অণুমাপক ফলক ঘুরে, তাহা সম্পূর্ণ রূপে শীর্ষস্থ হইয়াছে, আর অণুমাপক ফলকের উপর যে সাম্যযন্ত্র অবস্থিত আছে, তাহার স্ফোটক চক্রীর মধ্যস্থলে আসিয়া যন্ত্রটী সামঞ্জস্য ও মেরুদণ্ডটী শীর্ষস্থ হইয়াছে। এই ক্ষণে অণুমাপক ফলককে বদ্ধ করিয়া গলাপাশ শিথিল করিয়া দাও,

এবং বহিঃস্থ মেরুদণ্ডের উপর যন্ত্রটীকে অল্পে অল্পে সরাও, তাহাতে যদ্যপি স্ফোটক সাম্যযন্ত্রের সম্পূর্ণ পরিভ্রমণ কালে এক অবস্থায় থাকে, তাহা হইলে আভ্যন্তরিক ও বহিঃস্থ মেরুদণ্ড সম্যক্ প্রকার মিলিল বলিতে হইবে। যে হেতু উভয়ে এক সময়ে শীর্ষস্থ হইয়াছে। কিন্তু যদি স্ফোটক এক অবস্থায় না থাকে, তাহা হইলে দণ্ডের দুই অংশ মিলিত হয় নাই, এবং এই দোষ যন্ত্র নির্ম্মাতা দ্বারা সংশোধিত হইতে পারে।

৩। শীষ অঙ্গের সামঞ্জস্য করণ।

সমতলের স্ফোটক নলের মধ্যস্থলে আসিলে দূরবীক্ষণের ওয়াই আকারের আধারের উপর তাহাকে এরূপে ঘুরাও যে, তাহার এক প্রান্ত অপর প্রান্তের স্থানে আইসে। তাহাতে যদ্যপি স্ফোটক সেই স্থানে না থাকে, তাহা হইলে সমতলের চড়কীশিরা পেঁচ দ্বারা অর্দ্ধেক সরাইয়া সেই দোষ সংশোধন কর, অর্থাৎ স্ফোটক ঠিক মধ্যস্থলে আন। এই প্রকার বারম্বার কর, যে পর্য্যন্ত না সর্ব্বতোভাবে উক্ত দোষ সংশোধিত হয়। পরে দূরবীক্ষণকে দক্ষিণ ও বামদিকে অল্প পরিমাণে ঘুরাইলে, যদি স্ফোটক তাহার গতিপথের মধ্যস্থলে না থাকে, তবে সাম্যযন্ত্রের অন্য সীমায় যে পেঁচ আছে, তাহা দ্বারা পার্শ্বে শোধন করিতে হইবে। এই সামঞ্জস্য বিধানে পূর্ব্বকৃত সামঞ্জস্যের অন্যথা হইতে পারে, তাহা হইলে পূর্ব্বের প্রক্রিয়াগুলি অতি সাবধানে পুনরুক্ত-

ষ্ঠান করিতে হইবে। যে ক্ষুদ্র পেঁচ শীর্ষ অঙ্গের অণুমাপককে দিগ্‌দর্শন যন্ত্রের উপরিস্থ অণুমাপক ফলকের সহিত সংযুক্ত করিয়াছে, তদ্দ্বারা অণুমাপকের শূন্যস্থল শীর্ষ অঙ্গের শূন্য স্থলের উপর বসাও, তাহা হইলে শীর্ষ অঙ্গ সংস্থাপন সর্ব্বতোভাবে বিশুদ্ধ হইবে।

ধারাতলিক কোণ নিরূপণ।

যখন কোণমান যন্ত্র সামঞ্জস্য হইল বলিয়া স্থির হইবে, তাহার পায়া তিনটী বিস্তার করিবে, তাহা হইলে সাম্যযন্ত্রের দুইটী স্ফোটক প্রায় মধ্যস্থলে আসিবে ও তাহাদিগের নিম্নস্থ ভাররজ্জু যে স্থানের কোণ পরিমাণ করিতে হইবে, ঠিক তাহার উপর ঝুলিতে থাকিবে। পরে আর আর পেঁচ বন্ধ রাখিয়া (খ) পেঁচ দ্বারা সমুদায় যন্ত্রকে শিথিল কর। অনন্তর অণুমাপক ফলক শিথিল করিয়া পূর্ব্ব নিয়মানুসারে ধারাতলিক অঙ্গকে সমতল কর এবং সমুদায় যন্ত্রকে বন্ধ কর; ও অতি সাবধানে অণুবীক্ষণ ও মিলন পেঁচদ্বারা অণুমাপকের তীরকে অধঃস্থ ফলকের ৩৬০° বা ০° অংশের উপর রাখ। পুনরায় সমুদায় অঙ্গকে শিথিল করিয়া, তাহাকে যে দুই স্থানের কোণ গ্রহণ করিতে হইবে, তাহার বামে ঘুরাও, যে পর্য্যন্ত দূরবীক্ষণের তারঅবচ্ছেদকবিন্দু লক্ষ্য স্থানের নিশান প্রভৃতি কোন পদার্থের উপর না পড়ে। পরে (ক) পেঁচ বন্ধ করিয়া (খ) পেঁচ মৃদুভাবে ঘুরাইলে সর্ব্বতোভাবে ঠিক হইতে পারে। অনন্তর তারঅবচ্ছেদকবিন্দু, দ্বিতীয়

লক্ষ্য স্থানের কোন বস্তুর উপরে যে পর্য্যন্ত না পড়ে, অণু-মাপক ফলককে শিথিল করিয়া ততক্ষণ ঘুরাও। তৎপরে অণুমাপক ফলককে পূর্ব্বমত বদ্ধ ও সামঞ্জস্য কর, এবং কত অংশ কোণ হইল তাহা অণুবীক্ষণ ও অণুমাপক দ্বারা দেখিয়া স্থির কর। পরে অন্য অণুমাপক দ্বারা ঐ প্রকারে কোণের অংশ স্থির কর। ঐ দুই কোণের সমষ্টির গড় অর্থাৎ অর্দ্ধেক প্রকৃত কোণ হইবে।

শীর্ষকোণ গ্রহণ।

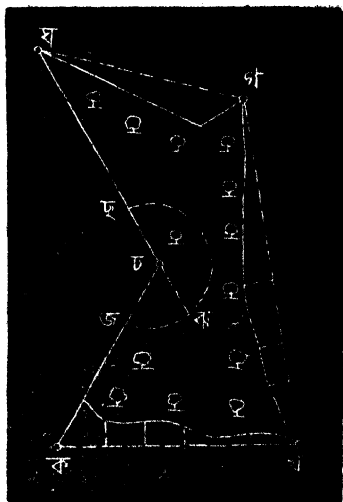
পূর্ব্বের ন্যায় যন্ত্রকে সমতল করিয়া অণুবীক্ষণ দ্বারা দেখ, যে শীর্ষ অঙ্গের শূন্য স্থান অণুমাপকের শূন্য স্থানের সহিত ঐক্য হইয়াছে কিনা। যদি হইয়া থাকে, তবে যে পর্য্যন্ত ইহার অবচ্ছেদকতার লক্ষ্য বস্তুর উপরে পতিত না হয়, দূরবীক্ষণকে ততক্ষণ উন্নত বা অবনত কর। পরে যন্ত্র-বদ্ধ করিয়া সামঞ্জস্য কর। এখন যদি অণুমাপকের তীর, দূরবীক্ষণের মুকুর ও শীর্ষ বৃত্তের শূন্য অংশের মধ্যে পরে, তাহা হইলে যে কোণটী বাহির হইবে, তদ্দ্বারা লক্ষ্য বস্তু কত নীচে তাহা নির্ণীত হইবে, অন্যথা শীর্ষ কোণ বাহির হইবে, অর্থাৎ যদ্দ্বারা লক্ষ্য বস্তু কত উর্দ্ধে আছে তাহা নিরূপণ হইবে।

কোণবীক্ষণ যন্ত্রদ্বারা বন, হ্রদ, বন্দর, নদী, রাস্তা, প্রভৃতি জরীপ করিবার নিয়ম।

(১) পশ্চাৎ যে একটী বনের প্রতিরূপ প্রকাশিত হইল, ইহার নক্সা ও ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে।

◎ চ হইতে	৫৮° ২৩′	◎ খ পর্য্যন্ত
	◎ ক পর্য্যন্ত	
	১৭৯৩	
০	১৩৫০	
০	০০০	
◎ ঘ হইতে	২৪১° ৩৮′	◎ ক পর্য্যন্ত
	◎ চ ┌	
	◎ চ পর্য্যন্ত	
০	১৭৯০	
০	০০০	
◎ গ হইতে	৪৬° ৫১′	◎ চ পর্য্যন্ত
	◎ ঘ ┐	
	◎ ঘ পর্য্যন্ত	
০	১৮৯৮	
২৩৭	২০০	
০	০০০	
	০	
◎ খ হইতে	১১১° ৩৯′	◎ ঘ পর্য্যন্ত
	◎ গ ┐	
	◎ গ পর্য্যন্ত	
০	২৬৭৮	
১০১	১৪০০	
১১৯	৮০০	
০	০০০	
◎ ক হইতে	৮১° ২৯′	◎ গ পর্য্যন্ত
	◎ খ ┐	
	◎ খ পর্য্যন্ত	
০	২৩০২	
৯৯	১৮০০	
০	১১০০	
২০২	৬০০	
২১৮	৩২০	
কোণের লম্ব	২২৫	
আরম্ভ	◎ ক হইতে	গমন পর্য্যন্ত

বনের চতুর্দ্দিকে নিশানগুলি এরূপ সরল রেখাক্রমে স্থাপিত কর যে, তথা হইতে ভূমির সীমান্তঃপাতি রেখার উপর অনায়াসে লম্ব পাত করা যাইতে পারে, ও কোণবীক্ষণ যন্ত্র স্থাপনের নিমিত্ত নিদর্শনস্থানগুলি যেন উপযুক্ত ভূমির উপর হয়। মনে কর, এই বনে ক খ গ ঘ চ পাঁচটী নিদর্শন-স্থান ও ইহার চিঠা উপরি লিখিত অনুসারে লিখিত হইয়াছে।

চিঠা হইতে স্পষ্ট প্রতীত হইতেছে যে, নক্সা অঙ্কিত করিবার নিমিত্ত প্রথম ক খ রেখার পরিমাণ করা হয়। পরে ক খ গ প্রথম কোণ গ্রহণ করিতে হয়, ইহার পরিমাণ ৮১° ২৯´ এতদ্দারা খ গ রেখা কোন্ অভিমুখে যাইবে তাহা নির্দ্ধারিত হইতেছে। ক খ গ কোণ পরিমাণ কালে কোণবীক্ষণ যন্ত্রকে ঠিক ঘ বিন্দুর উপর বসাইয়া সামঞ্জস্য কর। পরে ধারাতলিক ফলকদ্বয়ের শূন্যবিন্দুদ্বয় ঠিক উর্দ্ধ্যুপরি পড়ে এরূপ বদ্ধ করিয়া, ও দূরবীক্ষণের মুকুরকে ক ও নিদর্শনস্থানে স্থাপিত পতাকার অভিমুখ করিয়া সমুদায় যন্ত্রকে বদ্ধ কর। অবশেষে উপরের ফলককে শিথিল

করিয়া দূরবীক্ষণকে গ ◎ নিদর্শনস্থানের অভিমুখে বামদিক্ হইতে দক্ষিণ দিক্ দিয়া পরিচালিত কর, তাহা হইলে দৃষ্ট হইবে যে, ক খ গ কোণের পরিমাণ চিঠায় লিখিত পরিমাণের সহিত মিলিবে, অর্থাৎ ৮১° ২৯´ হইবে। এইরূপে প্রতীত হইবে যে, গ ও ঘ নিদর্শন স্থানের কোণপরিমাণ ১১১° ৩৯´ ও ৪৬° ৫১´ হইবে; ও খ গ, গ ঘ ও ঘ চ রেখাত্রয় প্রত্যেকেই পূর্ব্ববর্ত্তী রেখার বামদিকে বক্র হইয়া যাইবে। চ বিন্দুস্থ কোণ ২৪১° ৩৮´; উহা ১৮০° অর্থাৎ অর্দ্ধবৃত্ত ছ ঝ অপেক্ষা বৃহৎ হওয়াতে দেখা যাইতেছে যে, চ ক রেখা দক্ষিণ দিকে যাইবে। পরিশেষে দৃষ্ট হইবে যে, ক ◎ নিদর্শন স্থানের কোণপরিমাণ ৫৮° ২৩´, সুতরাং ক খ রেখা চ ক রেখার বামদিকে যাইবে। এইরূপ কোণের পরিমাণ দ্বারা জ্ঞাত হওয়া যায় যে, নূতন রেখা পূর্ব্বতন রেখার দক্ষিণ বা বামপার্শ্বে বক্র হইয়া যাইবে কিনা, অর্থাৎ কোণের পরিমাণ ১৮০° অপেক্ষা ন্যূন হইলে, নূতন রেখা পূর্ব্বতন রেখার বামদিকে এবং তদপেক্ষা বৃহৎ হইলে দক্ষিণ দিকে যাইবে। যন্ত্রের শূন্য বিন্দুটী অগ্রবর্ত্তী রেখার আরম্ভ স্থলে চালিত করিতে হইবে। অতএব চিঠাতে প্রথম রেখা ভিন্ন, অপর রেখা সমুদায়ের বিয়ারিং লইবার আবশ্যকতা থাকেনা।

নক্সা ও প্রমাণকরণ।

নির্দ্দিষ্ট অভিমুখে ক খ রেখা পাত করিয়া, তাহাতে নির্দ্দিষ্ট দৈর্ঘ্য অর্থাৎ ২৩০২ লিঙ্ক চিহ্নিত কর। পরে কোণমান যন্ত্রের কেন্দ্র খ ◎ নিদর্শন স্থানের উপর বসাও, ও

তাহার ঋজু পার্শ্ব উক্ত ক খ রেখার সহিত মিলিত করিয়া খ চিহ্নে ৮১° ২৯´ পরিমিত একটী কোণ গ্রহণ করিয়া একটী চিহ্ন দাও। পরে খ বিন্দু ও উল্লিখিত চিহ্ন দিয়া নির্দ্দিষ্ট দৈর্ঘ্য অর্থাৎ ২৬৭৮ লিঙ্ক পরিমিত খ গ একটী রেখা পাত কর। এইরূপে গ ও ঘ বিন্দুস্থ কোণ অঙ্কিত করিয়া পরবর্ত্তী রেখাদ্বয় পাত কর। চ বিন্দুস্থ কোণ ২৪১° ৩৮´; সুতরাং, চ ক রেখা অবশ্যই ঘ চ রেখার দক্ষিণে আসিবে ও চ বিন্দুতে যে কোণ নিষ্কাশন করিতে হইবে, তাহা ৩৬০° — ২৪১° ৩৮´ = ১১৮° ২২´ হইবে, এবং চ ক রেখা অঙ্কিত করিলে তাহা মাপের আরম্ভ স্থান ক বিন্দুতে মিলিত হইবে, কিম্বা তাহার অত্যন্ত নিকটস্থ হইবে। কিন্তু যদি চ ক রেখা ক বিন্দুতে মিলিত না হইয়া তাহা হইতে দূরে পতিত হয়, তাহা হইলে কোণ গ্রহণ করিতে অথবা রেখা মাপ করিতে ভ্রম হইয়াছে বুঝিতে হইবে। বহুভুজ ক্ষেত্রের অন্তরে বাহুর দ্বিগুণিত চতুরূন সমকোণ থাকে। সুতরাং, এই নির্দ্দিষ্ট ক্ষেত্রের ৫টী অন্তরস্থ কোণের সমষ্টি = ৫ × ২ — ৪ = ৬ সমকোণ = ৯০° × ৬ = ৫৪০° হইবে।

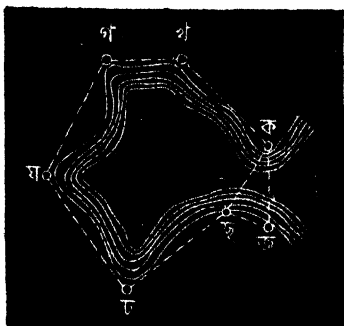
যথা,— খ বিন্দুস্থ কোণ = ৮১° ২৯´
গ ঐ = ১১১° ৩৯´
ঘ ঐ = ৪৬° ৫১´
চ ঐ = ২৪১° ৩৮´
ক ঐ = ৫৮° ২৩´

কোণ সম্বন্ধে প্রমাণ ৫৪০°

পূর্ব্বোক্ত ফল হইতে প্রতীত হইতেছে যে, কোণগুলি বিশুদ্ধ রূপে গৃহীত হইয়াছে, কিন্তু যদ্দিচ ক রেখা ক বিন্দুতে না মিলে, তবে কোন রেখা পরিমাণ করিতে বা চিঠাতে

লিখিতে ভ্রম হইয়াছে। এই ভ্রম অনায়াসে সংশোধিত হইতে পারে।

হ্রদ, ঝিল ও বৃহৎ পুষ্করিণীর মাপ ও নক্সা অঙ্কিত করা পূর্ব্বোক্ত প্রকারে হইতে পারে।

২। পার্শ্বে যে চিত্র-ক্ষেত্র প্রদর্শিত হইল, ইহা একটী উপসাগর। অর্ণবযান নিরাপদে রাখিবার নিমিত্ত ইহার পরিমাণ করা আবশ্যক।

এই চিত্রে জোয়ারের সময় উপকূলের সীমা প্রদর্শিত হইয়াছে। খ, গ, ঘ, চ, ছ ও জ কয়েকটী নির্দ্দিষ্ট স্থানে নিশান স্থাপনপূর্ব্বক, ক ◎ হইতে জরীপ আরম্ভ করিয়া ঐ স্থানেই জ ক ছ কোণ গ্রহণ কর। প্রথমে খ ক রেখাকে পশ্চাৎ দিকে জোয়ারের চিহ্ন পর্য্যন্ত বর্দ্ধিত করিয়া খ ◎ পর্য্যন্ত মাপিয়া ক খ গ কোণ গ্রহণ কর। এইরূপে অগ্রবর্ত্তী রেখাসমূহের ও কোণগুলির পরিমাণ গ্রহণ করা হইলে, ক ছ জ কোণ ও ছ জ ক কোণ গ্রহণ করিয়া ছ জ রেখাকে জোয়ারের জলের সীমা পর্য্যন্ত বর্দ্ধিত কর। জরীপের সঙ্গে সঙ্গেই সমুদায় লম্বগুলির পরিমাণ যে গৃহীত হইয়াছে তাহা বলা বাহুল্য। এইক্ষণে পূর্ব্বে যে বনের নক্সার উদাহরণ দেওয়া হইয়াছে, তদনুরূপ এই উপসাগরের প্রতিকৃতি অঙ্কিত করা যাইতে পারে ও কোণের

বিস্তৃতি দ্বারা রেখা সমূহের অভিমুখ জানা যাইতে পারে। এই বন্দরের দ্বার অর্থাৎ প্রবেশপথ অতি বিস্তৃত বলিয়া ক ছ ও ক জ রেখাদ্বয়ের পরিমাণ প্রাপ্ত হওয়া যাইতে পারে না বটে, কিন্তু এতদ্দ্বারা জরীপ কার্য্যের বিশুদ্ধতা অবগত হওয়া যায়। অর্থাৎ ক, ছ ও জ বিন্দুস্থ কোণ পরিমাণ করিয়া জরীপ ঠিক হইল কিনা তাহা জানা যাইতে পারে।

৩। কোণবীক্ষণ যন্ত্রদ্বারা জরীপ করিয়া নিম্নলিখিত সংক্ষিপ্ত বিবরণ হইতে একটী নদীর নক্সা অঙ্কিত করিতে হইবে। (৩৫৮ পৃষ্ঠার প্রতিকৃতি দ্রষ্টব্য)।

	ছ পর্য্যন্ত ১০০	৩০
	০	৩০
< ঘচছ	১০৪°	
	চ হইতে	বামে
	চ পর্য্যন্ত ৪৩০	৫০
	৪০০	৯০
	১৫০	২২
< গঘচ	১৩৩°	
	ঘ হইতে	দক্ষিণে
	ঘ পর্য্যন্ত ২৮০	৪০
	২০০	৩০
< খগঘ	১১৫°	
	গ হইতে	দক্ষিণে
	গ পর্য্যন্ত ৩৮০	৯০
	২০০	৩০
	০	৪০
< কখগ	১১৩°	বামে
	খ হইতে	
	খ পর্য্যন্ত ১৫০	২০
	০	৪০
আরম্ভ	ক হইতে	গমন প

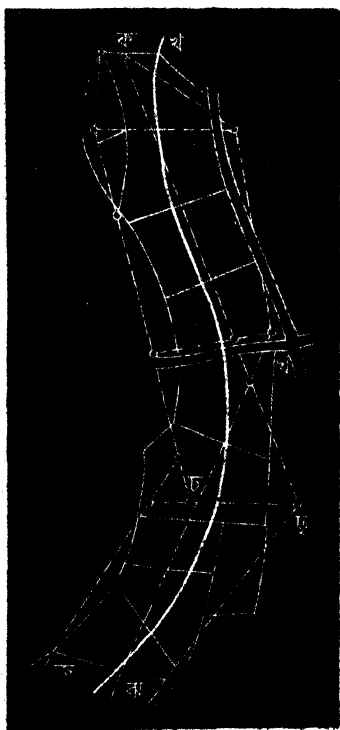
ক ও খ দুইটী নিদর্শন স্থানে পতাকা স্থাপন করিয়া, ইহাদের মধ্যগত দূরত্বপরিমাণ ও ইহার উপর অঙ্কিত লম্বের পরিমাণ নির্ণয় কর। পরে খ স্থানে আসিয়া গ চিহ্নিত স্থানে একটী নিশান প্রোথিত কর, এবং গ নিদর্শন স্থানে কোণবীক্ষণ যন্ত্র স্থাপন কর, ও ক খ গ কোণের মান নিরূপণ করিয়া চিঠাতে "ক ও গ-র মধ্যগত কোণের মান" বা "<ক খ গ" এই বলিয়া লিখ। অনন্তর গ চিহ্নিত স্থানে উপস্থিত হইয়া ঘ স্থানে একটী নিশান প্রোথিত কর, ও খ গ ঘ কোণের মান নিরূপণ করিয়া চিঠাতে লিখ। এই রূপে অন্যান্য কোণের অংশপরিমাণ লিখিয়া যাও।

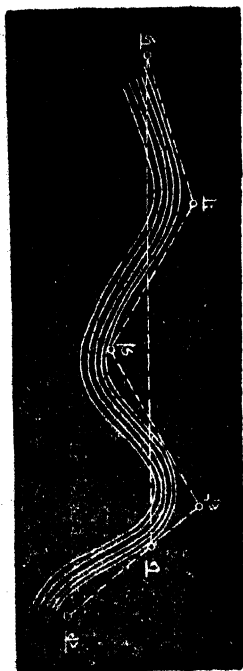
সমান অংশের মানদণ্ড দ্বারা ১৫০ হাত পরিমিত একটী রেখা ক খ অঙ্কিত কর, এবং তাহার উপর লম্বগুলি পাত কর। পরে কোণমান গজের মধ্যস্থল খ চিহ্নিত স্থানে স্থাপিত করিয়া, তাহার এক পার্শ্ব ক খ রেখার উপর রাখ, এবং ক খ গ কোণকে ১১৩° অংশ পরিমিত করিয়া লও। পুনশ্চ, কোণমান গজের মধ্যস্থান গ চিহ্নিত স্থানে রাখিয়া গ ঘ এরূপে অঙ্কিত কর যে, খ গ ঘ কোণের মান ১১৫° হয়। এইরূপে অন্যান্য শৃঙ্খল রেখাগুলি আঁকিয়া যাও।

৪। নিম্নে যে চিত্রক্ষেত্র প্রকাশিত হইল, ইহার মধ্যস্থ খ জ স্থূল কুটিল রেখাটী একটী লৌহবর্ত্ম। ইহা ক ছ ১ম তল রেখার ক স্থানে আরম্ভ হইয়া ছ পর্য্যন্ত গমন পূর্ব্বক গ ঝ প্রধান রেখার দিকে ফিরিয়াছে; এবং ইহাকে একবার উল্লঙ্ঘন ও আর বার প্রত্যুল্লঙ্ঘন করিয়াছে। গ ঝ

রেখা ক ছ-র সহিত চ ছ প্রামাণিক রেখার দ্বারা যুক্ত হইয়াছে। এই রূপে পরবর্ত্তী প্রধান রেখা, গ ঝ রেখার সহিত সংযুক্ত করিয়া, লৌহবর্ম্ম যে অভিমুখে বা যত দূর বিস্তৃত হউক না, জরীপ হইতে পারে।

৫। নিম্নে যে নদীর প্রতিকৃতি প্রদর্শিত হইল, ইহার জরীপ ও নক্সা করিতে হইবে।

নদী যে যে স্থানে বক্র হইয়াছে প্রথমতঃ সেই সেই স্থানে এক একটী নিশান প্রোথিত কর, যথা ক, খ, গ, ঘ, ছ। পরে ক খ সরল রেখা মাপিয়া যাও ও তাহার উপর যে যে লম্বগুলি উত্তোলন করা হইবে তাহাদের পরিমাণও গ্রহণ কর। যদি নদীর পরিসর বড় না হয়, তাহা হইলে একটী শূন্যগর্ভ সীসার গোলায় এক খণ্ড সূত্রের এক প্রান্ত বান্ধিয়া, অপর প্রান্ত হস্তে ধারণপূর্ব্বক উহাকে জলে নিক্ষেপ কর। ঐ গোলা ভাসিতে ভাসিতে

নদীর অপর পারে পৌঁছিলে, উহাকে টানিয়া লইয়া সূত্রটী মাপিলে নদীর পরিসর স্থির হয়। ক খ রেখা মাপিবার সময় ◎ চ-তে একটী নিশান পুতিয়া যাও। এই স্থান হইতে নদীর দৈর্ঘ্যের অভিমুখ অনেক দূর পর্য্যন্ত লক্ষিত হইয়া থাকে। কখ রেখা মাপিয়া খ কোণ গ্রহণ করাতে তাহার পরিমাণ ১৮০° অপেক্ষা ন্যূন হওয়াতে প্রতীত হইতেছে যে, খ গ রেখা বামাভিমুখে চলিয়াছে। অনন্তর, খ গ রেখা মাপিয়া গ কোণ গ্রহণ করাতে তাহার পরিমাণ ১৮০° অপেক্ষা বেশী

হওয়াতে প্রতীত হইতেছে যে, গ ঘ রেখা দক্ষিণাভিমুখে চলিয়াছে। এইরূপে ছ পর্য্যন্ত মাপিয়া, ছ স্থানে ছ চ রেখা দ্বারা যে কোণ হইয়াছে তাহা পরিমাণ কর। ইহার দ্বারা জরীপের বিশুদ্ধতা নিরূপিত হইবে। যদি নদীর পরিসর বৃহৎ হয়, তাহা হইলে নদীর অপর পারে যাইয়া পূর্ব্বোক্ত রূপ প্রক্রিয়া কর, এবং খ গ রেখাকে বর্দ্ধিত করিয়া দুই পার্শ্বের জরীপী রেখাকে সংযুক্ত কর।

উৎকৃষ্ট প্রথানুসারে চিঠা লিখিবার ধারা।

প্রায় ৫০ বৎসর হইল ডাক্তর রভ্‌হেম চিঠা লিখিবার পশ্চাল্লিখিত উৎকৃষ্ট প্রথা প্রকাশ করেন; ইহা এইক্ষণে ইউরোপে প্রায় সর্ব্বত্র প্রচলিত হইয়াছে।

এই জরীপ অসি নদীর উপর যে সেতু আছে, তাহার উত্তরপশ্চিম পার্শ্বস্থ স্তম্ভ হইতে আরম্ভ হইয়া, উত্তর-পশ্চিমাভিমুখে এরূপে চলিয়াছে যে, তদ্দ্বারা ১ চিহ্নিত বনটীর মধ্যে না পড়িয়া তাহার ঠিক ধার দিয়া গিয়াছে। শৃঙ্খল রেখাগুলি বন্ধনীর অন্তর্গত সংখ্যাবাচক অঙ্কদ্বারা নির্দ্দেশিত হইয়াছে, এবং ক্ষেত্রের ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র অংশগুলি নির্দ্দেশ করিবার জন্য শুদ্ধ সংখ্যাবাচক অঙ্ক প্রয়োগ হইয়াছে। ১ চিহ্নিত শৃঙ্খল রেখায় ২৫০, ১২৬০, ১৮৯০ ২৩৩৫, ২৮৭৫, ৩৭২০, এবং ৪৭০০ লিঙ্কের স্থলে নিদর্শন স্থান রাখা হইয়াছে। এই সকল নিদর্শন স্থান হইতে, বাম ও দক্ষিণ দিকে শৃঙ্খল রেখা অঙ্কিত হইতে পারে। এই ১ চিহ্নিত রেখাটী সাতটী বেড়া পার হইয়া ৪৭২৬ লিঙ্কের নিকট শেষ হইয়াছে। এতদ্দ্বারা প্রতীয়মান হইবে যে, ১১ চিহ্নিত বাগান ও বাটীর দক্ষিণের বেড়া কোন্ অভিমুখে গিয়াছে, তাহা ১ চিহ্নিত রেখার বাম দিকে ১৪২৪ লিঙ্কের নিকট নির্ণীত হইয়াছে।

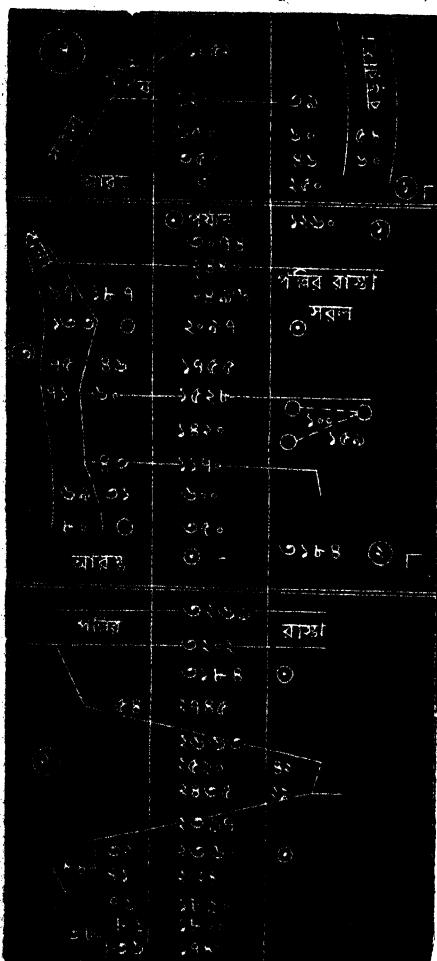
দ্বিতীয় রেখা মৌজার উত্তরপশ্চিম কোণে আরম্ভ হইয়া ২৪ লিঙ্কের কাছে সীমা উল্লঙ্ঘন পূর্ব্বক ১ রেখার ৪৭০০ লিঙ্কের নিকট নিদর্শন স্থানের মধ্য দিয়া গমন করিয়া, বড় রাস্তার

ষ্টেন্‌লি সাহেবের জমীদারী জরীপ।

পশ্চিম দিকস্থ বেড়ার নিকট শেষ হইয়াছে। এই রেখার

২১৬০ ও ৩১৮৪ লিঙ্কের স্থানে নিদর্শন স্থান চিহ্নিত করিয়া, তথা হইতে মৌজার উত্তর পার্শ্বের লম্ব উত্তোলন করা হইয়াছে।

৩য় শৃঙ্খল রেখা ২য় রেখার ৩১৮৪ লিঙ্কের থাক হইতে আরম্ভ হইয়া দক্ষিণাভিমুখে চলিয়াছে। ইহা চিঠাতে এই রূপে চিহ্নিত আছে, " আরম্ভ ◎ ৩১৮৪লিঙ্ক ⌈," কোন রেখা দক্ষিণ ...দিকে ফিরিলে ⌈ এই চিহ্ন প্রদত্ত হয়, ও বামে ফিরিলে ⌉ এই রূপ চিহ্ন প্রদত্ত

হয়। ৩য় রেখা বড় রাস্তার সন্নিকটে অনেক দূর পর্য্যন্ত যাইয়া, ৮ম ও ৯ম কিতা জমীর মধ্যে পল্লীর রাস্তা উল্লঙ্ঘন পূর্ব্বক, প্রথম রেখায় ১২৬০ লিঙ্কের স্থলে যে থাক আছে, তথায় আসিয়া মিলিত হইয়াছে। ৪ ও ৮ চিহ্নিত জমীর মধ্যগত বেড়ার অভিমুখ একটী যোগ রেখার দ্বারা প্রদর্শিত হইয়াছে। ৩ রেখার পরিমাণ ৩০৭৪ লিঙ্ক এবং ১ ও ২ রেখার সহিত যুক্ত হইয়া একটী ত্রিভুজ উৎপন্ন হইয়াছে।

৪র্থ রেখা ১ম রেখার ২৫০ লিঙ্কে কল্পিত থাক হইতে আরম্ভ হইয়া, [দক্ষিণাভিমুখে গমন পূর্ব্বক ২য় রেখার ২০৯৭ লিঙ্কে কল্পিত থাকে মিলিত হইয়াছে।

৫ম রেখা ৩য় রেখার ১৪২০ লিঙ্কে কল্পিত থাক হইতে আরম্ভ হইয়া দক্ষিণাভিমুখে গমন পূর্ব্বক ২ রেখার ২৩৬০ লিঙ্কে কল্পিত থাকে মিলিত হইয়াছে।

৬ষ্ঠ ও ৭ম রেখা জরীপ করিলে, ১মরেখার উত্তরপূর্ব্ব দিকের সমুদায় রেখা জরীপ হইল বলিতে হইবে।

৮ম রেখা ২য় রেখার মূল হইতে আরম্ভ হইয়া, দক্ষিণ মুখে গমন পূর্ব্বক অসি নদীর উত্তর কূলে সমাপ্ত হইয়াছে।

৯ম রেখা ৮ম রেখার ৪৭১৩ লিঙ্কে কল্পিত থাক হইতে আরম্ভ হইয়া, ১ম রেখার ২৫০ লিঙ্কে কল্পিত থাকে মিলিত হইয়াছে।

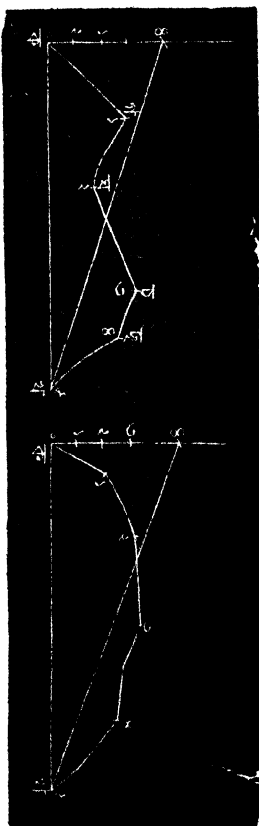
চিঠার অবশিষ্ট অংশ নিম্নে প্রদর্শিত হইল, আর বেড়া প্রভৃতির প্রতিরূপ দেওয়া গেল না, যে কিয়দংশের নক্সা উপরে দেওয়া হইয়াছে; পাঠক তদ্দর্শনে প্রতিরূপ আপনি লিখিতে পারিবেন।

(১২)		◎ পর্য্যন্ত	৯০০ মধ্যে (৮)
		১০৭৭	
	ডি	১০৩২	বেড়া
		৯০০	২৯
		৭৮০	৫৭
		৫৫০	৩১
		◎ হইতে	৩৭২০ মধ্যে ১ ⌉
(১১)		◎ পর্য্যন্ত	২৮৭৫ মধ্যে (১)
		১৫২৬	
		১৪৩৬	৫৮
		১০৪০	৭১
		৮৯০	৯৮
		৮২০	◎
		৭০০	৬৯
		৫৬০	৩৬
		২০০	৫৮
	ডি	৭৪	বেড়া
		◎ হইতে	১৭৪০ মধ্যে (৮) ⌉
(১০)	ডি	২১৭৪	বেড়া
		◎ পর্য্যন্ত ৯২°	
		২০৪৫	
		১৯৫০	
	৯৩	১৩১৬	২৮ বেড়া
ডি	২৩	△	খুঁটী
		১২৫০	
৭	৩৭	১১৭৯	১৩ গোলা গৃহ
বাহিরে	৩৭	১১৬০	
৫৭ ইমারত	৩৮	১০০৮	
১৮৮	৩৮	৯৭২	১২ ৫৪
৭	০	৭৪০	৪৩
	৮	৭০০	৬২
ডি	৫৬	৬০৮	বেড়া
নরুলবেড়া ৪৭	৪০	৫০৩	
২৮৬ ৪৮	৪৩	২০৮	
		◎ হইতে	১৮৯০ মধ্যে (১) ⌉

(১৭) সরল বেড়া		৫৩৮	পার (বন)
		◎ পর্য্যন্ত	৮৭০ মধ্যে (১৬)
অসিনদীর বিস্তার ১২৫ লিঙ্ক		৪৪৭	
	৩৬	৪০০	
	২২	২৫০	
১২৮	৪	৬৮	ডি
সেতু	১২	৫২	
১২০	১২	১০	
		◎ হইতে	মধ্যে (১)।
(১৬)		◎ ৩১৪ পর্য্যন্ত	◎ বামে, নিকট ২৫০
		১৪৫৮	মধ্যে ১
		৮৭০	◎
সরল বেড়া ডি		৭৮৬	৩১ অসি নদীর বিস্তার ১২৫ লিঙ্ক
		৭০০	২৪
		৫০০	১৮
		৩০০	৫৮
		১৫০	১০৬
		◎ হইতে	১৩১০ মধ্যে (১৫)
(১৫) নদী ব্যবধান পার		১৪৪০	
		১৩৬০	
		১৩১০	◎
		১২০০	১২১ অসি নদীর বিস্তার ১২৫ লিঙ্ক।
		১০১৫	১৫৯
		৮৮০	১৬১
		৭৫০	১১৫
সরল বেড়া ডি ৩৪		৬১০	৪১
বন			
সরল বেড়া ডি ২৬		২৬৪	২৮
		১৫০	৯১
		◎ হইতে	১৬৬০ মধ্যে (৯)

ক্ষেত্র অত্যন্ত বক্র হইলে তাহাকে সমকোণিক ত্রিভুজে পরিবর্ত্তিত করিয়া জরীপ করিতে হয়।

মনে কর ক গ ঘ চ ছ খ একটী বক্র বা শঙ্কর ক্ষেত্র; ইহাকে একটী সমকোণিক ক্ষেত্রে পরিবর্ত্তিত করিতে হইবে যাহার ক্ষেত্রফল ইহার সমান হইবে।

ক্ষেত্রের যে কোন প্রান্ত, যথা ক হইতে ক খ ভূমির উপর কোণমান গজদ্বারা ক ৪ একটী অপরিমিত লম্ব উত্তোলন কর। ক্ষেত্রের যে প্রান্ত হইতে লম্ব উত্তোলন করা হইল, সেই স্থান হইতে ক্ষেত্রের প্রত্যেক কোণে ১, ২ করিয়া একাদি ক্রমে চিহ্ন দাও। ০ ও ২ চিহ্নিত কোণের উপর সমান্তরাল (রুলার) পরিমাপক রাখিয়া, ১ চিহ্নিত কোণের উপর দিয়া একটী সমান্তরাল রেখা টান। এই সমান্তরাল রেখা যে বিন্দুতে

ক খ লম্বকে অবচ্ছিন্ন করিবে, সেই বিন্দুকে ১ সংখ্যা দ্বারা চিহ্নিত কর। এইরূপে ক্রমশঃ লম্বের উপর যত বিন্দু পাত হইবে, সেই বিন্দুগুলি ক্রমান্বয়ে ১, ২, ৩ এইরূপ সংখ্যা দ্বারা চিহ্নিত করিবে। লম্বস্থ ১ ম বিন্দু ও ক্ষেত্রের তৃতীয় কোণ পর্য্যন্ত সমান্তরাল (রুলার) পরিমাপক ধরিয়া দ্বিতীয় কোণের উপর দিয়া সমান্তরাল রেখা টান। এই রেখা যে বিন্দুতে লম্বকে অবচ্ছিন্ন করিবে, তাহাকে পূর্ব্ব মত ২ অঙ্ক দ্বারা চিহ্নিত করিবে। এই রূপ প্রক্রিয়া করিয়া লম্বের সর্ব্বোপরি যে স্থানে চিহ্ন পড়িবে, সেই স্থানের সহিত ভূমির অপর প্রান্ত যোগ করিয়া দিলে, যে সমকোণিক ত্রিভুজ উৎপন্ন হইবে, তাহাই ঐ ক্ষেত্রের সমান। ইউক্লিডের যে প্রতিজ্ঞাটী লইয়া এই প্রক্রিয়ার যৌক্তিকতা স্থির হইয়াছে তাহা এই, "যে সকল ত্রিভুজ এক ভূমির উপর ও সেই ভূমির সমান্তরাল রেখার মধ্যে থাকে তাহারা পরস্পর সমান।"

যদি ক্ষেত্রের সীমা কোণবিশিষ্ট না হইয়া বৃত্তাকার হয়, তাহা হইলে বৃত্তাকার অংশকে এরূপে খণ্ড খণ্ড করিবে যে, প্রত্যেক খণ্ড এক একটী সরল রেখা হয়। অনন্তর পূর্ব্বোক্ত প্রণালী অনুসারে প্রক্রিয়া করিতে হইবে।

তক্তি (প্লেন্ টেবিল) ব্যবহার করিয়া জরীপ করিবার ধারা।

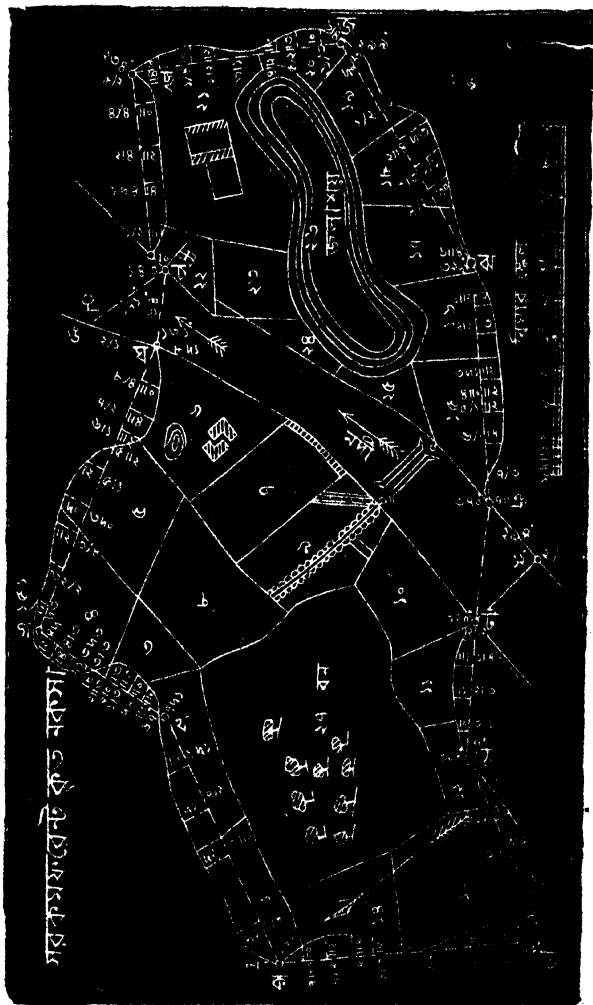
কোণবীক্ষণ যন্ত্র দ্বারা জরীপ হইলে ভূম্যাদির ক্ষেত্রফল এবং কোণগুলির অংশপরিমাণ অতি সূক্ষ্ম হয় বটে, কিন্তু এই জরীপ সহজ নহে ও ইহাতে বিস্তর বিলম্ব হয়। অপর,

জরীপ করিতে করিতে নক্সা প্রস্তুত হয় না; সুতরাং জরী-পের পরে নক্সা করিলে তাহাতে ভ্রম হইবার অধিক সম্ভা-বনা, আর ঐ ভ্রম শোধনার্থে পুনর্ব্বার জরীপের প্রয়োজন হইয়া থাকে। এই জন্য তক্তি (প্লেন্ টেবিল) নামক যন্ত্র দ্বারা ভূমির পরিমাণ করিলে পূর্ব্বোক্ত অসুবিধা অনেক অংশে পরিহার হইয়া থাকে।

তক্তি খানি একটী কৌশল দ্বারা ত্রিপদির উপর সংযুক্ত হইয়া থাকে। তক্তির সঙ্গে এক গাছি কাষ্ঠের যষ্টি থাকে, উহা তক্তি অপেক্ষা কিঞ্চিৎ লম্বা। উহার দুই পার্শ্বে কাষ্ঠের দুই খানি বীক্ষণ চুঙ্গী (সাইট ভান) যুক্ত থাকে। একটী চুঙ্গীর মধ্য দিয়া দৃষ্টি করিলে অন্যটীর ভিতর দিয়া যে পদার্থ দেখিতে পাওয়া যায়, তাহা ঐ যষ্টির সমসূত্রে পতিত বলিয়া জানিতে হইবে। জরীপ আরম্ভ করিবার পূর্ব্বে একতা কাগজের চারি ধারে আঠা দিয়া তক্তির উপর যুক্ত করিয়া দিবে, এবং যে মানদণ্ড দ্বারা নক্সা করিতে হইবে তাহা সেই কাগজের শীর্ষদেশে অঙ্কিত করিবে। পরে প্রথম নিদর্শন স্থানে গমন পূর্ব্বক ত্রিপদি বসাইয়া তাহার উপর তক্তি আঁটিয়া দিবে। অনন্তর, কাগজের যে খানে নক্সা আরম্ভ করিলে সমুদায় গ্রামের নক্সা উহাতে ধরিতে পারে বলিয়া বোধ হইবে, তথায় প্রথম নিদর্শন স্থান চিহ্নিত করিয়া, তাহার উপর একটী পিন প্রোথিত করিবে। পরে যষ্টিকে ঐ পিনের গাত্রে ধরিয়া যেখানে দ্বিতীয় নিদর্শন স্থান মনোনীত করা গিয়াছে, তাহার দিকে যষ্টির একটী

বীক্ষণচুঙ্গী ফিরাইয়া অপর বীক্ষণ চুঙ্গী দিয়া সমসূত্রে দেখিতে থাকিবে। যতক্ষণ ঠিক লক্ষ্য স্থানের দিকে না হইবে, ততক্ষণ যষ্টিকে অল্প অল্প সরাইতে থাকিবে। যষ্টি যখন ঠিক দ্বিতীয় নিদর্শন স্থানের দিকে হইবে, তখন তাহার ধারে ধারে প্রথম নিদর্শন স্থানের উপর দিয়া রেখা পাত করিবে। এই রেখাটী প্রথম শৃঙ্খল রেখা হইবে। অনন্তর, প্রথম নিদর্শন স্থান হইতে দ্বিতীয় প্রোথিত ধ্বজা পর্য্যন্ত রজ্জুপাত দ্বারা ভূমির পরিমাণ নির্দ্দেশ করিয়া, নক্সার কাগজে মানদণ্ড দ্বারা পরিমিত রেখা পাত করিবে; এবং যদ্যপি ঐ চিহ্নদ্বয়ের সংযোজক ফিতা বা রজ্জু, যে গ্রামাদি জরীপ হইতেছে, ঠিক তাহার সীমাতে না পড়ে, তবে তাহার উভয় পার্শ্বস্থ ভূমিখণ্ডের পরিমাণাদি জানিবার নিমিত্ত, ঐ পতিত রজ্জু হইতে পার্শ্বস্থ ভূমি খণ্ডের উভয়-দিকে অপর রজ্জুপাত করিয়া তাহার পরিমাণের সংখ্যা ও তাহার চিত্র নক্সার কাগজে লিখিতে হইবে। পরে দ্বিতীয় নিদর্শন স্থানে গমন করিয়া ত্রিপদি বসাইয়া কাগজের দ্বিতীয় নিদর্শন স্থানের উপর পিন প্রোথিত করিয়া যষ্টিকে তাহার গাত্রে প্রথম নিদর্শনের উপর ঘুরাইয়া আনিবে। পরে যষ্টির সম্মুখের বীক্ষণ চুঙ্গীর ছিদ্রে চক্ষু রাখিয়া ত্রিপদির উপরে তক্তি-কে এরূপে ঘুরাইয়া আনিবে যে, যষ্টির অপর বীক্ষণ চুঙ্গী দিয়া যেন পশ্চাতের নিদর্শন স্থানটী ঠিক লক্ষ্য করা যায়। এইরূপে ত্রিপদির উপর তক্তি আঁটিয়া দিয়া যষ্টিকে পিনের গায়ে ধরিয়া তৃতীয় নিদর্শন স্থানের দিকে লক্ষ্য করিবে। যখন

যষ্টি ঠিক তৃতীয় নিদর্শন স্থানের দিকে হইবে, তখন উহার ধারে ধারে রেখা পাত করিবে। এই রেখা দ্বিতীয় শৃঙ্খল রেখা হইবে। জরীপ শেষ হইয়া গেলে ছুরি দ্বারা কাগজের চারি ধার কাটিয়া তক্তি হইতে তুলিয়া লইতে হইবে।

তক্তির গাত্রে একখানি স্বতন্ত্র কাষ্ঠে একটা চুঙ্গীর মধ্যে কখন কখন একটা দিগ্‌দর্শন যন্ত্র থাকে। চুঙ্গীর ভিতরে কাঁটার মুখের কাছে একখানি অংশপট্ট থাকে। তাহার মধ্য রেখাতে শূন্য লেখা থাকে। যখন ঐ শূন্যের দিকে ফিরিয়া দিগ্‌দর্শন যন্ত্রের কাঁটার উত্তর প্রান্ত স্থির হয়, তখন তক্তি উত্তর-দক্ষিণ ভাবে আছে বলিয়া জানিতে হয়। তক্তির কাগজের উপর উত্তর-দক্ষিণ করিয়া রেখা টানিতে হইলে যষ্টিকে কাঁটার সমান্তরাল করিয়া টানিলেই হয়। সেই রেখার উত্তর দিকে তীরের ফলা আঁকিয়া দিলে নক্সায় উত্তর দিক্ নিরূপিত হয়। এই রূপ ক্রমশঃ দ্বিতীয়, তৃতীয় প্রভৃতি নিদর্শন স্থান হইতে গ্রামের চতুঃসীমা মাপ করিয়া তাহার চিত্র এবং পরিমাণের সংখ্যা নক্সার কাগজে লিখিবে। পরে ক্রমশঃ ঐ সীমার অন্তর্গত এক এক খণ্ড ভূমির মাপ এবং নক্সা করিবে। আর ঐ ক্ষেত্রে বৃক্ষ, পুষ্করিণী, নদ, নদী, খাল, বিল, জঙ্গল, পথ, বাটী, মন্দির প্রভৃতি, এবং ক্ষেত্রোৎপন্ন শস্যাদি যে স্থলে যেরূপ আছে, তাহার নাম, পরিমাণ, আকৃতি এবং বিবরণ, তত্তৎ স্থানে ঐ নক্সার কাগজে চিহ্নিত ও অঙ্কিত করিবে। ঐ সকল প্রক্রিয়া শেষ হইলে, গ্রামাদির পরিমাণ ও নক্সার পাণ্ডুলিপি প্রস্তুত হইবে। তাহার পর গ্রামের মধ্যস্থ কোন স্থানে

দিগ্দর্শন যন্ত্র স্থাপন করিয়া, তদ্দ্বারা দিঙ্নির্ণয় করিয়া নক্সাতে তাহা অঙ্কিত করিবে।

মনে কর কোন এক দীর্ঘিকার সন্নিকটে তক্তি স্থাপিত হইয়াছে। ঐ দীর্ঘিকার চারি কোণে চারিটী নিশান প্রোথিত কর। ঐ দীর্ঘিকার নক্সা কাগজে অঙ্কিত করিতে হইলে তক্তির উপরিস্থিত কাগজের কোন স্থানে একটী পিন প্রোথিত কর। ঐ পিনের পার্শ্ব সংলগ্ন করিয়া রুলখানিকে স্থাপন পূর্ব্বক, রুলের প্রথম বীক্ষণ চুঙ্গীর মধ্য দিয়া দ্বিতীয় বীক্ষণ চুঙ্গীর মধ্যস্থিত তার ও ভূমিনিখাত প্রথম নিশান সমসূত্রে পতিত হইয়াছে কি না দর্শন কর। যে পর্য্যন্ত সমসূত্রে পতিত না হয়, রুলখানিকে দক্ষিণ কি বাম পার্শ্বে সরাইতে থাক। সমসূত্রে পতিত হইলেই রুলের পার্শ্ব দিয়া পেন্সিল দ্বারা একটী রেখা অঙ্কিত কর। ঐ রেখার কোন না কোন স্থানে দীর্ঘিকার এক কোণ হইবেক। এই রূপে দীর্ঘিকার আর তিনটী কোণ অনুসারে তিনটী রেখা অঙ্কিত কর। অনন্তর তক্তিকে দীর্ঘিকার অন্য পার্শ্বে সংস্থাপন পূর্ব্বক চারি কোণ অনুসারে রেখা টানিলে, পূর্ব্ব অঙ্কিত চারিটী রেখাকে যে যে বিন্দুতে ছেদ করিবে সেই সেই বিন্দুতে রেখাগুলিকে পরস্পর সংলগ্ন করিয়া দিলে দীর্ঘিকার অবিকল নক্সা চিত্রিত হইবেক। এই রূপে অন্যান্য পদার্থের অবস্থান নিরূপিত হইয়া থাকে। স্পষ্টই প্রতীয়মান হইতেছে, শৃঙ্খল ও দিগ্দর্শন যন্ত্রদ্বারা যে জরীপ করা যায়, তাহা বিশুদ্ধ হইলে, তক্তির জরীপ বিশুদ্ধ হয়। তক্তির ন্যায় সামান্য কিম্বা মৌকুরিক দিগ্দর্শন যন্ত্রের সহিত দূরবীক্ষণ যন্ত্র থাকে না;

সুতরাং দূরবর্ত্তী কোন পদার্থ দৃষ্টিগোচর হয় না। তন্নিবন্ধন সামান্য দিগ্দর্শন যন্ত্র এবং শৃঙ্খল দ্বারা জরীপ করিয়া ভূমির মধ্যগত পদার্থ সকলের অবস্থান লম্ব দ্বারা নিরূপিত হয়।

শুদ্ধ শৃঙ্খল ও তক্তির দ্বারাই জরীপের সমুদায় কার্য্য সম্পন্ন হইতে পারে। তক্তিকে চুম্বক স্থচীর সমান্তরালে স্থাপন পূর্ব্বক তক্তির কাগজে ঐ স্থচীর সমান্তরালে একটী রেখা অঙ্কিত করিলে ঐ রেখাকে মাধ্যাহ্নিক রেখা বলে। ভূমির কোন স্থানে একটী নিশান নিখাত করিলে এবং মাধ্যাহ্নিক রেখার কোন স্থানে তক্তি স্থাপনের স্থান বলিয়া বিন্দু দ্বারা অঙ্কিত করিলে ঐ নিশানের অবস্থান নির্ণীত হইতে পারে। মাধ্যাহ্নিক রেখা যে স্থানে বিন্দু দ্বারা অঙ্কিত হইয়াছে সেই স্থানে একটী পিন প্রোথিত কর, ঐ পিনের পার্শ্বে সংলগ্ন করিয়া রূলখানিকে স্থাপন কর। ঐ রূল সম্বদ্ধ দুইটী দর্শন চুঙ্গী ও ভূমিনিখাত নিশান সমসূত্রে স্থাপন পূর্ব্বক রূলের পার্শ্ব দিয়া পেনসিল দ্বারা একটী রেখা অঙ্কিত কর। এইক্ষণে তক্তি হইতে ভূমিনিখাত নিশানের দূরত্ব শৃঙ্খল দ্বারা পরিমাণ করিয়া কোন মানদণ্ড অনুসারে কাগজে অঙ্কিত রেখা ছেদ করিলে নিশানের অবস্থান নিরূপিত হইবেক। অন্য অন্য পদার্থের অবস্থানও এইরূপে নিরূপিত হইতে পারে। এই প্রণালী অবলম্বন করিয়া জরীপ করিলে ভ্রম ঘটিবার অনেক সম্ভাবনা, এজন্য জরীপ করিবার সময় সমনোযোগ হওয়া আবশ্যক।

গ্রাম জরীপের সময় কোণবীক্ষণ যন্ত্র দ্বারা যে সকল কোণের বিয়ারিং প্রাপ্ত হওয়া গিয়াছে, তাহা চিঠার নক্সায়

এইরূপে লিখিত হয়, যথা, মাপ আরম্ভ স্থান ক হইতে খ পর্য্যন্ত ৭৸১ কাঠা ভূমি, এবং ক চিহ্নিত কোণের পরিমাণ ১০০°। কখ রেখা, যে গ্রাম জরীপ হইতেছে, ঠিক তাহার সীমাতে না পড়াতে, তাহার পার্শ্বস্থ ভূমির পরিমাণের নিমিত্তে, যে সকল লম্ব রেখা অঙ্কিত হইয়াছে, তাহার পরিমাণাদি তত্তৎস্থানে উক্ত নক্সার চিঠায় ১ম ও ৩য় স্তম্ভে নিম্ন হইতে ঊর্দ্ধক্রমে লিখিত হয়।

প্রথম নিদর্শন স্থানে ধ্বজা প্রোথিত করিয়া, সেই স্থান ক অক্ষর দ্বারা ব্যক্ত কর। পরে তথা হইতে পূর্ব্বদিকে খ চিহ্নিত দ্বিতীয় নিদর্শন স্থানে প্রোথিত ধ্বজা পর্য্যন্ত যে ঋজু রেখা হইল, তদ্দারা ক চিহ্নিত স্থানে যে কোণ উৎপন্ন হইয়াছে, তাহার পরিমাণ ১০০ অংশ; কিন্তু ঐ কখ সরল রেখা জরীপী ভূমির ঠিক সীমার উপর না পড়াতে, তাহার বাম পার্শ্বের ভূমির পরিমাণের নিমিত্তে ঐ রেখার ক চিহ্ন হইতে ১/৪ কাঠা অন্তরে প্রস্থ মাপের জন্য যে লম্বপাত হইয়াছে, তাহার পরিমাণ ৸১ কাঠা; এবং ঐ ক চিহ্ন হইতে ৩৷১ কাঠা অন্তরে দ্বিতীয় লম্বের পরিমাণ ৸২ কাঠা, ৪/২ কাঠা অন্তরে তৃতীয় লম্বের পরিমাণ ৸১ কাঠা; ৬৸১ অন্তরে ৪র্থ লম্বের পরিমাণ ৷০ কাঠা; ৭৸১ কাঠা অন্তরে খ অর্থাৎ দ্বিতীয় নিদর্শন স্থান।

খ চিহ্ন হইতে তৃতীয় নিদর্শন স্থান গ পর্য্যন্ত যে ঋজু রেখা হইল, তদ্দারা খ চিহ্নিত স্থানে যে কোণ উৎপন্ন হইয়াছে তাহার পরিমাণ ৬৭ অংশ। খ গ রেখাটী জরীপী ভূমির সীমা নহে, বরং উহা অন্যের ভূমির মধ্য দিয়া গিয়াছে,

অতএব ইহার দক্ষিণ পার্শ্বের ভূমিপরিমাণের নিমিত্তে থ চিহ্ন হইতে ৷৷০ কাঠা অন্তরে ১ম লম্বের পরিমাণ ৷৷০; এবং ৮৪ কাঠা অন্তরে ২য় লম্বের পরিমাণ ৷৷০ কাঠা; ১৷৩ কাঠা অন্তরে ৩য় লম্বের পরিমাণ ৷৷৩ কাঠা; ২৷০ কাঠা অন্তরে ৪র্থ লম্বের পরিমাণ ৷৩ কাঠা; ২৷৷৩ কাঠাতে দক্ষিণ পার্শ্বের শেষ। বামপার্শ্বে ৩৷৩ কাঠা অন্তরে লম্বের পরিমাণ ৷৪ কাঠা; ৩৮৩ কাঠা অন্তরে ৷৷১ কাঠা; ৪৷৩ কাঠা অন্তরে ৷৪ কাঠা; ৪৮ অন্তরে ৷২ কাঠা এবং ৫/১ অন্তরে গ তৃতীয় নিদর্শন স্থান। এই রূপে গ হইতে ঘ পর্য্যন্ত লম্ব উত্তোলনের স্থান ও দৈর্ঘ্যপরিমাণ লিখিত হইয়াছে। পরে নদী ব্যবধান হওয়াতে তাহার পরিমাণ (অপছুট) এইরূপে নিশ্চিত হইয়াছে, যথা ঘ চিহ্নিত নিদর্শন স্থান হইতে পর পারে চ স্থানে প্রোথিত ধ্বজা পর্য্যন্ত যে নদীর বিস্তার, তাহার উপর দিয়া শৃঙ্খল বা রজ্জুপাত হইতে পারে না; অতএব দিগ্‌দর্শন যন্ত্র দ্বারা তাহার পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে। গ ঘ চ কোণের পরিমাণ ১৩১ অংশ নির্ণয় হইয়াছে, এবং ঘ চিহ্ন হইতে স্বীয় পারে কিয়দ্দূরে, মনেকর ২৷১ কাঠা অন্তরে ঙ চিহ্নিত স্থানে একটী ধ্বজা প্রোথিত হইয়াছে। ঙ ঘ ও ঘ গ রেখার যোগে ঙ ঘ গ কোণের পরিমাণ ৬৪ অংশ। ঘ ঙ বর্দ্ধিত করিয়া ঙ চ রেখা দ্বারা যে কোণ হইয়াছে, তাহার পরিমাণ ১৭১ অংশ এবং ঙ চিহ্ন হইতে ঘ চিহ্নাভিমুখে চ ঙ ঘ বৃত্তখণ্ডের পরিমাণ ২৪৪ অংশ। অতএব ২৪৪° হইতে ১৭১° অন্তর করিয়া অবশিষ্ট যে ৭৩° তাহা চঙঘ কোণের পরিমাণ। আর<গঘচ

=১৩১ অংশ হইতে < গঘঙ=৬৪ অংশ অন্তর করিয়া অবশিষ্ট যে ৬৭°, তাহাই ঙ ঘ চ কোণের পরিমাণ।

ত্রিভুজ ক্ষেত্রের সমুদায় কোণের পরিমাণ ১৮০° স্বভাবসিদ্ধ, অতএব ঘ ঙ চ ত্রিভুজের ঘ চিহ্নিত কোণ ৬৭° ও ঙ চিহ্নের কোণ ৭৩° হইলে, চ চিহ্নিত কোণের পরিমাণ ৪০° হইবে।

পূর্ব্বে উল্লিখিত হইয়াছে যে, স্বীয় পারের ঘ ঙ রেখা ২।১ কাঠা, ঐ রেখার ঙ চিহ্ন হইতে চ চিহ্ন পর্য্যন্ত রেখা পাত কর; এবং ঘ চিহ্ন হইতে চ পর্য্যন্ত রেখা পাত কর। এই দুই রেখার সম্পাত স্থান চ হইতে ঘ ঙ রেখার উপরে যে লম্ব পাত হইবে তাহার পরিমাণই নদীর প্রস্থ পরিমাণের সমান হইবে। এখন কোন কাগজে আধার ভুজের বিয়ারিং ও ব্যবধানানুসারে একটী রেখা পাত কর। পরে তাহার দুই প্রান্ত হইতে পূর্ব্ব লক্ষিত বিয়ারিং অনুসারে দুই সরল রেখা পাত করিলে, যে দুই কোণের উৎপত্তি হইবে, তাহা নদীর উপরিস্থিত ক্ষেত্রের দুইটী কোণের যথাস্থ সমান হইবে। ঐ রেখাদ্বয় যে স্থলে সংলগ্ন হইবে, তাহাই নদীর পর পারে প্রোথিত ধ্বজার স্থল, অর্থাৎ সেইটী ত্রিভুজ ক্ষেত্রের তৃতীয় থাকের স্থল, ইহা স্থির হইলে নদীর উপরিস্থিত ত্রিভুজ ক্ষেত্রের অনুরূপ নক্সা হইবে। সুতরাং উপরের লম্বও সদৃশ হইবে। অতএব ঐ নক্সার তৃতীয় থাক হইতে আধার ভুজের উপর লম্ব পাত করিয়া, যে মানদণ্ড দ্বারা আধার ভুজ পরিমিত হয়, তদ্দ্বারা পরিমাণ করিলেই নদীর উপর যে ত্রিভুজ ক্ষেত্র, তাহার লম্ব অর্থাৎ ধ্বজা

হইতে স্বীয় পারস্থিত ভুজ পর্য্যন্ত যে ব্যবধান, তাহা নির্ণয় হইবে। তৎপরে যদি স্বীয় পারস্থিত ভুজ, নদীকূল হইতে কিঞ্চিৎ দূরে হয়, তবে ঐ ব্যবধান সেই লম্ব হইতে বিয়োগ করিলেই নদীর পরিসর স্থির হইবে।

পূর্ব্বোক্ত নিয়মানুসারে গ্রামের চতুঃসীমার পরিমাণ নির্দ্ধারিত এবং নক্সা অঙ্কিত করিয়া, পরে ঐ গ্রামের মধ্যস্থ এক এক খণ্ড ভূমি পরিমাণ করিতে হয়। প্রত্যেক খণ্ডের অংশপরিমাণ কোণবীক্ষণ যন্ত্রদ্বারা নির্ণয় করিলে কার্য্য অত্যন্ত সূক্ষ্ম হয় বটে, কিন্তু তাহাতে অধিক সময় লাগে, অতএব তাহা না করিয়া যে সকল ভূমিখণ্ড অত্যন্ত কুটিল, তাহার বক্রস্থানে লম্ব উত্তোলন করিয়া খণ্ডানুক্রমে মাপ করিবে। যে ভূমিখণ্ড অত্যন্ত কুটিল, তন্মধ্যে অধিক লম্ব উত্তোলন করিবে, এই রূপে অধিক সংখ্যক লম্ব হইলে, তাহাদের মধ্যে কোন্ লম্বের কত পরিমাণ হইয়াছে, তাহার বিশেষ স্মরণার্থে প্রত্যেক লম্বের পরিমাণ লিখিয়া অনুরূপ চিত্র প্রকাশিত করিবে। যদি কোন বৃহৎ প্রান্তর অথবা মাঠ থাকে, তবে তাহা কোণবীক্ষণ যন্ত্র দ্বারা জরীপ করিতে হইবেক, নতুবা তাহার আকৃতি ও পরিমাণ সম্যক্ প্রকারে স্থির হইবে না।

	গ◎ পর্য্যন্ত			
	৫/১	নদী		
।২	৪৸	< গঘঙ	৬৪°	
।৪	৪।৩	< গঘচ	১৩১°	
॥১	৩৸৩	ঘঙ বর্দ্ধিত		
।৪	৩।৩	করিয়া ঙচ	১৭১°	
	২॥২	দ্বারা যে <		
	২।০	।৩	ঘ◎ পর্য্যন্ত	
	১।৩	॥৩	৮৸১	
	৸৪	॥০	৮/৪	॥
	॥০	॥০	৭/২	॥৪
৫ কথগ	৬৭°			
	খ◎ হইতে		৬।১	॥২
	খ◎ পর্য্যন্ত	গমন ঈ	৫॥২	
	৭৸১	।২	৫।১	
॥০	৬৸১	৸	৩৸	
৸১	৪/২	॥২	৩/৪	
৸২	৩॥১	।৩	২/২	
৸১	১/৪	< খগঘ /৩	৸৩	
<ঙকখ	১০০°		১৫১°	
আরম্ভ	ক◎ হইতে	গমন পূ	গ◎ হইতে	পূ

	জ ◎ পর্য্যন্ত
	৬।৪
।০	৬/৩
।৩	৫/২
॥০	৪॥২
	৩।১
।২	২।২
।০	১/৪
।০	॥৪
< চছজ	২৩৪°
	ছ ◎ হইতে

	ঞ◎ পর্য্যন্ত	
	৭॥০	
	৭/৩	২
	৬৸০	
।৪	৬/০	
॥২	৫/১	
॥২	৪॥	
॥২	৩৸১	
।৩	২।১	
।৩	১॥২	
< জঝঞ	৩২৯°	
	ঝ◎ হইতে	

	ছ ◎ পর্য্যন্ত	
	৫/২	
	৪/৪	॥০
	২।৪	॥২
	১৸৪	।৪
	১/২	॥০
< ঙচছ	১৪৩°	
	◎চ হইতে	।০

	ঝ◎ পর্য্যন্ত
	৬॥৪
৸০	৪/২
১/১	৩।৩
৸৩	২॥৪
/২	২/২
।৩	৸১
< ছজঝ	২৯৯°
	জ◎ হইতে

ক ◎ পর্য্যন্ত	
৮।৩	
৭৮৩	।৩
৭/৪	॥২
৬/৪	॥৪
৫/৩	॥২
৩॥৪	
২/০	॥০
১।	॥০
৫৬°	
ড ◎ হইতে	

পরিষ্কৃত নক্সা।

প্লেনটেবিল দ্বারা জাত নক্সার পাণ্ডুলিপিতে পরিমিত গ্রামাদির স্থূল অবয়ব রেখাদ্বারা অঙ্কিত থাকে। অতএব তাহা হইতে পরিষ্কৃত নক্সা করিতে হইলে, এক খানি চিত্রিত করিবার কাগজের উপর ঐ নক্সার পাণ্ডুলিপি বদ্ধ করিয়া, পাণ্ডুলিপির রেখার উপর অথবা তাহার সমান্তরালে, সূচদ্বারা এরূপে বিদ্ধ করিবে, যাহাতে ঐ পাণ্ডুলিপির রেখার তুল্য চিত্রিত করিবার কাগজে সূচ্যগ্রবিদ্ধ রেখা হয়। পরে ঐ নক্সার পাণ্ডুলিপি সম্মুখে রাখিয়া তাহার রেখাদি দৃষ্টি করিয়া, চিত্রিত করিবার কাগজের সূচ্যগ্রবিদ্ধ চিহ্নোপরি মস্যাদিদ্বারা রেখাপাত করিবে, এবং নক্সার পাণ্ডুলিপির যে স্থানে যে রূপ মন্দির, বাটী, বাগান,

জলাশয় প্রভৃতি স্থায়ী চিহ্ন থাকে, তাহার নাম ও আকৃতি সেই সেই স্থানে অঙ্কিত এবং চিত্রিত করিবে।

স্কেলের ব্যবহার।

জরীপের যে যে নিয়ম নির্দ্দেশিত হইয়াছে, প্রথমতঃ তদনুসারে মাপ ও অন্যান্য কার্য্য সমুদায় সম্পন্ন করিয়া, তদনন্তর ঐ জমীর নক্সা প্রস্তুত করিতে হয়।

ক্ষেত্রের নক্সা প্রস্তুত করিতে হইলে, যত বড় ক্ষেত্র জরীপ করা হইয়াছে, তত বড় কাগজের উপর তাহার প্রতিকৃতি অঙ্কিত করা কোন ক্রমেই সম্ভবিতে পারে না; সুতরাং সেই ভূমি বা ক্ষেত্রকে অবশ্যই এরূপ কল্পনা করিতে হইবে যে, তাহা ক্ষুদ্র আয়তনে প্রকাশ করিতে পারা যায়। এই কল্পনা হইতে স্কেলের অর্থাৎ মানদণ্ডের সৃষ্টি হইয়াছে।

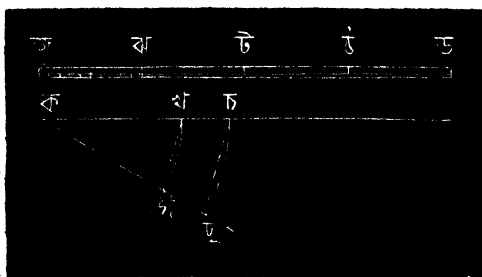
যদি কোন ভূমির এক দিকের প্রকৃত পরিমাণ ১০ গজ হয়, আর ঐ দিক্ এক ইঞ্চ পরিমিত রেখায় প্রকাশ করা যায়, তাহা হইলে এরূপ বলিতে হয়, ইহা ১/১০ স্কেলে অঙ্কিত হইয়াছে, অথবা ইহা বলিলেও হইতে পারে যে, ইহার স্কেল ইঞ্চ প্রতি ১০ গজ।

সিম্পল স্কেল (সামান্য মানদণ্ড), ডায়েগনাল স্কেল (সূক্ষ্মমানদণ্ড), ভার্ণিয়ার স্কেল (অণুমাপকমানদণ্ড), অব-কর্ড স্কেল, মর্কুয়স স্কেল, এই কয় প্রকার স্কেলের ব্যবহার আছে, তাহার মধ্যে কয়েক প্রকার স্কেলের বিষয় প্রথমভাগে উল্লিখিত হইয়াছে। এখানে কেবল একটী সাম্যন্য মানদণ্ড ও অণুমাপক মানদণ্ডের বিষয় লিখিত হইতেছে।

সামান্য মানদণ্ড।

১৬ফুটকে ১ ইঞ্চ কল্পনা করিয়া এমত একটী মানদণ্ড প্রস্তুত কর, যাহা হইতে এক ফুট পর্য্যন্ত পরিমাণ লওয়া যাইতে পারিবে।

যত প্রকার মানদণ্ড ব্যবহৃত হইয়া থাকে, তাহার মধ্যে দশমিক মানদণ্ডই ব্যবহার করা সুবিধা; কারণ যে মানদণ্ডে একাদি ক্রমে ১০ ফুটের পরিমাণ প্রাপ্ত হওয়া যায়, তাহা হইতে যত ফুটের প্রয়োজন হউক না কেন সমুদায়ই প্রাপ্ত হওয়া যাইবে।

এইক্ষণে যদি ১৬ ফুটের পরিবর্ত্তে ১ ইঞ্চ ধরা যায়, তাহা হইলে ১০ ফুটের স্থানে কত ইঞ্চ ধরিতে হইবে? উঃ ৫/৮ ইঞ্চ।

কখ একটী রেখা পাত কর। কোণমান গজ বা অন্য কোন মানদণ্ড হইতে কাঁটাকম্পাশ দ্বারা ৮টী অংশ গ্রহণ কর; এবং ক-কে কেন্দ্র করিয়া ঐ ৮টী অংশের সমান ব্যাসার্দ্ধ লইয়া একটী বৃত্তাংশ অঙ্কিত কর। ইহা কখ রেখাকে খ বিন্দুতে ছিন্ন করিবে। পরে খ-কে কেন্দ্র করিয়া, পূর্ব্বোক্ত

মানদণ্ডের ৫ অংশ পরিমিত ব্যাসার্দ্ধ কম্পাশ বিস্তার করিয়া আর একটী বৃত্তাংশ অঙ্কিত কর। ইহা পূর্ব্ব অঙ্কিত বৃত্তাংশকে গ বিন্দুতে অবচ্ছিন্ন করিবে।

ক গ ও খ গ যুক্ত কর। ক-কে কেন্দ্র করিয়া এক ইঞ্চকে ব্যাসার্দ্ধ লইয়া অপর একটী বৃত্তাংশ অঙ্কিত কর, ইহা ক খ ও ক গ রেখাকে চ ও ছ বিন্দুতে ছিন্ন করিবে। ছ চ = $\frac{১}{৫}$; অতএব ছ চ-কে ১০ ফুট বলিয়া কল্পনা করিয়া, ইহাকে ১০ সমান অংশে বিভাজিত করিলে, ইহার প্রত্যেক অংশের পরিমাণ ১ ফুট হইবে। এক্ষণে অপর একটী রেখা জ ড পাত কর, এবং জ বিন্দুতে আরম্ভ করিয়া, ছ চ-র সমান কম্পাশের মুখ বিস্তার করিয়া ক্রমান্বয়ে ছেদ করিলে এক একটী ছেদ অংশের পরিমাণ ১০ ফুট হইবে।

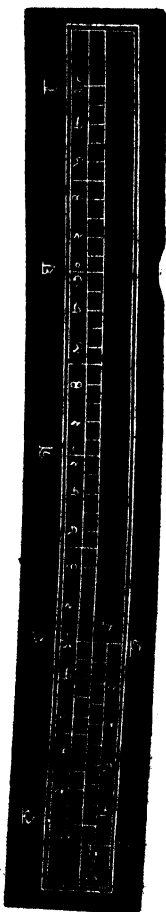
অণুমাপক মানদণ্ড।

নিম্নে যে মানদণ্ডের প্রতিরূপ প্রকাশিত হইল, ইহার দ্বারা যে সমস্ত রাশি তিনটী অঙ্ক দ্বারা ব্যক্ত হয়, তাহা পরিমিত হইতে পারে। ক চ চারি ইঞ্চ পরিমিত একটী রেখা, ইহাকে চারি সমান অংশে বিভাজিত কর। পরে প্রত্যেক ভাগ বাম হইতে দক্ষিণ দিকে দশ সমান অংশে বিভক্ত করিয়া যাও। অনন্তর ইহার ১১ অংশের সমান কম্পাশ বিস্তার করিয়া, ১ম আদি বিভাগের প্রান্ত খ-র সম্মুখস্থ বিন্দু থ হইতে বামদিকে স্থাপিত কর, যথা থ ন। ইহার দৈর্ঘ্য-পরিমাণ থ ক অপেক্ষা এক অংশ বামে বেশী হইবে। অন-

ন্তর খন-কে ১০ সমান অংশে বিভাজিত কর ও অপর পার্শে দক্ষিণ দিক্ হইতে বামে একাদি-ক্রমে সংখ্যাপাত কর।

ক চ রেখার ১১ অংশের তুল্য খ ন রেখা ১০ সমান অংশে বিভাজিত হইয়াছে ও খ ন-র পরিমাণ ক খ অপেক্ষা ১ অংশ বেশী; সুতরাং খ ন-র এক এক অংশ ক খ-র এক এক অংশ অপেক্ষা ১০ অংশের এক অংশ বেশী। যদি খ ক-র পরিমাণ ১০০ ইঞ্চ বলিয়া কল্পনা করা যায়, তাহা হইলে খ ন-র এক অংশ ১১০ ইঞ্চ হইবে।

মনে কর এই মানদণ্ড দ্বারা ২৫৩ ইঞ্চ গ্রহণ করিতে হইবে।

নিয়ম। তিনটী সংখ্যাবিশিষ্ট অঙ্কের আদি সংখ্যাতে ১ যোগ কর। পরে তাহার পৃষ্ঠে মধ্য সংখ্যা রাখিয়া যে রাশি হইবে তাহা হইতে শেষ সংখ্যা বিয়োগ কর। অনন্তর শেষ সংখ্যার যে পরিমাণ, খ হইতে বামে তত পরিমাণের উপর কম্পাশের এক মুখ রাখিয়া, অপর মুখ ঐ বিয়োগফলের যে পরিমাণ

ততদূর বিস্তার কর। তাহা হইলেই নির্দ্দিষ্ট সংখ্যার তুল্য কম্পাশের মুখ বিস্তার হইবে।

২+১=৩, ৩৫—৩=৩২; এইক্ষণে খ হইতে তিন সংখ্যার উপর কম্পাশের এক মুখ রাখিয়া, অপর মুখ বা পদ ক হইতে দক্ষিণ দিকে ৩২ সংখ্যা পর্য্যন্ত বিস্তার কর, তাহা হইলে এই পরিমাণ ২৫৩ ইঞ্চের সমান হইবে।

কোন স্থান জরীপ করিয়া তাহার নক্সা প্রস্তুত হইয়াছে, কিন্তু ভ্রমক্রমে তাহার স্কেল লিখিত হয় নাই। যদি ঐ স্থানের বর্গপরিমাণ ব্যক্ত থাকে, তাহা হইলে যে স্কেলে তাহা অঙ্কিত হইয়াছে তাহা নিরূপণ করিতে হইবে।

ঐ নক্সা অপর স্কেলে অঙ্কিত করিয়া, সেই স্কেলের সাহায্যে তাহার ক্ষেত্রফল স্থির কর। এইক্ষণে প্রকৃত ক্ষেত্রফল এই ক্ষেত্রফলের যত গুণ বা যত ভাগ হইবে, প্রকৃত স্কেলের বর্গও এই নূতন স্কেলের বর্গের তত গুণ বা তত ভাগ হইবে।

অর্থাৎ প্রকৃত ক্ষেত্রফল : নূতন ক্ষেত্রফল : : (প্রকৃত স্কেল)^২ : (নূতন স্কেল)^২।

প্রকৃত শৃঙ্খল অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর বা বৃহত্তর শৃঙ্খল দ্বারা কোন স্থান জরীপ হইয়া, যদি সেই পরিমাণ অনুসারে তাহার নক্সা অঙ্কিত হয়, তাহা হইলে তাহার প্রকৃত ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে হইবে।

যে শৃঙ্খল দ্বারা জরীপ করা হইয়াছে তাহাকেই প্রকৃত শৃঙ্খল মনে করিয়া, ঐ নক্সা হইতে তাহার ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে।

ঐ ক্ষেত্রফল প্রকৃত ক্ষেত্রফলের যত গুণ বা যত ভাগ হইবে; যে শৃঙ্খল দ্বারা জরীপ করা হইয়াছে তাহার বর্গ, প্রকৃত শৃঙ্খলের বর্গের তত গুণ বা তত ভাগ হইবে।

অর্থাৎ নির্ণীত ক্ষেত্রফল : প্রকৃত ক্ষেত্রফল : : যে শৃঙ্খল দ্বারা জরীপ হইয়াছে ^{২} : (প্রকৃত শৃঙ্খল) ^{২}

মানদণ্ডের পরিমাণ রৈখিক এক মাইল হইলে, যদি নক্সার কাগজ, মানদণ্ড, ভূমি এই তিনটীর মধ্যে কোন দুইটীর পরিমাণ পরিজ্ঞাত থাকে, তাহা হইলে অপরটী কি রূপে নির্ণয় করিতে হইবে।

মানদণ্ডের পরিমাণকে, ভূমির পরিমাণ দ্বারা গুণ করিলে, নক্সার কাগজের পরিমাণ স্থির হয়।

নক্সার কাগজের পরিমাণকে, ভূমির পরিমাণ দ্বারা ভাগ করিলে, মানদণ্ডের পরিমাণ স্থির হয়।

নক্সার কাগজের পরিমাণকে, মানদণ্ডের পরিমাণ দ্বারা ভাগ করিলে, ভূমির পরিমাণ স্থির হয়।

উত্তরদিক্ নিরূপণের উপায়।

জরীপ করিয়া কোন স্থানের প্রতিকৃতি অঙ্কিত করিতে হইলে, সেই প্রতিকৃতির উত্তরদিক্ নির্দ্দেশ করা নিতান্ত আবশ্যক; অতএব জরীপের সময়ে ভূমির উত্তরদিক্ নিরূপণ করা একটী প্রধান কার্য্য। ম্যাগ্নেটিক কম্পাশ অর্থাৎ দিগ্দর্শন যন্ত্র দ্বারা উত্তরদিক্ নিরূপিত হয়; কিন্তু কোন যন্ত্রের সাহায্য ব্যতিরেকেও উত্তরদিক নিরূপিত হইতে পারে।

কম্পাশ দ্বারা যাহাকে উত্তরদিক্ বলিয়া স্থির করা যায়, তাহা সর্ব্বদা ঠিক উত্তরদিক হয় না। কাল ও স্থান ভেদে কম্পাশের কার্য্যগত ব্যতিক্রম ঘটিয়া থাকে।

এক গাছি রজ্জুদ্বারা নিম্ন লিখিত প্রক্রিয়ানুসারে উত্তরদিক নিরূপণ হইতে পারে। যে স্থান হইতে জরীপ আরম্ভ করিবে, যদি সেই স্থান সমতল হয়, তাহা হইলে সেই স্থানেই উত্তরদিক নিরূপণ করিবে; যদি ভূমি তথায় সমতল না হয়, তাহা হইলে যেখানে সমতল ভূমি পাইবে, সেই খানে একটী ক্ষুদ্র সরল তার ঠিক লম্বভাবে প্রোথিত কর। পূর্ব্বাহ্ণে কোন্ সময়ে তারের ছায়া কত দূর পড়ে দেখিয়া, ঐ তারের মূলকে কেন্দ্র করিয়া ছায়া প্রমাণ ব্যাসার্দ্ধ লইয়া একটী বৃত্ত টানিয়া রাখ। পরে অপরাহ্ণে আবার কোন্ সময়ে ঐ তারের ছায়া ঐ বৃত্তপরিধিকে স্পর্শ করে, অর্থাৎ পূর্ব্বাহ্ণের ছায়ার সহিত ঠিক সমান হয়, তাহা বিশেষ করিয়া দেখ। অনন্তর পূর্ব্বোক্ত বৃত্তে দুই ছায়া ব্যাস হইয়া যে একটী বৃত্তাংশ হইবে, সেই বৃত্তাংশের পরিধিকে সমদ্বিখণ্ড কর। পরে তারের মূলদেশ হইতে ঐ ছেদ স্থানে এক সরল রেখা টান, ঐ রেখা উত্তরাভিমুখে যাইবে।

প্রকৃত জরীপ আরম্ভ করিবার পূর্ব্বে উত্তরদিক্সূচক রেখাক্রমে কিয়দ্দূর জরীপ কর, এবং প্রথম নিদর্শন স্থান হইতে যে দিকে জরীপ করিয়া যাইতে হইবে, তাহার কিয়-দ্দূর জরীপ করিয়া, ঐ স্থান হইতে উত্তরদিকসূচক রেখায় যতদূর জরীপ করা হইয়াছে, সেই পর্য্যন্ত জরীপ কর।

এই প্রক্রিয়ার দ্বারা যে ত্রিভুজ অঙ্কিত হইবে, ইহার সাহায্যে নক্সায় উত্তরদিক্‌সূচক রেখা অঙ্কিত হইতে পারে।

জরীপী নক্‌সা অঙ্কিত করিবার নিয়ম।

জরীপ করিবার সময় গ্রামাদির সমুদায় পরিমাণাঙ্ক চিঠাতে লিখিত হয়, তদ্দৃষ্টে কাগজের উপর তৎসমুদায় অঙ্কিত হয়। কাগজ শৈত্যোষ্ণতা প্রভাবে বিস্তৃত ও সঙ্কুচিত হইয়া থাকে। অতএব যে কাগজের উপর নক্সা অঙ্কিত করিতে হইবে, তাহা কাষ্ঠফলকে আঠা দিয়া যুড়িয়া লওয়া অবিধেয়; কারণ নক্সা অঙ্কিত হইলে পর, যখন অঙ্কিত কাগজ খানি কাষ্ঠফলক হইতে তুলিয়া লওয়া যায়, তখন ইহা পূর্ব্বাপেক্ষা কোন অংশে বিস্তৃত এবং কোন অংশে সঙ্কুচিত হইয়া যাইতে পারে; এবং কাযে কাযেই ভূমির পরিমাণ প্রকৃত পরিমাণ অপেক্ষা অতিরিক্ত অথবা ন্যূন হইয়া পড়ে। কাগজ চারিদিকে সমান ভাবে বিস্তৃত হয় এরূপে রাখা উচিত; অথবা কাগজের এক পৃষ্ঠ নূতন বস্ত্রের দ্বারা আবৃত করিলে ভাল হয়; কেননা তাহা হইলে কাগজের চারিদিক সমান ভাবে বিস্তৃত হয়। কাগজ ঐ রূপে অবস্থাপিত হইলে, যে মানদণ্ডে নক্সা অঙ্কিত করিতে হইবে, তাহা সর্ব্বাগ্রে কাগজের তলদেশে অঙ্কিত করিবে। পরে চিঠা দেখিয়া প্রথমতঃ পেন্সিল দ্বারা ত্রিভুজগুলি অঙ্কিত করিবে। ত্রিভুজগুলির রেখা আল্‌গা করিয়া টানিবে, যেন দাগ ঘোর কাল না হয় ও

কাগজে না ফুটিয়া যায়। পেন্সিলের এমন গুণ থাকা আবশ্যক যে, সহজে যেন সূক্ষ্ম রেখা সকল অঙ্কিত করা যায়, এমন কি ইচ্ছাক্রমে যেন রবর দ্বারা কাগজের উপর হইতে পেন্সিলের চিহ্ন অনায়াসে নিরাকৃত করিতে পারা যায়। পেন্সিলের অগ্রভাগটী অতিশয় সূক্ষ্ম করিয়া কাটা উচিত।

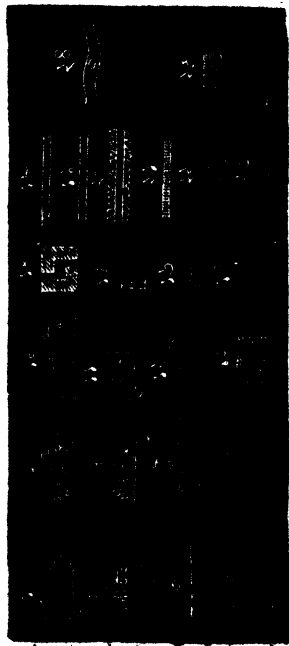
শৃঙ্খল দ্বারা জরীপ হইলে তাহার নক্সা।

কাগজের এক দিকে একটী রেখা (গ ঘ) অঙ্কিত করিয়া, ঐ রেখার এক প্রান্তকে (গ-কে) উত্তরদিক্ কল্পনা কর। পরে ঐ রেখার মধ্যে একটী বিন্দু (ক) লও, উহা জরীপের প্রথম নিদর্শন স্থান হইবে। প্রথম নিদর্শনস্থান হইতে যে দিকে যত খানি জরীপ করা হইয়াছে, চিঠা হইতে তাহার পরিমাণ দেখিয়া, কম্পাশ দ্বারা অঙ্কিত মানদণ্ড হইতে ঐ পরিমাণ গ্রহণ কর, এবং কম্পাশের এক পদ কাগজের উপর উক্ত বিন্দু বা নিদর্শন স্থানে রাখিয়া অপর পদ দ্বারা একটী বৃত্ত অঙ্কিত কর। পরে উত্তরদিকসূচক রেখাক্রমে যত দূর জরীপ করা হইয়াছে, মানদণ্ড হইতে তাহার পরিমাণ গ্রহণ করিয়া ক গ-কে তাহার সমান কর। গ হইতে ক খ সরল রেখার যত দূর জরীপ করা হইয়াছে, তত পরিমাণে ব্যাসার্দ্ধ লইয়া আর একটী বৃত্ত অঙ্কিত কর। দুইটী বৃত্ত যে বিন্দুতে ছিন্ন হইবে তাহার সহিত ক ও গ বিন্দু সংযুক্ত কর; তাহা হইলে ক খ রেখার অবস্থিতি নিরূপিত হইবে। অনন্তর ক্ষেত্রে ঐ রেখার উপর যে ত্রিভুজ

অঙ্কিত করিয়া জরীপ করা হইয়াছে, চিঠা হইতে তাহার অপর দুইটী বাহুর পরিমাণ লইয়া, অঙ্কিত মানদণ্ডের সাহায্যে পূর্ব্ব নিয়মানুসারে ত্রিভুজ অঙ্কিত কর। এই প্রক্রিয়ানুসারে ক্ষেত্রস্থ সমুদায় ত্রিভুজ কাগজে অঙ্কিত কর। অনন্তর জরীপের প্রামাণিক রেখাগুলির নক্সা, প্রামাণিক রেখার পরিমাণের সহিত মিলিল কিনা তাহা মানদণ্ড দ্বারা পরীক্ষা করিয়া দেখ। ত্রিভুজগুলি অঙ্কিত হইলে পর, যে লেখনী দ্বারা নক্সা অঙ্কিত করিতে হইবে, তাহা দ্বারা স্পষ্ট সরল রেখা অঙ্কিত হয় কিনা তাহা এক খানি স্বতন্ত্র কাগজে পরীক্ষা করিয়া দেখ। যদি লেখনী ভাল হয়, তাহা হইলে তাহাকে কাগজের উপর লম্বভাবে রাখিয়া রেখা টানিতে থাকিবে। কাগজের উপর অধিক বলপূর্ব্বক লেখনী চালিত করিবে না, সরল ভাবে চালিত করিবে, এবং সতর্ক হইয়া দেখিবে যেন রেখাগুলি এক স্থানে মোটা এবং এক স্থানে সূক্ষ্ম না হয়। যাহাতে আদি অন্ত এক আকার হয় সর্ব্বতোভাবে এমত চেষ্টা করিবে। এইরূপে সমুদায় ত্রিভুজগুলি কালি দ্বারা অঙ্কিত হইলে পর, আর আর যে সমস্ত বিষয় অঙ্কিত করিতে হইবে, তাহা পুনরায় ক চিহ্নিত নিদর্শন স্থান হইতে ক্রমশঃ অঙ্কিত করিতে থাকিবে।

চিঠাতে দেখিতে হইবে যে, ক নিদর্শন স্থান হইতে ক খ সরল রেখাক্রমে কত দূর লম্ব উত্তোলিত হইয়াছে। অনন্তর সেই দূরত্বের পরিমাণ মানদণ্ড হইতে লইয়া তাহা নক্সায় যে ক খ রেখা অঙ্কিত হইয়াছে তাহাতে

চিহ্নিত কর; এবং ঐ ঐ চিহ্নতে চিঠা অনুযায়ী বাম পার্শ্বে বা দক্ষিণ পার্শ্বে লম্ব উত্তোলন কর। ক নিদর্শন স্থান হইতে খ নিদর্শন স্থান পর্য্যন্ত লম্বগুলি উত্তোলন করিয়া মানদণ্ড হইতে ঐ লম্বগুলির পরিমাণ গ্রহণ কর। পরে লম্বগুলিকে যথাযোগ্য পরিমিত করিয়া তাহাদিগের প্রান্ত সমুদায় সংযুক্ত কর, তাহা হইলে ক্ষেত্রের প্রতিকৃতি অঙ্কিত হইবে। এইরূপে ক্ষেত্রস্থ বাটী রাস্তা, লৌহবর্ত্ম, নদী, পুষ্করিণী প্রভৃতি অঙ্কিত করিতে হইবে।

এই সকল বিষয় কালি দ্বারা অঙ্কিত করিতে হইবে। লম্বগুলিতে কালি দিতে হইবে না, কারণ প্রতিকৃতিতে লম্ব রাখিবার প্রয়োজন নাই। রাস্তা, সেতু, লৌহবর্ত্ম, নদী, পুষ্করিণী, কুটীর, কি আকারের অঙ্কিত করিতে হয়, তাহা পার্শ্বস্থিত প্রতিকৃতি দেখ। ইহাতে ১ চিহ্নিত অবয়বটী চর জমী, ২ পতিত, ৩ সীমা, ৪ প্রাচীর, ৫ বেড়া, ৬ বন, ৭ বাঁশঝাড়, ৮ বাগান, ৯ ঘাসবন, ১০ বিল, ১১ পুষ্করিণী, ১২ জলাশয়, ১৩ ইষ্টকালয়, ১৪ মেটে ঘর বা কুটীর,

১৫ মন্দির, ১৬ মসৃজিদ, ১৭ কবর স্থান, ১৮ পাকা রাস্তা বা রাজমার্গ, ১৯ কাঁচা রাস্তা, ২০ লৌহবর্ত্ম, ২১ বাঁধ, ২২ পোল বা সেতু, ২৩ নদী, ২৪ খেয়া ঘাট ও ২৫ বরজ।

এই চিহ্নকে (৩২৯ পৃষ্ঠার ৮ম প্রতিকৃতি দেখ) ধুই অর্থাৎ দুই সীমানার স্তম্ভ কহে। ইহা দুই সীমানার প্রত্যেক নিদর্শন স্থানে লিখিয়া, ইহার মস্তকের উপর নিদর্শন স্থানের সংখ্যা দিতে হয়।

নদীর স্রোত বুঝাইবার জন্য নদীর স্রোতেরমুখে তীরের ফলা ও বিপরীত দিকে পুচ্ছ রাখিতে হয়।

দিগ্‌দর্শন যন্ত্রদ্বারা জরীপ হইলে তাহার নক্‌সা।

যে কাগজের নক্সা অঙ্কিত করিতে হয়, তাহার উপরের দিক উত্তর, নীচের দিক দক্ষিণ, বামপার্শ্ব পশ্চিম এবং দক্ষিণ পার্শ্ব পুর্ব্ব বলিয়া জানিতে হয়। অংশপট্ট প্রকৃত রূপে বসাইবার জন্য, নক্সার কাগজ উত্তরদক্ষিণে রুল করিয়া লইতে হয় ও যে মানদণ্ড দ্বারা ◎ নক্সা প্রস্তুত হয়, তাহার প্রতিরূপ ঐ কাগজের শিরোভাগে বা নিম্নে অঙ্কিত করিতে হয়। থাকবস্তার রীত্যনুসারে মৌজার বায়ু কোণ হইতে প্রথম থাক অর্থাৎ ◎ নিদর্শন স্থান আরম্ভ হইয়া থাকে বলিয়া, ঐ কাগজের বায়ু কোণে প্রথম নিদর্শন স্থান মনোনীত করিয়া একটী বিন্দু পাত কর। পরে অংশপট্টের ঠিক মধ্য-স্থল ঐ বিন্দুর উপর একটী আল্পিন দ্বারা বিদ্ধ করিয়া পুর্ব্বোক্ত রুলের সহিত ঐক্য হয় এরূপে অংশপট্ট উত্তর দক্ষিণে বসাও। তদনন্তর প্রথম নিদর্শন স্থান হইতে দ্বিতীয়

নিদর্শন স্থানে যে বিয়ারিং চিঠাতে লেখা আছে, অংশপট্টে সেই বিয়ারিং দৃষ্টে কাগজে অন্য এক বিন্দু পাত কর, এবং প্রথম বিন্দু হইতে দ্বিতীয় বিন্দুর উপর দিয়া এক সরল রেখা পাত কর। পরে, প্রথম নিদর্শন স্থান হইতে দ্বিতীয় নিদর্শন স্থান যত ব্যবধান লেখা আছে, তাহা পরিমাপক দ্বারা মানদণ্ডে পরিমাণ লইয়া সেই পরিমাণে ঐ রেখা কাটিয়া লও। এখন প্রথম নিদর্শন স্থানে ১ সংখ্যা দাও। অনন্তর ঐ রেখায় শেষ বিন্দু কেন্দ্র করিয়া তথায় অংশপট্টের মধ্যস্থল আল্পিন দিয়া বিদ্ধ করিয়া আবার পূর্ব্বমত রেখা টান; এবং ২য় কেন্দ্রে ২ সংখ্যা দাও। এই রূপে সমুদায় নিদর্শন স্থান স্থির করিয়া, তাহাদের প্রত্যেকের সংখ্যা পাত করিয়া যাও। পরিশেষে শেষ ও প্রথম নিদর্শন স্থান রেখার দ্বারা যোগ কর, তাহা হইলে মৌজার অনুরূপ নক্সা অঙ্কিত হইবে। এই রূপে ত্রিসীমানার প্রত্যেক নিদর্শন স্থান হইতে পার্শ্বস্থিত দুই মৌজার মধ্য দিয়া যে রেখা গিয়াছে, তাহা অঙ্কিত করিয়া পার্শ্বস্থিত মৌজা সকলের নাম নক্সার পার্শ্বে লিখিবে।

যদি কোন স্থায়ী চিহ্ন অর্থাৎ মন্দির বা বৃক্ষের সহিত যোগ বিয়ারিং থাকে, তাহা হইলে সেই নিদর্শন স্থান হইতে বিয়ারিং ও ব্যবধানানুসারে স্থায়ী চিহ্নের আনুমানিক নক্সা করিয়া তাহার নাম লিখিতে হইবে। আর যদি এক গ্রামের মধ্যে ২।৩ মালিকের ভূমি বা অন্য গ্রামের ছিট জমি পৃথক্ থাকে, তবে বহিঃসীমার যে সংখ্যায় আরম্ভ করিয়া পৃথক্ থাক হইয়াছে, তথায় অংশপট্ট বসাইয়া তাহা ঐ নক্সার গর্ভে

অঙ্কিত করিবে। পরে নদী, রাস্তা, বাস্তু, বাগান প্রভৃতি যথা স্থানে রঞ্জিত করিয়া চিত্রিত করিবে। আর প্রতি মিনার থাকে এক একটী পতাকা, তোথা স্থানে দুই পতাকা, প্রতিকৃতির দক্ষিণ বা বামপার্শ্বে উত্তরদিক পরিজ্ঞাপক রেখা অঙ্কিত করিবে।

যদি জমি সরিকীবণ্টন হইয়া থাকে, তাহা হইলে তাহার প্রত্যেক অংশের ভূমি এক এক বর্ণ দ্বারা সীমাবদ্ধ করিতে হইবে; আর বসতবাটী, বাগান প্রভৃতি ক্ষেত্র সকল পৃথক্‌পৃথক্ বর্ণে রঞ্জিত করা আবশ্যক। যত প্রকার রঙ্গ ব্যবহার করা যায়, নক্সার শীরোভাগে দক্ষিণ পার্শ্বে তাহার প্রত্যেক রঙ্গের এক একটী চিহ্ন দিতে হইবে, এবং তাহার পার্শ্বে এই রঙ্গ অমুকের এই বলিয়া লিখিতে হইবে।

এক খানি নক্সা যদি এত বৃহৎ হইয়া পড়ে, যে দুই তিন খানি ভিন্ন ভিন্ন কাগজে খণ্ড খণ্ড করিয়া অঙ্কিত করিয়া পশ্চাৎ সমুদায়গুলি একত্রিত করিতে হয়; তাহা হইলে খণ্ডগুলি এরূপে অঙ্কিত ও সংযুক্ত করিবে, যে সংযোগের পর প্রতিকৃতি খানি খণ্ডখণ্ড করিয়া চিত্রিত হইয়াছিল বলিয়া বোধ না হয়।

নক্সাতে সাঙ্কেতিক চিহ্নগুলি অঙ্কিত করিতে পারদর্শী হওয়া অতি আবশ্যক। বহুবার অভ্যাস না করিলে ইহা আয়ত্ত হয় না, যদিও নক্সা প্রকৃত রূপে চিত্রিত হয়, সাঙ্কে-তিক চিহ্নগুলি সুদৃশ্য হইবেক না, এবং অযথা রূপে অঙ্কিত হইবেক। নক্সাতে যে সাঙ্কেতিক বর্ণগুলি ব্যবহৃত হইয়া

থাকে, তাহা বামদিক্ হইতে দক্ষিণদিকে লিখিতে হয়। অন্য কোন দিক্ হইতে লিখিবার প্রয়োজন হইলে, যে দিক্ হইতে সাঙ্কেতিক বর্ণগুলি একবার লিখিত হয়, সর্ব্বত্রই সেই দিক্ হইতে লিখিতে হইবেক। মানদণ্ড নক্সার কাগজে চিত্রিত থাকা আবশ্যক, নচেৎ কেবল মানদণ্ডের পরিমাণ, অর্থাৎ এক ইঞ্চ কোন বিশেষ নির্দ্দিষ্ট পরিমাণসূচক এরূপ লিখিত থাকিলে, বিশেষ বিশেষ কারণ, যেমন বায়ুর শৈত্যোষ্ণতার হ্রাস বৃদ্ধিবশতঃ নক্সার কাগজের সঙ্কোচ ও প্রসারণ হইলে এক ইঞ্চ অধিকৃত স্থানেরও সঙ্কোচ ও প্রসারণ হইতে পারে। সুতরাং নির্দ্দিষ্ট পরিমাণের হ্রাস বৃদ্ধি হইয়া নানাবিধ ভ্রম উপস্থিত হয়। মানদণ্ড নক্সার কাগজে চিত্রিত থাকিলে, কাগজের সঙ্কোচ ও প্রসারণের সহিত মানদণ্ডেরও সঙ্কোচ ও প্রসারণ হইয়া প্রকৃত পরিমানের কোন ব্যতিক্রম ঘটিতে দেয় না।

নক্সাতে অধিক কিম্বা অল্প পদার্থ চিত্রিত করিবার প্রয়োজন হইলে, তদনুসারে মানদণ্ডের দৈর্ঘ্যের ন্যূনাধিক্য হইয়া থাকে। শৃঙ্খল এবং দিগ্দর্শন যন্ত্রদ্বারা সামান্য ভূম্যাদি জরীপ করিয়া, নক্সা চিত্রিত করিবার সময়, এক ইঞ্চ পরিমিত স্থলকে চারি শত ফুটের স্থানীয় গণ্য করিয়া নক্সা অঙ্কিত করিলে ভূমির অন্তর্গত যাবতীয় পদার্থের অবস্থান চিত্রিত হইতে পারে। এই মানদণ্ড অবলম্বন করিয়া নক্সা চিত্রিত করিলে, যে ভূমির ক্ষেত্রফল দুই বর্গমাইল তাহার নক্সা দৈর্ঘ্যে চল্লিশ ইঞ্চ এবং প্রস্থে সাতাইশ ইঞ্চ কাগজে পর্য্যাপ্তরূপে চিত্রিত হইতে পারে।

নক্সাতে অনর্থক অনেক রেখাপাত করা শ্রেয়ঃ নহে, এজন্য যখন একটী চাপ বা রেখা অঙ্কিত হইয়াছে, এবং তন্মধ্যে কোন বিশেষ স্থল নিরূপণের জন্য তদুপরি আর একটী চাপ বা রেখা সম্পাতের আবশ্যক, এমত স্থলে এই দ্বিতীয় চাপ বা রেখা বিন্যাস না করিয়া কেবল প্রথম চাপ বা রেখাতে সম্পাত বিন্দুটী চিহ্ন করা মাত্র উচিত।

যদি অঙ্কপাতে কম্পাশ চলে, তবে রূল পরিত্যাগ করিয়া কম্পাশই ব্যবহার করা উচিত।

অঙ্কপাত যত বড় আয়তনে করা হইবে, ততই তাহাতে ভ্রম ঘটিবার সম্ভাবনা কম; এজন্য কোণ বিন্যাস করিতে হইলে, স্থান বুঝিয়া বড়বড় বৃত্ত আঁকিতে হইবে; ঋজু রেখা বিন্যাস করিতে হইলে, যে বিন্দু হইতে রেখা টানিতে হইবে, সেই বিন্দু নির্ণয়ের জন্য বড় পরিমাণের কর্কট সহকারে চাপ আঁকিতে হইবে।

লম্ব রেখা হউক আর সমান্তরাল রেখা হউক, বিন্যাস করিবার সময় তাহাদিগকে এককালে পর্য্যাপ্ত পরিমাণে দীর্ঘ করিয়া লওয়া উচিত, তাহা হইলে তাহাদিগকে আবার বর্দ্ধিত করিবার প্রয়োজন থাকে না।

কোন বিন্দু অবধি রেখা টানিতে হইবে, অর্থাৎ রেখাটী বিন্দুর সহিত মিলিয়া যাইবে, এমন স্থলে রেখাটী বিন্দু হইতে আরম্ভ করা উচিত। যদি রেখাটী দুই বিন্দুর ভিতর দিয়া টানিতে হয়, তাহা হইলে রেখাপাতের অগ্রে রূল ধরিয়া পেন্সীলের দ্বারা বিন্দু দুইটী যোগ করিয়া দেখিবে, যে রেখা টানিলে বিন্দুদ্বয়ের মধ্যদিয়া গমন করিবে কি না।

যদি কোন বৃত্ত মধ্যে ভিন্ন ভিন্ন বিন্দু দিয়া ভিন্ন ভিন্ন কতক-গুলি কর্কট অর্থাৎ ব্যাসার্দ্ধ বিন্যাস করিতে হয়, তাহা হইলে সেই কর্কট রেখাগুলি বৃত্তের কেন্দ্র হইতে আরম্ভ করা উচিত; এবং যদি এক বিন্দু দিয়া একের অধিক রেখা গমন করে, তাহা হইলে প্রকাশ হইবে যে রেখাপাতে ব্যতিক্রম হইয়াছে।

রঙ্গ।

উক্ত প্রকার পরিষ্কার নক্সায় জল, স্থল, নদ, নদী, খাল, বন, জঙ্গল, বাটী, বাগান প্রভৃতি অনায়াসে প্রভেদ করিতে পারা যাইবে বলিয়া, চিত্রকরেরা ভিন্ন ভিন্ন রঙ্গ ব্যবহার করিয়া থাকেন; তাহাতে নক্সা সুদৃশ্য হয় এবং দেখিবামাত্রই বুঝা যায়। যদি চিত্রকরেরা ভিন্নভিন্ন পদার্থের ভিন্নভিন্ন বর্ণ কল্পনা করিয়া অনুরূপ চিত্র করে, ও কোন্ বর্ণে কোন্ পদার্থ বুঝায় তাহার সঙ্কেত লিখিয়া দেয়, তাহা হইলে কার্য্য নির্ব্বাহ হইতে পারে; কিন্তু পশ্চাল্লিখিত পদার্থ সকলের যে বর্ণ সাধারণ্যে প্রচার আছে, তাহা নিম্নে প্রদর্শিত হইতেছে।

বস্তু	রঙ্গ
নদী, পুষ্করিণী	নীল।
জোল	নীল ও মৃত্তিকা রঙ্গ এবং স্থানে-স্থানে সবুজ।
শুষ্ক জলাশয়	ঈষৎ জরদ।
জলসমীপস্থ চর	ঈষৎ নীল।
মৃত্তিকা চর	কর্দ্দম রঙ্গ।
বালুকাময় চর	রক্তমিশ্রিত জরদ।

পর্ব্বত প্রভৃতি উচ্চস্থান	কাল।
উদ্যান	ঘোর সবুজ।
বন	সবুজ বর্ণে কিছু লালের অংশ থাকিবে।
পতিত ভূমি (অনুর্ব্বর)	নীল ও কালি মিশ্রিত।
পতিত ভূমি (উর্ব্বর)	শ্বেতবর্ণ।
বৃক্ষ ও তৃণ ক্ষেত্র	ঈষৎ সবুজ।
ধান্যাদি ক্ষেত্র	সবুজ এবং জরদ।
বৃতি অর্থাৎ বেড়া	ঈষৎ সবুজ।
পথ	মৃত্তিকা রঙ্গ, এবং মনুষ্যাকৃত পথে রেখাদ্বয়, স্বয়ং জাতে এক রেখা।
লৌহবর্ত্ম	লালের মাঝে কাল রেখা।
প্রশস্ত রাস্তা	তরল লোহিত।
ইষ্টকালয় ও সেতু	অলক্ত বর্ণ।
প্রস্তরালয়	লাল ও নীল মিশ্রিত।
তৃণাদি রচিত গৃহ	জরদ এবং কর্দ্দম রঙ্গ।
উষর বাস্তু	ঈষৎ কর্দ্দম রঙ্গ।

বর্ণ দুই প্রকার, মূল ও মিশ্র। নীল, পীত ও লোহিতকে মূল বর্ণ কহে। এই তিন মূল বর্ণকে যত ভিন্ন ভিন্ন প্রকারে মিশ্রিত করা যায় তত প্রকার ভিন্ন ভিন্ন বর্ণ উৎপন্ন হয়। ঐ সকল উৎপন্ন বর্ণকে মিশ্রবর্ণ কহে। মিশ্রবর্ণের মধ্যে হরিত, পাটল, ধূমল এই তিনটী প্রধান। নীল ও পীত এই দুইটী মূল বর্ণ মিশ্রণে হরিত বর্ণ উৎপন্ন হয়। পীত ও লোহিত

মিশ্রণে পাটল বর্ণ হয়। নীল ও লোহিত এই দুইটী বর্ণ মিশ্রিত করিলে ধূমল বর্ণ হয়। পীত ও লোহিত এই দুই বর্ণের মিলনে কমলালেবুর বর্ণ হয়। ইত্যাদি।

উক্ত নিয়মে চিত্র করিলে ভূমির নক্সা, পাণ্ডুলিপির অর্থাৎ চিঠার অবিকল প্রতিরূপ হয়। কিন্তু আদর্শ হইতে বৃহৎ বা ক্ষুদ্র নক্সা করিতে হইলে, আদর্শ নক্সার পরিমাণাঙ্ক দেখিয়া মানদণ্ড দ্বারা তদ্রূপ কোন পরিমাণ কল্পিত করিয়া রেখা পাত করিবে, এবং খাল জঙ্গল প্রভৃতির নাম ও আকৃতি তদুপযুক্ত স্থানে অঙ্কিত করিবে, তাহাতেই অভি-লষিত বৃহৎ বা ক্ষুদ্র চিত্র প্রস্তুত হইবে।

অঙ্কিত প্রতিকৃতিতে যে রঙ্গ দিতে হইবে তাহা যত তরল হয় ততই ভাল। রঙ্গ দিবার সময়ে এরূপ সতর্ক হইবে যে, যে সীমার মধ্যে এক প্রকার রঙ্গ দিতে হইবে, সে রঙ্গ যেন সেই সীমা অতিক্রম করিয়া না যায়। যে স্থলে রঙ্গ দেওয়া হইয়াছে, তাহা যদি শুষ্ক হইয়া থাকে, তবে আর কোন মতে সে স্থল স্পর্শ করিবে না; যদি কর তাহা হইলে দুই প্রকার রঙ্গের সংযোগরেখার ন্যায় একটী রেখা উৎপন্ন হইবে। অঙ্কিত প্রতিকৃতির এই দোষটী বড় সামান্য নহে। যে সকল পদার্থের দৈর্ঘ্য প্রস্থ দর্শাইয়া নক্সা অঙ্কিত করিতে হইবে, তাহাদের চারি ধারে কালির রেখা টানিতে হইবে, এবং তাহাদের যে দুই পৃষ্ঠে সূর্য্যের আলোক পড়িয়াছে, তাহার বিপরীত দুই পৃষ্ঠে ছায়া জ্ঞাত করিবার নিমিত্ত কালির রেখা কিঞ্চিৎ মোটা করিয়া দিতে হইবে। যে সকল বস্তুর কেবল দৈর্ঘ্যের মাপ

দেখাইলে পর্য্যাপ্ত হয়, তাহাদিগকে একটা লম্বা রেখা দ্বারা অঙ্কিত করিবে। নক্সাতে বৃক্ষ অঙ্কিত করিবার সময় উহাদের ছায়া যেন এক দিকেই থাকে। কোন স্থানে রঙ্গ অধিক ক্ষণ রাখিবে না; কারণ যদি উত্তপ্ত বায়ুপ্রভাবে সহসা জমিয়া যায়, তাহা হইলে সেই স্থলের রঙ্গ পূর্ব্ব প্রদত্ত রঙ্গের সহিত সমান করিতে পারিবে না, সুতরাং কোন স্থানে গাঢ় এবং কোন স্থানে তরল হইবে।

জরীপ সংক্রান্ত প্রশ্ন।

১। সীমাবন্দী কাহাকে কহে?

২। সীমাবন্দী করিতে কি কি যন্ত্রের আবশ্যক?

৩। সীমাবন্দী করিবার নিয়ম কি?

৪। কাঁটা কম্পাস (পরিমাপক) কাহাকে বলে?

৫। অংশপট্ট কি এবং বিয়ারিং কাহাকে বলে?

৬। কোন দিক্ লক্ষ্য করিলে বাম পার্শ্বের যে বিয়ারিং উত্তরের কাঁটার নীচে আইসে তাহাই লক্ষিতদিকের বিয়ারিং বলিয়া গৃহীত হয় কেন?

৭। পাল্‌টা বিয়ারিং কাহাকে বলে? ইহার দ্বারা কি কি কর্ম্ম সম্পন্ন হয়?

৮। প্রোট্রাকটিং স্কেল (কোণমাপগজ) কাহাকে বলে?

৯। থাকবস্ত সংক্রান্ত জরীপ বায়ুকোণ হইতে আরম্ভ হইবার এবং মৌজা বামে রাখিয়া সীমাবন্দী করিবার কারণ কি?

১০। চিঠা কাহাকে কহে? কম্পাস (দিগদর্শন যন্ত্র) ব্যবহারের নিয়ম স্পষ্ট রূপে ব্যক্ত কর?

১১। চিঠার মন্তব্য ঘরে কি লেখা যায়?

১২। কোন মৌজার মধ্যে নদী ব্যবধান পড়িলে, তাহার পরিসর নিরূপণের উপায় কি?

১৪। ৯৩ বিয়ারিঙ্গের স্থান হইতে ৩৬০ বিয়ারিঙ্গের স্থান লক্ষ্য করিলে কত বিয়ারিং হয়? উঃ। ৩১৫ বিঃ।

১৫। যদি সীমানার মধ্যে পুষ্করিণী বা বাটী পড়িয়া সীমাবন্দীর প্রতিবন্ধক জন্মে, তাহা হইলে কিরূপে তাহার জরীপ করিবে?

১৬। যদি এক মৌজাতে, দুই কিম্বা ততোধিক মহল থাকে, তবে তাহা কি প্রকারে নির্ণয় করিবে?

১৭। মৌজার সীমাবন্দী এবং টুকুরা জমীর সীমাবন্দী এতদুভয়ের মধ্যে বিভিন্নতা কি?

১৮। টুকুরা জমির সীমাবন্দীর চিঠা কি প্রকারে লিখিতে হয়?

১৯। যদি কোন টুকুরা জমির মধ্যস্থলে অন্য মহলের জমি থাকে, তবে তাহার চিঠা কি প্রকারে লিখিবে?

২০। হাতাবন্দী খস্‌ড়া জরীপ কাহাকে কহে?

২১। হাতাবন্দী জরীপে কি রূপে চিঠা লিখিতে হয়?

২২। নিম্ন লিখিত চিঠা দৃষ্টে একটী পঞ্চভুজ ক্ষেত্রের নক্সা নিকাশন ও ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে।

উঃ। ৬৬ একর ২ রূড় ২৪ পোল।

২৩। চিঠা পুস্তকে নিম্ন লিখিত সংক্ষিপ্ত বিবরণ হইতে তিনটী ক্ষেত্রের নক্সা ও ক্ষেত্রফল স্থির কর।

উঃ। ৫ একার ৩৫ পোল।

	◎ গ পর্য্যন্ত	
	৩২৫০	
	২৫০৪	১০৪৬ ঘ
খ ১২৭৮	১২৭২	
আরম্ভ	ক চিহ্নে	গমন পশ্চিমে

উঃ। ৩৭ একর ৩ রুড ২ পোল।

০	১১১০ খ পর্য্যন্ত	০
৫৯৫	৭৪৫	
৩৫২	১১০	
০	ক চিহ্নে আরম্ভ	০

২৪। নিম্ন লিখিত সংক্ষিপ্ত বিবরণ হইতে একটী শস্কর ক্ষেত্রের নক্সা ও ক্ষেত্রফল স্থির কর ?

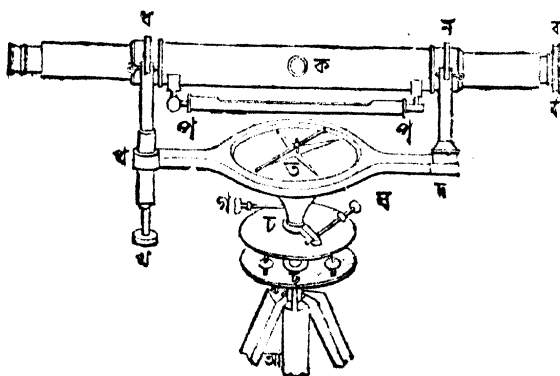
০	১৩১০ খ পর্য্যন্ত	১৩০
২৩০	১০০০	
	৯৮০	৫০
	৭৮০	১৩০
৬১০	৭০০	
	৫৫০	১৫০
২২০	৪৬০	
	৩৩০	৯৪
৩৩০	২৬০	
৩৬০	০	২৬০
	⊙ ক হইতে	

উঃ। ক্ষেত্রফল = ৪ একার ৩ রুড ১৬·২৪ পোল।

সমস্থল নিরূপণ করিবার রীতি।

অবায়ু-বিচলিত সরোবরের জলের অবস্থানই সমস্থলের প্রকৃত উদাহরণস্থল। পৃথিবী সর্ব্বতোভাবে গোলাকার বলিয়া নির্দ্দেশ করিলে সমস্থল রেখা উহার কেন্দ্র হইতে সকল স্থানেই সমদূর হইবে। সমস্থল প্রক্রিয়া দ্বারা স্থপতিগণ, ভূপৃষ্ঠ কোথায় উন্নত ও কোথায় অবনত তাহা নির্ণয় করেন; এবং যে রেখা পৃথিবীর কেন্দ্র হইতে সর্ব্বত্র

সমদূর তৎসম্বন্ধে এক স্থান অন্য স্থানাপেক্ষা কত উচ্চ বা নীচ তাহা নির্ণয় করেন। তোয়সাম্য যন্ত্র দ্বারা যে রেখা নিরূপিত হয় তাহা পৃথিবীর স্পর্শনী রেখা। ভিত ও পয়নালার সমস্থল সামান্য তোয়সাম্য যন্ত্রদ্বারা নিরূপিত হইয়া থাকে, কিন্তু বড় জমীদারী বা মাঠ জরীপ করিতে হইলে তাহার সমস্থল ওয়াই স্থুরাসাম্য বা ট্রফ্টনস্ স্থুরাসাম্য নামক উৎকৃষ্ট উৎকৃষ্ট যন্ত্রদ্বারা নিরূপিত হইয়া থাকে।

ওয়াই সাম্য যন্ত্র।

উপরের এটী (ক) একটী বর্ণবিহীন দূরবীক্ষণের প্রতিকৃতি; ইহা দুইটী স্তম্ভের উপর সংস্থাপিত আছে। ঐ স্তম্ভদ্বয়ের আকার ইংরাজী (y) ওয়াই অক্ষরের ন্যায় বলিয়া ঐ যন্ত্রটী ওয়াইসাম্য বলিয়া অভিহিত হইয়াছে। স্তম্ভ দুইটী একটী পিত্তলের দণ্ডের উপর এরূপ কৌশলে সংবদ্ধ যে, একটী স্তম্ভ থ নামক পেঁচ দ্বারা অনায়াসে উন্নত বা অবনত করা যাইতে পারে। থ দ দণ্ডের মধ্যস্থল কিঞ্চিৎ

রেখা ও তাহাতে (ত) একটী দিগ্‌দর্শন যন্ত্রের বাক্স আছে। ঐ দিগ্‌দর্শন যন্ত্রের নিম্নে একটী বৃত্তস্বচীক কীলক আছে, সেই কীলক দুইটী সমান্তরাল পাত্রের উপরটী ভেদ করিয়া নীচেরটীতে সংলগ্ন হইয়াছে। কীলকের নীচে একটী বর্ত্তুল আছে ও নীচের পাত্রখানির মধ্যস্থলে একটী গহ্বর আছে, সেই গহ্বর মধ্যে ঐ বর্ত্তুল সুদৃঢ় রূপে সংস্থিত আছে। উপরিস্থ পাত্রের শীর্ষদেশে একটী গলপাশ আছে, ইহার পেঁচ (গ) ঘুরাইয়া দিলে স্বচীক কীলকটী আঁটিয়া ধরিতে পারে, এবং স্পর্শক পেঁচ (ঘ) দ্বারা সমুদায় যন্ত্রটীকে আস্তে আস্তে এরূপে সঞ্চালিত করা যাইতে পারে যে, তাহা পরিদোলকের ন্যায় দুলিতে থাকে। ঐ সমান্তরাল পাত্র দুইটী, চারিটী পেঁচ দ্বারা সুদৃঢ় রূপে স্থাপিত থাকে। পেঁচগুলি নিম্নস্থ পাত্রের গহ্বরে থাকিয়া ঘুরে ও তাহাদের মস্তক উপরিস্থ পাত্রের তলায় লাগিয়া থাকে। সমুদায় যন্ত্রটী একটী আধার পেঁচদ্বারা মেহগ্নিকাষ্ঠের এক ত্রিপদির উপর স্থাপিত হইয়া থাকে। যখন যন্ত্রটী ব্যবহৃত না হয়, তখন দিগ্‌দর্শন যন্ত্রের স্বচীটী খুলিয়া রাখা যাইতে পারে।

যন্ত্রটীর দূরবীক্ষণের নিম্নে একটী সুরাসাম্য আছে। সেটী এক প্রান্তে এক যোষক পেঁচ দ্বারা ও অপর প্রান্তে একটী পেঁচ দ্বারা এরূপে সংবদ্ধ আছে, যে আবশ্যক মতে তাহা উন্নত বা অবনত করা যাইতে পারে।

ঐ যন্ত্রটী ব্যবহার করিবার পূর্ব্বে, ইহা সামঞ্জস্য করিবার, নিম্নলিখিত তিনটী প্রক্রিয়ার প্রতি মনোযোগ করিতে হইবে।

১ম। বক্রীভবন ও স্থানপরিবর্ত্তন।

কোণবীক্ষণ যন্ত্রের বক্রীভবন ও স্থানপরিবর্ত্তন যে প্রক্রিয়ার দ্বারা সাধিত হয়, সেই প্রক্রিয়া অবিকল ইহাতেও প্রযুক্ত হইয়া থাকে।

২য়। বিম্বচূঙ্গীর সামঞ্জস্য করণ।

অগ্রে দূরবীক্ষণ যন্ত্র যে পর্য্যন্ত সমান্তরাল ফলকের দুইটী পেঁচের অভিমুখে না আইসে, ততক্ষণ উহাকে পরিচালনা কর, এবং ঐ পেঁচগুলি ঘুরাইয়া বিম্বটী তাহার গতিপথের ঠিক মধ্যস্থলে আন। পরে ওয়াইর অর্থাৎ আধার স্তম্ভের উপর দূরবীক্ষণকে ঘুরাইয়া স্থাপন কর। তাহাতে যদ্যপি ঐ বিম্ব পূর্ব্ববৎ নলের মধ্যস্থলে স্থির না থাকে, তাহা হইলে বিম্বচূঙ্গীর সামঞ্জস্য হয় নাই, এবং তাহার সংশোধন আবশ্যক বলিয়া জানিতে হইবে। এখন বিম্ব কোন্ দিকে গিয়াছে দেখিয়া, তাহাকে সমান্তরাল ফলকের পেঁচ ঘুরাইয়া অৰ্দ্ধেক সরাইয়া আন; এবং বিম্বচূঙ্গীর প্রান্তের চড়কীশিরা পেঁচ ঘুরাইয়া আর অৰ্দ্ধেক সরাইয়া আন। অনন্তর দূরবীক্ষণকে পুনর্ব্বার ঘুরাইয়া দেও এবং বারম্বার ঐরূপ কর, যে পর্য্যন্ত বিম্বটী নলের মধ্যস্থলে স্থির হইয়া না থাকে। স্থির হইলেই দূরবীক্ষণটীকে বদ্ধ করিয়া যন্ত্রটী ব্যবহৃত কর।

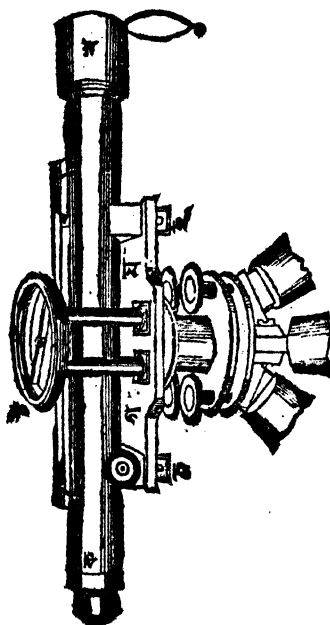
৩য়। শীর্ষ কীলকের উপর লম্বভাবে দূরবীক্ষণের কীলকের সামঞ্জস্য করণ।

সমান্তরাল ফলকের দুইটী পেঁচের উপর দূরবীক্ষণকে স্থাপিত কর; এবং যে পর্য্যন্ত বিম্ব নলের মধ্যস্থলে স্থির না হয়, ততক্ষণ সেই পেঁচ দুইটী ঘুরাও, একটী সোজা

দিকে ও আর একটী উল্‌টাদিকে। অনন্তর দূরবীক্ষণকে শীর্ষ কীলকের উপর অর্দ্ধবৃত্ত পরিমাণে এরূপে ঘুরাও যে, তাহার প্রান্ত দুইটী যে যে পেঁচের উপর ছিল, তাহার ঠিক উল্‌টাদিকের পেঁচের উপর আসিয়া পড়ে। এতদ্দ্বারা যদি বিম্ব পূর্ব্বমত নলের মধ্যস্থলে না থাকে, তবে খ পেঁচ ঘুরাইয়া প্রথমার্দ্ধ এবং সমান্তরাল ফলকের যে দুই পেঁচের উপর দূরবীক্ষণ আছে, তাহাদিগকে ঘুরাইয়া অপরার্দ্ধ ভ্রম সংশোধন কর। তৎপরে দূরবীক্ষণকে বৃত্তের চতুর্থাংশ পরিমাণে ঘুরাইয়া অন্য দুই পেঁচের উপর আন, এবং এই দুই পেঁচের উপর পুনরায় উক্ত প্রক্রিয়া কর। এইরূপ বারম্বার করিলে, যখন দূরবীক্ষণকে শীর্ষ কীলকের উপর চতুর্দ্দিকে ঘুরাইলেও বিম্ব নলের মধ্যস্থলে সমভাবে থাকিবে, তখনই এই কীলক প্রকৃত শীর্ষ স্থল অবলম্বন করিয়াছে জানিবে। আর পূর্ব্ব প্রক্রিয়ার অনুরোধে দূরবীক্ষণের কীলক ধারাতলিক হইয়া পড়িবে, সুতরাং শীর্ষ কীলকের সম্বন্ধে লম্বভাব ধারণ করিবে ও সমগ্ররূপে ঘুরাইলেও তাহার ধারাতলিক অবস্থার ব্যত্যয় হইবে না।

ট্রুক্‌টন্স সাম্যযন্ত্র।

পর প্রতিকৃতিতে জ ঝ স্থিরাসাম্য যন্ত্রটী ক খ দূরবীক্ষণের উপর সংস্থাপিত আছে। দূরবীক্ষণটী গ ঘ আধারের উপর সংস্থিত। এই আধার একটী মেরুদণ্ডতে এরূপ কৌশলে সংবদ্ধ যে তাহাকে অনায়াসে ঘুরান যাইতে পারে। গ ঘ আধারের উপর দণ্ডায়মান দুইটী স্তম্ভোপরি ট নামক একটী দিগ্‌দর্শন যন্ত্রের বাক্স আছে।

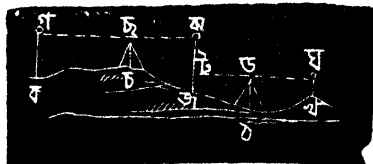
যন্ত্রটীকে ব্যবহার করিতে হইলে প্রথমতঃ চক্ষুদ্বারা যত দূর সাধ্য ইহাকে সমান করিতে হয়। পরে দূরবীক্ষণটীকে টের্‌চা পেঁচ দুইটীর উপর স্থাপিত করিয়া, চ ছ দুইটী পেঁচ দ্বারা জল নলের মধ্যস্থিত স্ফুরাস্ফোটটীকে নলের মধ্যস্থলে আনিতে হয়। স্ফুরাস্ফোট নলেব মধ্য স্থলে আসিলে যন্ত্রটী ব্যবহার যোগ্য হয়।

সমতলীয় দণ্ড।

যত প্রকার সমতলীয় দণ্ড আছে তন্মধ্যে গ্রাভাটের দণ্ড অতি উৎকৃষ্ট। এই দণ্ড তিন খণ্ড কাষ্ঠে নির্ম্মিত। ব্যবহার কালে তৃতীয় খণ্ড দ্বিতীয়ের মধ্যে ও দ্বিতীয় প্রথমের মধ্যে সন্নিবিষ্ট করিতে হয়। দণ্ড গাছটীতে একটী সাদা একটী কাল, এরূপ একান্তরিত রেখাদ্বারা ১ ফুটের শতাংশ পরিমাণ আপোর মস্তক চিহ্নিত আছে। এই রেখাগুলি

দণ্ডের অৰ্দ্ধেক পরিসর অবধি বিস্তৃত। দশকের রেখা অর্থাৎ এক ফুটের দশমাংশ পরিজ্ঞাপক রেখাগুলি দণ্ডের সমুদায় পরিসর অবধি বিস্তৃত। আর দশকের রেখার অৰ্দ্ধেক একএকটী কাল বিন্দুর দ্বারা ও পূর্ণ এক ফুট পরিমাণ ১, ২, ৩ প্রভৃতি সংখ্যা দ্বারা চিহ্নিত আছে।

সমতলতত্ত্ব।

একটী মাঠের ক ও খ দুইটী স্থানে সমতলের বিভিন্নতা নির্ণয় করিতে হইবে।

মনেকর, এই ক্ষেত্রের চ ও ঠ স্থানে গ ঝ ও ট ঘ দুইটী সমতল রেখা সুরাসাম্য যন্ত্র দ্বারা নির্দ্ধারণ করা গিয়াছে। জরীপআমীন ক চিহ্নিত স্থান হইতে খ চিহ্নিত স্থানে গমন করিলে, জ ঝ উন্নতিকে সম্মুখ ও ক গ উন্নতিকে পশ্চাৎ দিক বা দৃষ্টি কহে। ঐরূপে খ ঘ উন্নতিকে সম্মুখ দিক ও জ ট উন্নতিকে পশ্চাৎ দিক কহে। খ ঘ ও জ ট দুইটী উন্নতির বিভিন্নতা জানিতে পারিলে, খ ও জ স্থানদ্বয়ের সমতলের প্রভেদ জ্ঞাত হওয়া যায়; এবং জ ঝ ও ক গ দুইটী উন্নতির বিভিন্নতা জানিতে পারিলে জ ও ক স্থানের সমতলের প্রভেদ নির্ণয় হয়। যদি খ ঘ = ৪, জ ট = ৩, জ ঝ = ৯ এবং ক গ = ৭ হাত হয়, তাহা হইলে জ চিহ্নিত স্থান

খ চিহ্নিত স্থান হইতে এক হস্ত (৪—৩=১) উচ্চ, এবং জ চিহ্নিত স্থান হইতে ক স্থানের উচ্চতা = ৯—৭ = ২

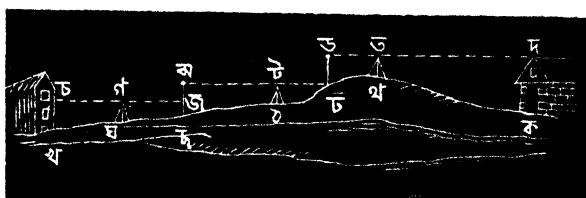
হাত; অতএব খ চিহ্নিত স্থান হইতে ক স্থানের উচ্চতা ১+২=৩ হাত। পুনশ্চ, যদি খ ঘ = ২, জ ট = ৫, জ ঝ=১২ এবং ক গ = ৮ হাত হয়, তাহা হইলে খ স্থান জ স্থান অপেক্ষা উচ্চতর। এই জন্য জ স্থান অপেক্ষা খ স্থানের উচ্চতা = ৫ — ২ = ৩ হাত; এবং জ স্থান অপেক্ষা ক স্থানের উচ্চতা = ১২ — ৮ = ৪ হাত; অতএব খ স্থান অপেক্ষা ক স্থানের উচ্চতা ৪—৩= ১ হাত।

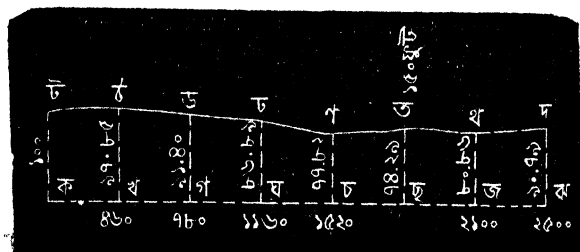
এইক্ষণে ক ও খ দুইটী স্থানের সমতল নিরূপণ করিবার নিমিত্ত একটী সাধারণ নিয়ম নির্দ্দেশ করা যাইতেছে।

গ ঝ সমতল রেখা হইতে ক স্থানের দূরত্ব ক গ রেখা, এবং উক্ত রেখা হইতে খ স্থানের দূরত্ব ঝ ট + ঘ খ রেখা। অতএব ক ও খ দুইটী স্থানের সমতলের বিভিন্নতা এইরূপে নির্দ্দেশ করা যাইতে পারে; যথা ঝ ট + ঘ খ — ক গ; ইহাতে ট জ যোগ ও বিয়োগ করিলে ঝ জ + ঘ খ — (ক গ + ট জ) হইবে। কিন্তু ঝ জ ও ঘ খ দুইটী পশ্চাৎদিক, আর ক গ ও জ ট দুইটী সম্মুখ দিক, সুতরাং পশ্চাৎ দুই দিক সম্মুখ দুই দিক হইতে অন্তর করিলে, প্রথম ও শেষ ধ্বজা দ্বারা চিহ্নিত দুইটী স্থানের সমতলের প্রভেদ জানা যায়। পূর্ব্বোক্ত উদাহরণে দুইটী পশ্চাৎদিকের ধ্বজার উন্নতির যোগপরিমাণ = ২ + ১২ = ১৪, এবং সম্মুখীন দুইটী ধ্বজার উন্নতির যোগপরিমাণ = ৫ + ৮ = ১৩। অতএব ক ও খ স্থানের সমতলের বিভিন্নতা = ১৪ — ১৩ = ১ হাত; এবং পশ্চাৎদিকের দুইটী উন্নতির

যোগ সম্মুখদিকের দুইটী উন্নতির যোগ অপেক্ষা বৃহত্তর বলিয়া এই প্রতীয়মান হইতেছে যে, ক স্থান খ স্থানাপেক্ষা ১ হাত উচ্চ।

খ চ ও ক দ দুইটী স্থানে দুইটী বাটীর সমতলের বিভিন্নতা নিরূপণ করিতে হইবে।

মনেকর, এই ক্ষেত্রে চ জ, ঝ ঢ, ও ড দ এই কয়েকটী সমতল রেখা লইলে খ চ, ঝ ছ এবং ড ঢ পশ্চাৎদিকের

উন্নতি; আর ছ জ, শূন্য ও ক দ সম্মুখদিকের উন্নতি হইবে। এইক্ষণে পশ্চাৎদিকের সমুদায় ধ্বজার উন্নতি-পরিমাণের সমষ্টি হইতে, সম্মুখদিকের উন্নতিপরিমাণের সমষ্টি বিয়োগ করিলে, ক চিহ্নিত স্থান খ চিহ্নিত স্থান হইতে কত উচ্চ তাহা নির্ণয় হইবে। মনেকর, পশ্চাৎ ধ্বজাগুলির উন্নতি যথাক্রমে ৯, ১১ ও ১৩ হাত; এবং সম্মুখ ধ্বজাগুলির পরিমাণ যথাক্রমে ২, ০ ও ১৬ হাত; অতএব ক স্থান খ স্থান অপেক্ষা = ৩৩ — ১৮ = ১৫ হাত উচ্চ।

খণ্ডরেখা।

ট ঠ ড ঢ ণ ত থ দ ভিন্ন ভিন্ন বিন্দুর মধ্যস্থ ভূমি কি পরিমাণে নতোন্নত, তাহা দেখাইবার নিমিত্ত সেক্‌সন অর্থাৎ এক খণ্ড রেখা অঙ্কিত করিতে হয়। প্রথম সমতল নির্ণয় করিতে হয়। এই প্রক্রিয়ার সময়ে ট হইতে ভিন্ন ভিন্ন বিন্দুর দূরত্ব নির্ণয় হইয়া যায়। এই সমতল এবং পশ্চাৎ ও সম্মুখ দৃষ্টি সমতল-চিঠায় তুলিতে হয়। এই চিঠা লিখিবার প্রথা নিম্নে প্রদর্শিত হইল।

এই সমতল চিঠা হইতে দেখা যাইতেছে যে, ৩য় অর্থাৎ অবনতি স্তম্ভ ১ম ও ২য় স্তম্ভে যে বিয়োগফল প্রদর্শিত হইয়াছে, তাহা যোগ করিলে ৫ম স্তম্ভে যে লঘু সমতল প্রদর্শিত হইয়াছে তাহা প্রাপ্ত হওয়া যায়। যথা ২.১৫ + ৬.৭৫ = ৮.৯০, ইহা ড বিন্দুর অবনতি। ৮.৯০ এই

সমতল-চিঠা।

পশ্চাৎ দৃষ্টি	সম্মুখ দৃষ্টি	অবনতি	উন্নতি	লঘুসমতল	শৃঙ্খলের হিঃ দূরত্ব ও কৈফিয়ৎ	
৩.৫০	৫.৬৫	২.১৫		২.১৫	রাস্তার উপর ঠ পর্য্যন্ত	৪.৬০
৪.১০	১০.৮৫	৬.৭৫		৮.৯০	ড পর্য্যন্ত	৭.৮০
৫.০৪	৯.২৫	৪.২১		১৩.১১	ঢ ঐ	১১.৬০
৩.৮৪	১২.৯১	৯.০৭		২২.১৮	ণ ঐ	১৫.২০
৪.১২	৭.৬৫	৩.৫৩		২৫.৭১	খালেরতল দূরত্ব	২.১৬
১০.৪৯	৩.৯২		৬.৫৭	১৯.১৪	ত পর্য্যন্ত	২১.০০
১২.৯৬	৩.০৩		৯.৯৩	৯.২১	থ পর্য্যন্ত	২৭.০০
৪৪.০৫	৫৩.২৬					
	৪৪.০৫					
অন্তর	৯.২১	শেষ লঘুসমতলের সহিত সমান হইয়াছে।				

সমষ্টিতে একে একে পরবর্ত্তী অবনতি ক্রমশঃ যোগ করিলে, নিম্নতল অর্থাৎ খালের তল বিন্দুর অবনতি ড বিন্দুর উত্তর খালের তল পর্য্যন্ত অবনতি প্রাপ্ত হওয়া গিয়াছে। যথা.

২৫.৭১। পরে ২৫.৭১ হইতে যথাক্রমে উন্নতি স্তম্ভের অঙ্ক বিয়োগ করিলে থ ও দ-র অবনতি পাওয়া যাইবে। ট বিন্দু হইতে দ বিন্দু পর্য্যন্ত যে মোট অবনতি, তাহাই এই শেষফল দ্বারা ব্যক্ত হইতেছে; এবং ইহা পশ্চাৎ দৃষ্টি ও সম্মুখ দৃষ্টির সমষ্টীর অন্তরের সহিত ঐক্য হওয়াতে সমতল প্রক্রিয়ার বিশুদ্ধতা প্রতিপন্ন হইতেছে। শেষ স্তম্ভে ট হইতে ঠ, ড ইত্যাদি ভিন্ন ভিন্ন বিন্দুর দূরত্বের পরিমাণ ও অপরাপর মন্তব্য কথা লেখা আছে।

তলরেখা।

সমতল-চিঠার শেষ স্তম্ভে যে লিখিত পরিমাণ প্রদর্শিত হইয়াছে, সেই পরিমাণানুসারে ধারাতলিক রেখা পাত কর। অনন্তর সেই ধারাতলিক রেখার নিম্নে উক্ত চিঠার ৫ম স্তম্ভে যে পরিমাণ লিখিত আছে, তদনুসারে লম্বভাবে আর একটী রেখাপাত করিলে সেক্‌সন অর্থাৎ খণ্ড রেখা অঙ্কিত হইতে পারে। কিন্তু এই প্রক্রিয়ার দ্বারা সমুদায় স্থানের সেক্‌সন অঙ্কিত করা সুবিধা নহে, কারণ বৃহৎ কার্য্যে লঘু-সমতল পরস্পর রেখার উপরি ও নিম্নভাগে পতিত হইয়া পড়ে, সুতরাং কার্য্যের গোলযোগ উপস্থিত হয়। এনিমিত্ত প্রথম থাক ট হইতে ১০০ বা ২০০ ফুট নিম্নে ক ক একটী রেখা কল্পনা করিতে হয়। ইহাকে তল রেখা বলা যায়, ইহা কখনই খণ্ড রেখার উপর যাইবার সম্ভাবনা থাকে না।

ব্যবহারিক সমতল চিঠা।

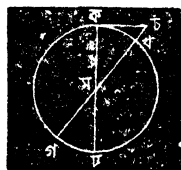
ক বিন্দুস্থ নির্দ্দিষ্ট চিহ্নের ১০০ ফিট নিম্নে তল রেখা।

পশ্চাৎ দৃষ্টি	সম্মুখ দৃষ্টি	উন্নতি	পতন	লঘু সমতল	দূরত্ব	মন্তব্য কথা
৩.৫০	৫.৬৫		২.১৫	১০০.০০		
৪.১০	১০.৮৫		৬.৭৫	৯৭.৮৫	৪.৬০	স্থায়ী চিহ্ন বাজারের
৫.০৪	৯.২৫		৪.২১	৯১.১০	৭.৮০	রাস্তার উপর
৩.৮৪	১২.৯১		৯.০৭	৮৬.৮৯	১১.৬০	
৪.১২	৭.৬৫		৩.৫৩	৭৭.৮২	১৫.২০	
১০.৪৯	৩.৯২	৬.৫৭		৭৪.২৯	০০ ...	খালের তল, ২.৮০
১২.৯৬	৩.০৩	৯.৯৩		৮০.৪৬	২১.০০	শৃঙ্খল দূরে
৪৪.০৫	৫৩.২৬	১৬.৫০	২৫.৭১	৯০.৭৯	২৭.০০	
	৪৪.০৫		১৬.৫০	১০০.০০		
	৯.২১	অন্তর = ৯.২১ = ৯.২১				তল রেখা ও শেষ লঘু সমতলের অন্তর

উপরে লিখিত ব্যবহারিক সমতল-চিঠার তল রেখার আনুমানিক দূরত্ব হইতে উন্নতি ও অবনতি যোগ বা বিয়োগ করা হইয়াছে, এবং পুনশ্চ ঐ যোগ বা বিয়োগফল হইতে পরবর্ত্তী উন্নতি বা অবনতি যোগ বা বিয়োগ করা হইয়াছে। যথা কট-র আনুমানিক দূরত্ব ১০০ হইতে অবনতি ২.১৫ বিয়োগ করিলে অবশিষ্ট ৯৭.৮৫ ফুট ঠ বিন্দুর উন্নতির পরিমাণ হয়। পুনশ্চ ৯৭.৮৫ হইতে পরবর্ত্তী অবনতি ৬.৭৫ বিয়োগ করিলে ড বিন্দুর উন্নতি প্রাপ্ত হওয়া যায়, অর্থাৎ ৯১.১০ ফুট। এই রূপে শেষ অবনতি ৩.৫৩ পর্য্যন্ত প্রক্রিয়া করা হইয়াছে। ইহার পর এই শেষ ফলের সহিত পরবর্ত্তী ৬.৫৭ ও ৯.৯৩ উন্নতি যোগ করিতে হইবে। এই রূপে তল রেখার পরিমাণ ১০০ ফুট হইতে শেষ লঘু সমতলের ৯০.৭৯ ফুট বিয়োগ করিলে অবশিষ্ট ৯.২১ ফুট হইবে। ইহা সম্মুখ ও পশ্চাৎ দৃষ্টির সমষ্টির অন্তরের সহিত মিলিয়া যাইতেছে, এবং ঢালের প্রক্রিয়া বিশুদ্ধ হইয়াছে তাহার পরিচয় দিতেছে। এই রূপে যে সমস্ত শীর্ষোন্নতি প্রাপ্ত হওয়া যাইবে, তাহা তল রেখার উপর লম্বভাবে অঙ্কিত করিয়া যোগ করিয়া দিলে খণ্ড রেখা অঙ্কিত হইবে।

দৃষ্টিবৈলক্ষণ্য শোধন।

ভূমি সমতল করিতে হইলে পৃথিবীর গোলতা নিবন্ধন প্রতি মাইলে যে কিঞ্চিৎ ঢাল করিতে হয়, তাহা নিম্নলিখিত প্রস্তাবটী বিশেষরূপে অনুধাবন করিয়া দেখিলে প্রতীত হইবে।

মনেকর, ক খ গ ভূপৃষ্ঠ, ক স্থানে অবস্থিত এক জন স্থপতি ক চ অভিমুখে ভূমি সমতল করিয়া যাইতেছে। এইক্ষণে এই চিত্রক্ষেত্র দেখিলে প্রতীয়মান হইবে যে, স্থপতি যতই চ অভিমুখে গমন করিবে, ততই ক চিহ্নিত স্থানে দৃশ্যমান সমতল প্রকৃত সমতল অপেক্ষা উর্দ্ধে হইবে। ভূমি সমস্থল করিতে হইলে, যে পরিমাণে ঢাল রাখিতে হয়, তাহা এই পাতন হইতে প্রাপ্ত হওয়া যাইতে পারে।

ক চ রেখা পৃথিবীর পৃষ্ঠ ক বিন্দুতে স্পর্শ করিতেছে বলিয়া, উহা ক খ গ বৃত্তের স্পর্শনী রেখা। ক ও চ হইতে পৃথিবীর কেন্দ্র ম পর্য্যন্ত রেখা টান। প্রকৃত সমতল হইতে দৃশ্যমান সমতলের বৈলক্ষণ্য খ স্থানে চ খ রেখা দ্বারা নির্দ্দেশ হইতেছে। চ খ রেখার পরিমাণ ৫৭ শ প্রতিজ্ঞার ১ম অনুমানানুসারে। চ গ. চ খ = ক চ^{২}, ∴ চ খ = $\frac{ক চ^{২}}{চ গ}$

ক চ ১ মাইল ও চ গ ৭৯৫৮ মাইল হইলে, চ খ = $\frac{১^{২}}{৭৯৫৮}$ = এক মাইলের $\frac{১}{৭৯৫৮}$ ভাগ = ৭.৯৬২ ইঞ্চ (প্রায় ৮ ইঞ্চ)।

যদি ক চ দূরত্ব ৩ মাইল হয়, তাহা হইলে চ গ = $\frac{৩^{২}}{৭৯৫৮} = \frac{৯}{৭৯৫৮}$ = ৭১.৬৫৮ ইঞ্চ বা প্রায় ৬ ফুট। ক স্থান হইতে খ যত মাইল দূর, সেই দূরত্বকে বর্গ করিয়া ৮ দিয়া গুণ করিলে ফল লব্ধ হওয়া যায়।

জ্যোতির্ব্বিদ পণ্ডিতেরা নির্দ্ধারণ করিয়াছেন যে, দূরস্থ পদার্থ কিরণের বক্রীভবন প্রভাবে অপেক্ষাকৃত উচ্চতর স্থানে দৃষ্ট হয়। এইক্ষণে ভূমি সমস্থল করিতে গিয়া প্রতি মাইলে ৮ ইঞ্চ ঢাল রাখিলে ভ্রম হইবার সম্ভাবনা, সুতরাং ঐ ৮ ইঞ্চ হইতে দৃষ্টিবৈলক্ষণ্য প্রযুক্ত যে স্থান টুকু বেশী ধরা হয়, তাহা বাদ না দিলে গণনা সূক্ষ্ম হয় না।

দৃষ্টিবৈলক্ষণ্য সকল স্থানে সমান নহে; কিন্তু স্থপতিগণ সামান্যতঃ পৃথিবীর গোলতানিবন্ধন যে ঢাল রাখিয়া থাকেন, তাহার ⅐ ভাগ বক্রীভবনের নিমিত্ত বাদ দিয়া থাকেন।

উদাহরণ ১। কোন দৃষ্ট পদার্থ আড়াই মাইল দূরে হইলে, পৃথিবীর গোলতানিবন্ধন কত ঢাল রাখিতে হইবে ও বক্রীভবন প্রযুক্ত কত বাদ দিতে হইবে?

গোলত্বের নিমিত্ত ভ্রম নিরাকরণে = ৮ ইঞ্চ = ⅔ ফুট ×

$$(২.২৫)^২ = \frac{২ \times ৬.২৫}{৩} = ৪.১৬৬$$

বক্রীভবনের নিমিত্ত ভ্রমনিরাকরণ উহার ⅐ .৫৯৫

অবশিষ্ট ৩.৫৭১ ফুট

ঢাল রাখিতে হইবে।

২। দৃষ্ট পদার্থ ৬০ চেইন দূরে হইলে কত ঢাল রাখিতে হইবে?

$৬০^২ \div ৮০০ = ৪.৫$

ইহার ⅐ অংশ = .৬৪৩

অবশিষ্ট ৩.৮৫৭ ইঞ্চ ঢাল রাখিতে হইবে

সমাপ্ত।

এই পুস্তকে ব্যবহৃত গণিত শব্দের ইংরেজী প্রতিশব্দ।

অংশ	Degree	অক্ষদণ্ড	Axis
অকরণ	Rational	আয়ত	Rectangle
অতিদেশ	Apply	আয়তাকার ঘন ক্ষেত্র	Parallelopipedon
অধিশ্রয়	Focus		
অনুপাত	Proportion	উন্নতি	Altitude
অনুপূরক	Complement	উপনিহিত	Superposition
অনুমান	Corollary	উপপত্তি	Demonstration
অনুমাপক	Vernier	উপপাদ্য	Theorem
অন্তর নিষ্পত্তি	Dividendo	ঋজু	Straight
অন্তরীণ	Interior	ঋণ	Minus
অন্ত্য	Extreme	একক	Unit
অপবর্ত্তক	Measure	একান্তরিত	Alternate
অপবর্ত্ত্য	Multiple	এবসিসা বা সর্ব্বাধিক বিস্তার	Abscissa
অবকাশ	Space		
অবনতি	Inclination	ঐককেন্দ্রিক	Concentric
অবলেট বর্ত্তুলাভাস	Oblate Spheroid	ওলন মাটাম	Plumb Level
		কটিবন্ধ	Zone
অরডিনেট বা অনার্দ্ধি রেখা	Ordinate	কম্পাস (পরিমাপক)	Compass
		করণী	Surd
অর্দ্ধচন্দ্র	Lune	কলা	Minute
অসাধ্য	Impossible	কর্কট	Radius

কর্ণ	Diagonal	চতুরস্র বা চতুর্ভুজ	Square
কাজলা	Wedge	চেইন বা শৃঙ্খল	Chain
কাজলাপ্রকাণ্ড	Prismoid	চৌবাচ্ছা	Cistern
কুটিল	Curve	চৌপহল	Square Prism
কুব্জ	Concave	চিঠা	Field Book
কুলালচক্র	Cylindrical ring		
কেন্দ্র	Centre	ছেদন (খণ্ড)	Section
কোটি	Perpendicular	জরীপ	Survey
কোণমান গজ	Protracting Scale	জরীপ আমীন	Surveyor
		জাত্য ত্রিভুজ	Rightangled Triangle
কোণবীক্ষণ যন্ত্র	Theodolite		
ক্রমনিম্ন	Inclined	জ্যা	Cord
ক্রুশদণ্ড	Cross Staff	জ্যামিতি	Geometry
ক্রোড়স্থ	Supplemental	টক্র	Spindle
গজ	Scale	টি মাটাম	T. Square
গরিষ্ঠ	Major	ট্রাপিজিয়ম বা বিষমচতুর্ভুজ	Trapezium
গুণক	Multiplier		
গুণ্য	Multiplicand	ট্রাপিজয়েড	Trapezoid
গুণফল	Product	তুল্যকোণিক	Equiangular
ঘন	Cube	তোয়সামা	Water level
ঘন বা নিটল	Solid	ত্রিকোণী মাটাম	Triangular Square
ঘনফল	Solidity		
ঘাত	Exponent	ত্রিঘাত	Cube

ত্রিভুজ বা ত্র্যস্র	Triangle	প্রতীপ	Opposite
দ্বিঘাত	Square	প্রসারিত	Produced
ধন	Plus	প্রমাণিক রেখা	Proof line
ধনু	Arc	প্রোলেট বর্ত্তুলাভাস	Prolate Spheroid
সমতল	Plane or Surface	পেরিমিটর	Perimeter
সামতলিক ক্ষেত্র	Superfices	পৃষ্ঠফল	Superficial Area
নক্সা	Plan	ফাঁড় (লম্ব)	Offset or Perpendicular
নির্দ্দিষ্ট স্থান বা থাক	Station	ফাঁড়যষ্ঠি	Offset staff
নিয়োগ	Application	বক্রীভবন	Refraction
নিষ্পাদ	Construct	বন্ধনী	Vinculum
নির্দ্দিষ্ট	Given	বর্গ	Square
নিরূপণ	Describe	বর্গমূল	Square root
সন্নিকৃষ্ট	Adjacent	বর্ত্তুল	Sphere
ন্যায়বিরুদ্ধ	Absurd	বর্ত্তুলখণ্ড	Spherical Segment
ন্যুব্জপৃষ্ঠ	Convex	বর্ত্তুলমণ্ডল	Spherical Zone
পঞ্চভুজ	Pentagon	বর্ত্তুলাভাস	Spheroid
পরিভাষা	Definition	বহুভুজ	Polygon
পরিমাপক বা পরিমিতি	Mensuration	বাহ্য	Exterior
পলতল	Prism	বিকলা	Second
প্রকাণ্ড	Frustrum	বিন্দু	Point
প্রতিজ্ঞা	Proposition	বিনিময় নিষ্পত্তি	Alternando

বিলোম নিষ্পত্তি	Invertendo	মেরুদণ্ড	Axis
বিষম চতুর্ভুজ	Trapezium	মৌলিক তত্ত্ব	First principles
বৃত্ত	Circle	যথাস্ব	Respectively
বৃত্তখণ্ড	Segment	যথাক্রমে	Respectively
বৃত্তচ্ছেদক	Sector	যোগনিষ্পত্তি	Componendo
বৃত্তার্দ্ধ বা সামিবৃত্ত	Semicircle	রম্বস	Rhombus
ব্যবহারিক জ্যামিতি	Practical Geometry	রম্বয়েড্	Rhomboid
ব্যাস	Diameter	রাশি	Magnitude
ব্যাসার্দ্ধ বা সামিব্যাস	Radius or Semidiameter	রৈখিক	Lineal
ভগ্নাংশ	Fraction	লঘিষ্ঠ	Minor
ভাগফল	Quotient	লব	Numerator
ভাগশেষ	Remainder	লম্ব	Perpendicular
ভাজক	Divisor	শর	Versed Sine
ভাজ্য	Dividend	শঙ্কু	Gnomon
ভূমি	Base	শীর্ষ	Vertical
মণ্ডল	Zone	শৃঙ্খল বা শিকল	Chain
মধ্য	Mean	ষড়ভুজ	Hexagonal
মধ্যখণ্ড	Middle Segment	সংযোজক রেখা	Tie Line
মানদণ্ড	Scale	সংহিত	Sum
মাটাম	Square	সকোণ সূচী	Pyramid
মিলিত হওন	Coincide	সকোণসূচী-প্রকাণ্ড	Frustrum of a Pyramid
মূল	Root	সদৃশ	Similar
		সবর্গীয়	Homologous

সমকোণ	Right angle	স্থিরাসাম্য	Spirit Level
সমকোণিক	Right angled	সূচী	Cone
সমচতুষ্কোণ	Rectangle	সূচীপ্রকাণ্ড	Frustrum of a Cone
সমদ্বিখণ্ড	Bisect	সূত্র বা আর্য্যা	Formulae
সমদ্বিভুজ	Isosceles	সূক্ষ্মকোণ	Acute Angle
সমবাহুক	Equilateral	স্তম্ভ	Cylinder
সমবাহুক ঘনক্ষেত্র	Cube	স্থপতি	Engineer
সমশীল	Homologous	স্থূল কোণ	Obtuse Angle
সমসূত্র	Same line or level	স্পর্শনী	Tangent
		স্বতঃপ্রমাত্মক	Self evident
সমস্থল বা সমতল	Level	স্বতঃসিদ্ধ	Axiom
		স্বীকার্য্য কথা	Postulate
সমান্তরাল	Parallel	হর	Denominator
সমান্তরিক ক্ষেত্র	Parallelogram	হরণ	Divide
সমিত	Plus	হারক	Divisor
সমীকরণ	Equation	হার্য্য	Dividend
সম্পাত	Intersect	হীনিত	Minus
সম্পাদ্য	Problem	ক্ষেপণী	Parabola
সরল বা ঋজুরেখা	Straight line	ক্ষেপণীমণ্ডল	Parabolic Frustrum
সান্দ্র	Dense	ক্ষেপণীস্তম্ভ	Paraboloid
সামিবৃত্ত	Semicircle	ক্ষেত্রফল	Area
সারা	Area	ক্ষেত্রব্যবহার	Mensuration.

ক্ষেত্রব্যবহার (প্রথম সংস্করণ) সমালোচন।

সোমপ্রকাশ—২২এ ভাদ্র ১২৭৬ পৃঃ ৬৮০।

গণিতবিষয়ক একখানি অভিনব গ্রন্থ প্রচারিত হইয়াছে, ইহাতে ব্যবহারিক জ্যামিতি, ক্ষেত্রব্যবহার, জরীপ এবং সমস্থল প্রক্রিয়া বিবৃত হইয়াছে। শ্রীযুক্ত বাবু নবীনচন্দ্র দত্ত ইহার প্রণয়ন করিয়াছেন। গ্রন্থকার ইতি পূর্ব্বে খগোল-বিবরণ নামক গ্রন্থরচনা করিয়া আপনার মাতৃভাষার প্রতি অনুরাগ, বিজ্ঞানশাস্ত্রে অধিকার এবং বিশুদ্ধ ও সরল রচনা-শক্তির পরিচয় দিয়াছেন। বর্ত্তমান গ্রন্থদ্বারা তাঁহার সেই সকল গুণের অধিকতর পরিচয় হইতেছে। এই গ্রন্থের একটী বিশেষ গুণ এই যে, ইহা কেবল পাঠের জন্য নহে। কিন্তু কার্য্যসাধনোপযোগী করিয়া প্রস্তুত করা হইয়াছে। ইহার প্রথম ভাগে ইউক্লিডের জ্যামিতি হইতে ক্ষেত্রপরিমাণের উপযোগী প্রতিজ্ঞাগুলি সঙ্কলিত হইয়াছে এবং তৎসঙ্গে আবশ্যক উদাহরণ সকল প্রদর্শিত হইয়াছে। ২য় ভাগে রেখাদ্বারা বস্তুর দৈর্ঘ্যাদি মাপিবার সঙ্কেত নির্দ্দিষ্ট হইয়াছে এবং লীলাবতী হইতে কতকগুলি সুন্দর প্রশ্ন উদ্ধৃত হইয়াছে। ৩য় ভাগে বর্গক্ষেত্রের ও ৪র্থ ভাগে মানক্ষেত্রের কালী করিবার নিয়মাদি সন্নিবেশিত হইয়াছে। ৫ম ভাগে জরীপ শিক্ষার প্রণালী লিখিত হইয়াছে। এই গ্রন্থ খানি সর্ব্বাঙ্গ সুন্দর করিবার নিমিত্ত গ্রন্থকার প্রয়াস পাইয়াছেন এবং তাহা অনেক অংশে সফল হইয়াছে। বস্তুতঃ এই গ্রন্থ খানি অব-লম্বন করিয়া ভূমিপরিমাণশিক্ষাকার্য্য এক প্রকার সম্পন্ন

হইতে পারে। অতএব ইহা উচ্চতর শ্রেণীর ছাত্র এবং জরীপ শিক্ষার্থী অন্যান্য ব্যক্তির পক্ষে মহোপকারী হইয়াছে। নবীন বাবু যেরূপ পুস্তক লিখিতে প্রবৃত্ত হইয়াছেন, এই প্রকার পুস্তক দ্বারা এতদ্দেশের কল্যাণ হইতে পারে। বিদ্বন্মণ্ডলী তাঁহাকে উৎসাহ দান করেন এই আমাদের অনুরোধ।

এডুকেশন গেজেট ও সাপ্তাহিক বার্ত্তাবহ।

৯ই আশ্বিন ১২৭৬ পৃঃ ২৮৩।

ব্যবহারিক জ্যামিতি, ক্ষেত্রব্যবহার, জরীপ এবং সমস্থল প্রক্রিয়া। এই পুস্তক শ্রীযুক্ত বাবু নবীনচন্দ্র দত্তজ মহাশয় প্রণয়ন করিয়াছেন। ইতঃ পূর্ব্বে ইনি খগোল বিবরণ নামক একখানি জ্যোতির্গ্রন্থ প্রস্তুত করেন। উভয় গ্রন্থেই নবীন বাবু বিজ্ঞান সম্বন্ধীয় গ্রন্থ রচনায় বিশিষ্ট ক্ষমতা প্রদর্শন করিয়াছেন। বৈজ্ঞানিক বিষয় ভাল করিয়া লিখিতে হইলে বর্ণিতব্য বিষয়টী সুপরিস্ফুট রূপে বুঝা চাই, যে বিষয়টী বলিতে হইবে তৎপ্রতি মানসিক দৃষ্টির স্থিরতা চাই, এবং ঐ ভাব ব্যক্ত করিবার নিমিত্ত যে সকল শব্দ ব্যবহার করিতে হইবে, সেই সকল শব্দশক্তির যথার্থ পরিজ্ঞান চাই। নবীন বাবুর মানসিক দৃষ্টি পরিষ্কার, লক্ষ্য স্থির, এবং শব্দ প্রয়োগ অব্যর্থ। তিনি খগোল বিবরণে কতকগুলি ইংরাজি শব্দ রাখিয়া গিয়াছিলেন, এ গ্রন্থে সেরূপ করেন নাই দেখিয়া বিশেষ সন্তোষলাভ করিলাম। নবীন বাবুর এই পুস্তক খানি বিদ্যালয় সমূহে প্রবর্ত্তিত হইলে ভাল হয়।

সংবাদ পূর্ণচন্দ্রোদয়।

২রা আশ্বিন ১২৭৬ সাল, শুক্রবার।

নবীন বাবুর এই পুস্তক খানির স্থানে স্থানে পাঠ করিয়া দেখা গেল যে, ইহা বঙ্গবিদ্যালয়ের অতিশয় প্রয়োজনীয়, এবং তাহা সঙ্কলন করিতে গ্রন্থকর্ত্তার বহু পরিশ্রম ও যত্ন বিনিয়োজিত হইয়াছে। আহ্লাদের বিষয় এই যে, বিজ্ঞানশাস্ত্রগুলিন বঙ্গীয় সাধু ভাষায় সঙ্কলিত হওয়াতে সর্ব্ব সাধারণের মহদুপকারের উপায় হইয়াছে।

NOTICES ON THE FIRST EDITION OF THE PRACTICAL GEOMETRY &c.

Report of Babu Mohendra Nath Bhattacharjee, M. A. Professor of Physical Science Calcutta Pathasala, to the Officiating Inspector of Schools Central Division.

9th October 1863.

The accompanying book is a treatise on Practical Geometry, Mensuration, Land surveying and Levelling. Any one who will take the trouble to read the book, will find that he has enriched his mind with an accurate and thorough knowledge of Practical Geometry &c. Few men possess the remarkable faculty of making abstruse subjects intelligible to ordinary minds in the one high degree as the writer of the book. The work is illustrated with a large number of handsome woodcuts. It is well suited to be used as a text book in the higher classes of the Normal schools in Bengali.

9th March 1870.

MY DEAR SIR.

—I believe it was just the thing wanted, and will prove a usefull work.—

Yours truely,
PEARY CHURN SIRKAR.

Maniktala, 21*st September* 1869.

SIR,

—From the nearest glance that I have been able to give to it I think it is well got up.

Yours faithfully.
Rajendra Lala Mitra.

No. 75 Surveyor General's Office.
Calcutta 16th May 1870.

—Is no doubt an admirable work,

W. G. MURRAY, CAPTAIN.
Assistant Surveyor General.

Hindu Patriot, April 18th 1870. P. 122

The book is fit to be introduced in the Vernacular Schools. We wish Bengali anthors would turn their attention to works of this description

---

~~From the Officiating Director~~ of Public Instruction.

To the Officiating Secretary to the Govt. of Bengal.

Dated 13-11-75.

Sir.

I have the honor to forward herewith a book entitled Practical Geometry, Mensuration, Land Surveying and Levelling in Bengali by Babu Nobin Chandra Dutt and to state that I have read it from cover to cover. It is an excellent treatise and I cannot imagine the grounds on which mention of it has been omitted by the Committee appointed to draw up a selected list of text books for the Vernacular Scholarship and Minor Scholarship course.

(Sd.) H. Woodrow.

Offg. Director of Public Instruction.

Calcutta Review 1876.

Babu Nobin Chandra Dutt deserves credit for his industry and enterprise. In the number of Educational works he issues from the Press, he bids fair to rival Todhunter or Dr. William Smith.